

涡环旋转伞流固耦合特性分析*

马晓冬, 郭锐, 刘荣忠, 吕胜涛

(南京理工大学 智能弹药技术国防重点实验室, 江苏 南京 210094)

摘要:以一种典型的涡环旋转伞为研究对象,采用任意拉格朗日-欧拉流固耦合方法模拟其在无限质量条件下的充气展开过程。计算得到了涡环旋转伞的充气展开和转速、开伞动载等时程变化曲线以及稳态阶段伞周围流场变化规律、伞衣织物的结构强度等流固耦合特性。结果表明:涡环旋转伞在来流12m/s时稳定转速约为3.1r/s,伞衣幅充满外形饱满,与伞塔试验结果吻合;稳态阶段涡环旋转伞上方产生大量涡核,涡核中心的连线类似于空间螺旋线;涡环旋转伞的阻力系数大于一般结构轴对称降落伞;伞衣幅与伞绳连接区域以及边缘区域应力明显高于伞衣幅平均应力水平。

关键词:涡环旋转伞;充气展开;任意拉格朗日-欧拉方法;流固耦合

中图分类号:V441.8 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2015)01-084-06

Fluid-structure interaction characteristics analysis of vortex ring parachute

MA Xiaodong, GUO Rui, LIU Rongzhong, LYU Shengtao

(National Defense Key Discipline Laboratory of Smart Ammunition Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: Based on arbitrary Lagrange-Euler fluid-structure interaction method, the inflation process of a typical kind of vortex ring parachute in an infinite mass situation was simulated. The inflation process and the time-history changing curves of spinning rate and opening load were obtained, and the fluid-structure interaction characteristics at the steady stage, such as the change law of flow field around the canopy and the structural strength of the canopy fabrics, were analyzed. Results show that the stable spinning rate is about 3.1r/s and the canopy inflated shape is plump with the flow velocity of 12m/s, which are in good agreement with the tower test data. In steady state, there are a plenty of vortex cores above the parachute, and the ligature of the cores is similar to a spiral line. The drag coefficient of vortex ring parachute is greater than that of other typical parachutes with axial symmetry structure. The stress of the connected region of the canopy and the suspension lines and the canopy fringing field are obviously greater than the average stress of the canopy.

Key words: vortex ring rotating parachute expansion; inflation; arbitrary Lagrange-Euler method; fluid-structure interaction

涡环旋转伞是一种常见的旋转降落伞。伞衣的高速旋转,使得带涡环旋转伞的物伞系统在下降时具有良好的稳定性。此外,它还具有阻力系数大、开伞动载小、易维护等优点,被广泛应用于兵器的弹道控制、飞机的着陆减速和控制、空降空投、航天飞行器的安全回收技术以及外太空的探险和着陆等领域^[1-2]。

降落伞的充气过程是工作过程中最重要的阶段,同时物理过程也最复杂,其中涉及流固耦合、瞬间大变形结构动力学等问题^[3]。风洞试验是研究降落伞充气过程的主要手段,但投入资金大、周期长、可测数据少等问题制约着研究的进程。

而数值仿真以其经济性和灵活性已成为研究该问题的一种重要工具。文献[4-5]采用任意拉格朗日-欧拉(Arbitrary Lagrange-Euler, ALE)方法模拟平面圆形伞和XT-11型降落伞的开伞过程,并对稳定状态下流场速度矢量分布、涡环位置等特性进行分析。文献[6]采用浸入边界法(immersed boundary method)模拟三维锥形降落伞在低速低雷诺数情况下的开伞情况。文献[7]利用波前跟踪法(front tracking method)研究了G11型降落伞的充气过程动力学行为。国内一些研究人员也对降落伞的充气过程进行了研究^[8-11]。但充气过程的已有研究多关注于轴对称的平面圆

* 收稿日期:2014-06-24

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11102088);江苏省研究生培养创新计划资助项目(CXLX12-0210)

作者简介:马晓冬(1988—),男,黑龙江宝清人,博士研究生,E-mail: bqnj6222007@126.com;

郭锐(通信作者),男,副教授,博士,硕士生导师,E-mail: guoruid@163.com

形或锥形等降落伞,对旋转降落伞尤其是涡环旋转伞还有待探索。

1 数学模型

采用 ALE 方法对涡环旋转伞的开伞过程进行流固耦合计算。ALE 算法中牛顿流体的控制方程为^[12]

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} - w_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \\ \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho b_i - \rho w_i \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \\ \rho \frac{\partial E}{\partial t} = \sigma_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \rho b_i v_i - \rho w_j \frac{\partial E}{\partial x_j} \end{cases} \quad (1)$$

式中: ρ 为流场密度; v_i 为物质速度; b_i 为单位体积力; E 为能量; x_i 为欧拉坐标; w_i 为相对速度, $w_i = v_i - v'_i$, v'_i 为网格速度; t 为时间; $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(v_{i,j} + v_{j,i})$ 为应力张量,其中 p 为压力, μ 为动力粘度, δ_{ij} 为 Kronecker δ -函数。

拉格朗日和欧拉坐标间的关系为^[12]

$$\frac{\partial f(X_i, t)}{\partial t} = \frac{\partial f(x_i, t)}{\partial t} + w_i \frac{\partial f(x_i, t)}{\partial x_i} \quad (2)$$

式中: X_i 为拉格朗日坐标; f 为参考坐标下的一个变量。

拉格朗日结构的控制方程为^[13]

$$\rho_s \frac{d^2 u_i}{dt^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho_s b_i \quad (3)$$

式中: u_i 为结构域中节点位移; ρ_s 为结构密度。

对上述控制方程进行全耦合计算,采用中心差分法按时间递增进行求解,中心差分法采用显式时间法,提供二阶时间精度。对于流场和结构的每个节点,速度和位移按式(4)和式(5)更新^[14]。

$$\mathbf{u}^{n+1/2} = \mathbf{u}^{n-1/2} + \Delta t \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot (\mathbf{F}_{ext} + \mathbf{F}_{int}) \quad (4)$$

$$\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^{n-1} + \Delta t \mathbf{u}^{n+1/2} \quad (5)$$

式中: \mathbf{x} 和 \mathbf{u} 分别为流场和结构单元节点的位移矢量和速度矢量; \mathbf{F}_{int} 为内力矢量, \mathbf{F}_{ext} 为外力矢量,它们与体力和边界条件相关联; \mathbf{M} 为质量对角矩阵。

对于透气性结构与流场的耦合,结构单元上下表面压力梯度和法向界面力增量分别为^[15]

$$\frac{dp}{dz_n} = a(\varepsilon, \mu) v_n + b(\varepsilon, \rho) v_n^2 \quad (6)$$

$$F_n = \frac{dp}{dz_n} \cdot h \times S \quad (7)$$

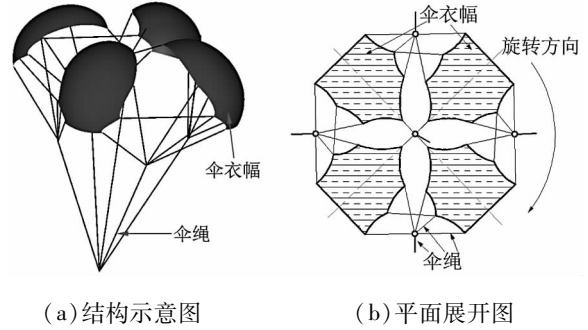
式中: z_n 为结构单元平面法向坐标; v_n 为通过结构单元的法向速度; a 为粘性系数,与透气性 ε 和

μ 有关; b 为惯性系数,与 ε 和 ρ 有关; h 为结构厚度; S 为结构单元表面积。

F_n 作为外部力 F_{ext} 的一部分,从而引起结构速度和位移的变化。

2 仿真模型

图1(a)为涡环旋转伞的几何模型,主要由4片伞衣幅和33根不同长度的伞绳组成。图1(b)为其平面展开图,伞衣幅展开为平面曲边七边形,伞衣幅之间关于伞轴中心对称排布。

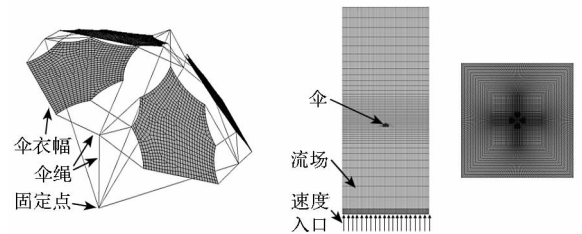


(a) 结构示意图 (b) 平面展开图
(a) Structure diagram (b) Plane expansion drawing

图1 涡环旋转伞示意图

Fig. 1 Configuration of vortex ring rotating parachute

涡环旋转伞结构复杂,将其初始充气模型建立成接近实际的“束”状或伞包状态十分困难。所以,将伞衣幅建立成平面,二维壳单元划分网格,围绕伞轴按中心对称方式排布;绳索单元划分伞绳,并折叠至合适的长度,与伞衣幅连接^[16];六面体实体网格划分流场。有限元模型如图2所示,边绳和中心绳交汇点固定,为无限质量充气情况;涡环旋转伞稳定下落速度范围为10~20m/s,故设定来流速度为12m/s,流场入口采用速度入口边界条件,流场其余边界采用无反射边界条件,涡环旋转伞位于流场中央位置;考虑伞衣幅的透气性。



(a) 涡环旋转伞 (b) 流场
(a) Vortex ring parachute (b) Fluid domain

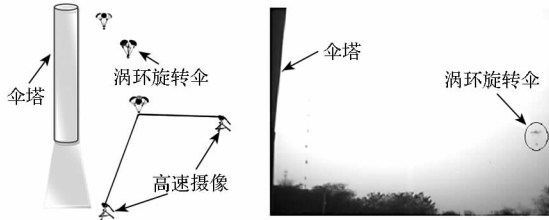
图2 流固耦合有限元模型

Fig. 2 Finite element model of fluid-structure interaction

由于初始充气模型与实际应用初始状态差别较大,所以主要研究涡环旋转伞充气完成达到稳定时的相关特性。

3 伞塔试验

为了验证模拟涡环旋转伞充满状态相关特性的可行性,按照仿真模型制作试验模型,采用 100m 高塔投放试验对仿真结果进行验证,试验情况如图 3 所示。通过姿态参数存储测量仪和高速摄像仪测试并记录其下降过程中的空中姿态参数变化规律。



(a) 试验布置示意图 (b) 高速摄像照片
(a) Test layout (b) Image of high speed camera

图 3 伞塔试验

Fig. 3 Parachute tower test

姿态参数存储测量仪采用三轴加速度计和三轴磁阻传感器,获得 6 路加速度分量和地磁分量,如图 4 所示。试验结束回收测量仪,基于 MATLAB 调用存储数据进行数据处理,可得到试验模型在下降过程中的转速变化。基于交汇摄影测量法,采用两台高速摄像仪,使其视轴交汇于目标区,测出下降过程中的试验模型仰角及方位角,可通过三角形正弦定理计算出其落速。

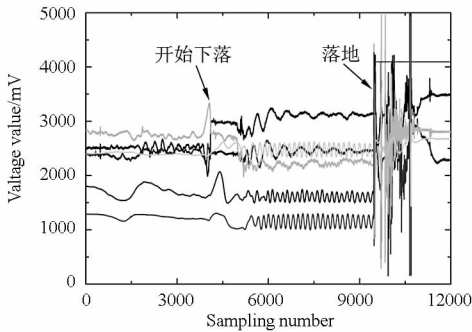


图 4 姿态参数原始数据

Fig. 4 Initial data of attitude parameter

4 结果分析

4.1 充满状态

图 5 为涡环旋转伞转速的计算值与试验结果对比。伞达到稳定状态时,转速计算值约 3.10r/s,产生小波动的原因是 4 片伞衣幅经大变形充满后形状不完全一致,导致流固耦合计算过程中作用在各伞衣幅的合力略微不同,伞轴发生小范围的摆动。试验中伞达到稳定时转速曲线相对平滑,

数值上稍小于仿真结果,约 3.06r/s,稳定落速 11.40m/s,误差分别为 1.3% 和 5.3%,主要是由仿真模型简化、试验中横风等因素共同影响产生的误差。

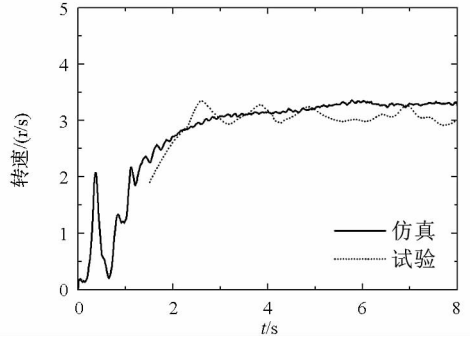
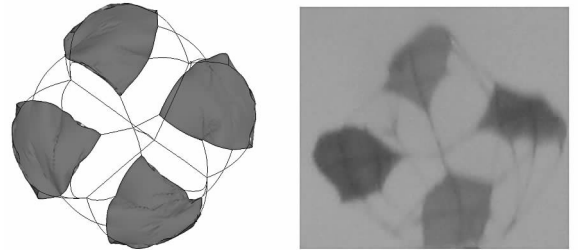


图 5 转速曲线对比

Fig. 5 Rotating speed comparison

图 6 为伞衣幅完全充满状态下仿真结果与伞塔试验结果对比,可清楚地看到:二者形状基本一致,伞衣幅上不对称的开口设计使其在充满情况下,形成一定的凸面和倾斜度,在不对称空气动力和力矩的作用下实现旋转性能,仰视下落中的涡环旋转伞,逆时针旋转。



(a) 仿真结果 (b) 试验结果
(a) Simulation (b) Tower test

图 6 充气完成时伞衣幅形状

Fig. 6 The inflated canopy shape comparison

综上,仿真计算得到的涡环旋转伞稳定转速、落速和充满外形与伞塔试验数据吻合较好,证明了 ALE 方法模拟涡环旋转伞充满状态相关特性的可靠性。

4.2 流场矢量

图 7 为稳态阶段涡环旋转伞旋转 1/4 转时的流场速度矢量变化情况。 $t = 4.13s$ 时,通过伞衣幅间空白区域截面的流场速度矢量如图 7(a) 所示,流体从伞衣幅之间空隙通过,方向略向外偏转,上方偏外区域有两个对称的涡核,该涡核的正上方亦有对称的涡核。 $t = 4.15s$ 时,伞衣幅转动与截面接触,截面内流体只有极少部分通过伞衣幅材料(考虑伞衣幅材料的透气性),大部分流体从伞衣幅下方向外和向内偏转流动,所以伞衣幅

之间的中心区域流场速度明显增大;伞衣幅切割截面,其表面上方流体少,速度低,压力低,而对称中心区域和外围区域速度、压力较高的气流闯入填补,在伞衣幅上表面附近形成杂乱无章的旋涡。 $t = 4.17\text{s}$ 时,中心对称的伞衣幅切割截面完毕,截面内气流再次通过空隙,旋涡随着来流上升远离伞衣幅,且快速规则形成涡核。

由于伞衣幅结构的中心对称性和伞的旋转,气流速度矢量在水平方向上有不可忽略的分量,如图8所示。在伞衣幅上方不同高度的水平面

内,都有气流旋涡现象,并有众多涡核以伞轴为对称中心对称排布。

稳定阶段,在通过伞轴的任意平面内,气流在伞衣幅的上方时刻形成涡核,涡核随着气流、伞衣幅的旋转上升,所以涡核在空间内连续存在,其中心连线如图9所示。理想状态下,涡核中心连线连续,形状类似空间螺旋线,从下至上走势与伞旋转方向相反。但由于伞轻微的圆锥运动及四片伞衣幅成形不完全相同,流场变化出现不对称现象,旋涡破碎分离,导致涡核中心连线断裂。

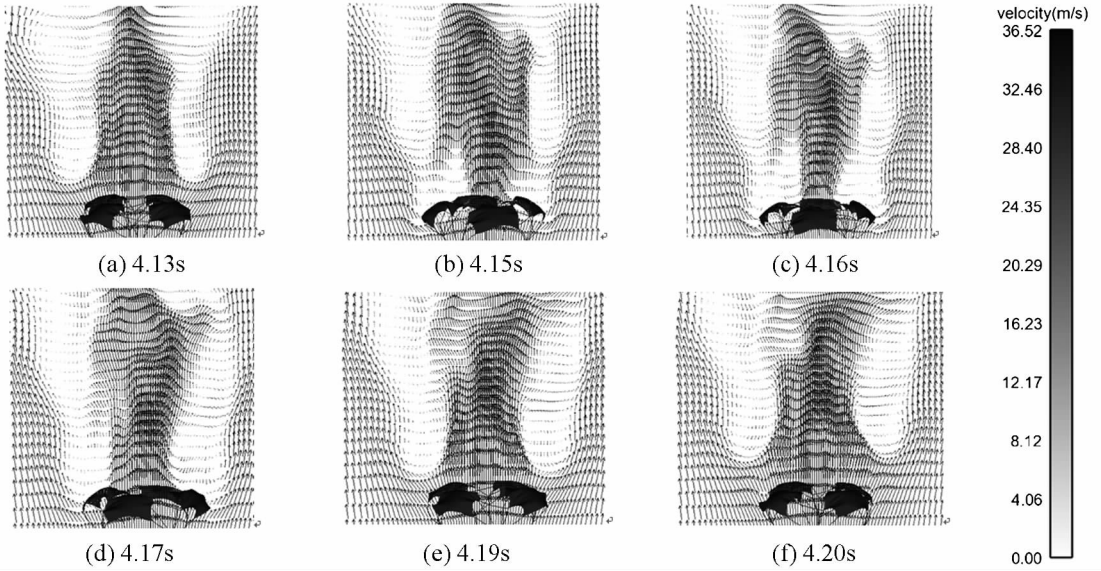


图7 伞轴所在平面速度矢量图(1/4转)

Fig. 7 Velocity vectors in the plane through parachute axial (1/4r)

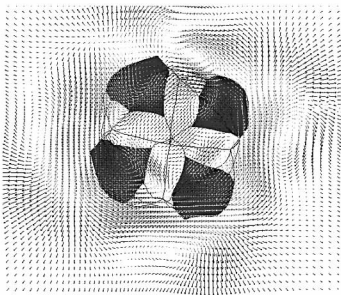


图8 $t = 4.20\text{s}$ 时伞轴垂直平面速度矢量图

Fig. 8 Velocity vectors in the plane perpendicular to parachute axial at $t = 4.20\text{s}$



图9 $t = 4.20\text{s}$ 时涡核中心连线

Fig. 9 Composite image of velocity vectors and vortex cores at $t = 4.20\text{s}$

4.3 阻力系数

来流速度 12m/s 时的开伞动载曲线如图10所示。由于涡环旋转伞的结构透气量很大,所以其开伞动载一直较平稳地增加,当伞充满后逐渐增大至最大值。最大开伞动载计算公式为^[3]

$$F_{\max} = \frac{1}{2} \rho v^2 S_p C_x K_d \quad (8)$$

式中, K_d 为动载系数(无因次), 涡环旋转伞的动载

系数在无限质量条件下约 $1.0^{[15]}$, S_p 为特征面积, C_x 为阻力系数。仿真得到的开伞动载最大值约 110N , 取四片伞衣幅的结构面积 1.19m^2 为特征面积, 得涡环旋转伞充满时的阻力系数为 1.05 。

伞塔试验中, 稳定下落时试验模型重力约等于涡环旋转伞的空气阻力, 即

$$mg = \frac{1}{2} \rho v_b^2 S_p C_x \quad (9)$$

式中, m 为试验模型总质量, v_b 为其稳定下落速

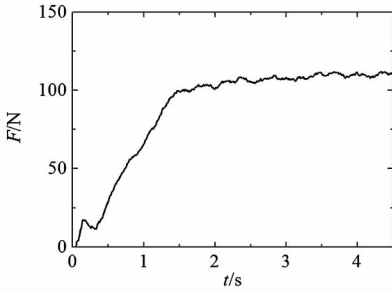


图 10 开伞动载
Fig. 10 Opening load

度。由 $m = 8.90\text{kg}$, $v_b = 11.40\text{m/s}$, 得伞塔试验模型的涡环旋转伞的阻力系数为 0.92。仿真计算与试验结果的误差为 14%, 产生误差的因素主要是模型简化、横风等。

结合仿真结果和伞塔试验结果发现, 涡环旋转伞阻力系数大于一般具有轴对称结构的典型降落伞的阻力系数(0.3 ~ 0.9^[3,17])。其中一个主要原因是伞衣高速旋转时, 伞上方流体形成大量涡旋, 产生涡阻, 使得在同等条件下, 涡环旋转伞受到的阻力大于其他轴对称结构的降落伞。

4.4 伞衣压力应力云图

从伞衣结构表面的压力分布图 11 可以看出: 由于结构非轴对称, 伞衣幅表面压力分布不均匀; 伞衣幅边缘和伞绳连接部位变形较大区域的表面压力较大, 且分布较为集中。伞衣幅边缘产生明显的负压, 主要是伞衣幅的结构透气量大及其阻滞气流作用, 使得伞衣幅间空隙及外缘的气流速度明显高于上下表面附近及穿过伞衣幅气流的速度。

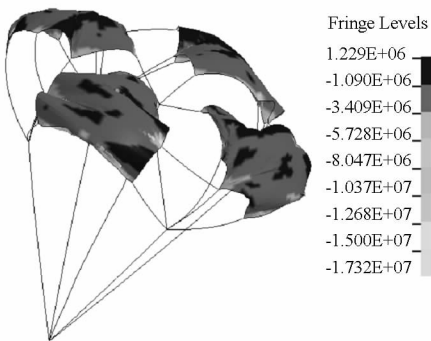


图 11 $t = 4.20\text{s}$ 伞衣表面压力云图
Fig. 11 Pressure contours of canopy at $t = 4.20\text{s}$

由于伞绳的拉扯, 伞衣幅与伞绳连接部附近变形较大, 导致该处应力明显高于其他区域, 并产生明显的应力集中现象, 如图 12 所示。同时由于气流在伞衣幅边缘附近流动快, 在伞衣幅内部流动慢, 产生压力差, 导致伞衣幅边缘的应力较大。所以工程应用中, 需要对伞衣幅的边缘、与伞绳连

接处以及变形较大的区域进行特殊处理, 可采用添加加强带来提高伞衣幅的结构强度。

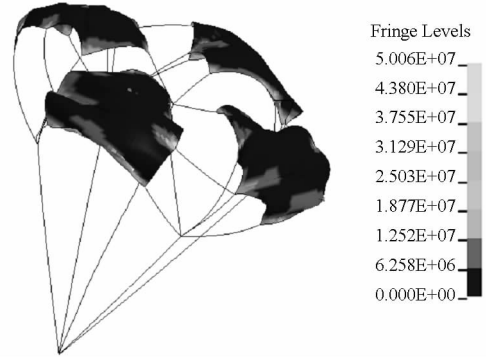


图 12 $t = 4.20\text{s}$ 时伞衣表面应力云图
Fig. 12 Stress contours of canopy at $t = 4.20\text{s}$

5 结论

1) 涡环旋转伞完成充气后, 伞衣幅形成一定的凸面和倾斜度, 在不对称空气动力作用下实现旋转性能; 来流速度 12m/s 时, 涡环旋转伞的稳定转速可达到 3.1r/s 左右。

2) 充气完成稳定后, 涡环旋转伞上方的伞轴所在平面及其垂直平面内均形成大量的涡核, 且在空间内连续, 其中心连线类似于空间螺旋线; 涡核产生涡阻, 使得涡环旋转伞的阻力系数大于一般其他伞。

3) 稳定状态下, 伞衣幅边缘及其与伞绳连接处的压力、应力较大, 且与伞绳连接处出现应力集中现象, 需提高伞衣幅相应位置的结构强度。

4) ALE 方法可用于研究其他类型旋转降落伞充气过程的流固耦合特性, 为旋转降落伞的设计和应用提供参考。

参考文献 (References)

[1] Ewing E G, Bixbu H W, Knacke T W. Recovery systems design guide[M]. VA: National Technical Information Service Springfield, 1978.

[2] Guo R, Liu R Z. Dynamics model of the rigid and flexible coupling system for terminal-sensitive submunition[J]. Journal of China Ordnance, 2007, 28(1):10-14.

[3] 王利荣. 降落伞理论与应用[M]. 北京: 宇航出版社, 1997.
WANG Lirong. The theory and application of parachute[M]. Beijing: Aerospace Press, 1997. (in Chinese)

[4] Tutt B, Taylor A. The use of LS-DYNA to simulate the inflation of a parachute canopy[R]. AIAA2005-1608, 2005.

[5] Tutt B, Taylor A. The use of LS-DYNA to assess the performance of airborne systems North America candidate ATP main parachutes[R]. AIAA2005-1609, 2005.

[6] Yongsam K, Charles S P. 3-D parachute simulation by the immersed boundary method[J]. Computers & Fluids, 2009, 38:1080-1090.

- [7] Kim J D, Li Y, Li X L. Simulation of parachute FSI using the front tracking method [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2013, 37:100 - 119.
- [8] 彭勇, 张青斌, 秦子增. 降落伞主充气阶段数值模拟[J]. *国防科技大学学报*, 2004, 26(2): 13 - 16.
PENG Yong, ZHANG Qingbin, QIN Zizeng. Simulation of parachute final inflation phase [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2004, 26(2): 13 - 16. (in Chinese)
- [9] 郭鹏, 夏刚, 秦子增. 基于控制体积方法的降落伞初始充气模型[J]. *航天返回与遥感*, 2011, 31(6): 1 - 8.
GUO Peng, XIA Gang, QIN Zizeng. Numerical simulation of parachute initial inflation phase based on control volume method[J]. *Spacecraft Recovery and Remote Sensing*, 2011, 31(6): 1 - 8. (in Chinese)
- [10] 程涵, 余莉, 夏刚. 降落伞充气过程中"瓶颈"效应[J]. *国防科技大学学报*, 2013, 35(1): 48 - 52.
CHENG Han, YU Li, XIA Gang. A study on "bottleneck" phenomenon during parachute inflation [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2013, 35(1): 48 - 52. (in Chinese)
- [11] 高兴龙, 唐乾刚, 张青斌, 等. 开缝伞充气过程流固耦合数值研究[J]. *航空学报*, 2013, 34(10): 1 - 12.
GAO Xinglong, TANG Qiangang, ZHANG Qingbin, et al. Numerical study on fluid-structure interaction of slot-parachute's inflation process [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(10): 1 - 12. (in Chinese)
- [12] Souli M, Ouahsine A, Lewin L. ALE formulation for fluid-structure interaction problems [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2000, 190: 659 - 675.
- [13] Aquelet N, Tutt B. Euler-lagrange coupling for porous parachute canopy analysis [J]. *The International Journal of Multiphysics*, 2007, 1(1): 53 - 68.
- [14] David J B. A mixture theory for contact in multi-material eulerian formulations [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1997, 140: 59 - 86.
- [15] Aquelet N, Tutt B. Euler-lagrange coupling for porous parachute canopy analysis [J]. *The International Journal of Multiphysics*, 2007, 1(1): 53 - 68.
- [16] 马晓冬, 刘荣忠, 郭锐, 等. 涡环旋转伞系统开伞充气过程仿真研究[J]. *航天返回与遥感*, 2013, 34(2): 1 - 8.
MA Xiaodong, LIU Rongzhong, GUO Rui, et al. Simulation research on inflation of vortex rotating parachute system [J]. *Spacecraft Recovery and Remote Sensing*, 2014, 34(2): 1 - 8. (in Chinese)
- [17] Weese J H, Chernowitz G. 气动力减速度原理及设计[M]. 回返技术翻译组. 译. 北京: 国防工业出版社, 1974.
Weese J H, Chernowitz G. Performance of and design criteria for deployable aerodynamic decelerators [M]. Translated by Recovery Technology Translation Group. Beijing: National Defense Industry Press, 1974. (in Chinese)

(上接第77页)

- [15] Cai X D, Liang J H, Lin Z Y, et al. Adaptive mesh refinement based numerical simulation of detonation initiation in supersonic combustible mixtures using a hot jet [J]. *Journal of Aerospace Engineering*, 2013, 04014046 - 1 - 04014046 - 11
- [16] Khokhlov A M, Oran E S, Thomas G O. Numerical simulation of deflagration to detonation transition; the role of shock flame interactions in turbulent flames [J]. *Combustion and Flame*, 1999, 117: 323 - 239.
- [17] Wang C J, Xu S L. Re-initiation phenomenon of gaseous detonation induced by shock reflection [J]. *Shock Waves*, 2007, 16: 247 - 256.
- [18] Wang C, Situ M, Han Z Y. Numerical investigations on cold flowfields of shock focusing for ignition of pulse detonation [J]. *Journal of Propulsion on Technology*, 2003, 24(2): 156 - 159.
- [19] Teng H H, Zhang D L, Li H H, et al. Numerical investigation of detonation direct initiation induced by toroidal shock wave focusing [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2005, 25(6): 512 - 517.
- [20] 陈坚, 李建中, 巩二磊, 等. 近壁空间环形激波聚焦直接起爆技术研究 [C]//第十四届全国激波与激波管学术会议, 黄山, 2010, 169 - 172.
CHEN Jian, LI Jianzhong, GONG Erlei, et al. The investigation on the technology of detonation direct initiation by annular shock focusing in nearby wall [C]//Proceedings of the 14th Chinese National Symposium on Shock Waves, Huang Mountain, 2010, 169 - 172. (in Chinese)
- [21] Liu S J, Sun M B, Lin Z Y, et al. Simulation of oscillating blunt body shock-induced combustion [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2010, 42(4): 597 - 606.
- [22] 韩旭, 周进, 林志勇, 等. 突跃型与平滑型斜爆震波起爆机制数值模拟 [J]. *航空动力学报*, 2012, 27(12): 2674 - 2680.
HAN Xu, ZHOU Jin, LIN Zhiyong, et al. Initiation mechanism investigation of saltation and smoothness oblique detonation waves [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2012, 27(12): 2674 - 2680. (in Chinese)
- [23] Liu S J, Lin Z Y, Liu W D, et al. Experimental and three-dimensional investigations on H₂/Air continuous rotating detonation wave [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2012, 227(2): 326 - 341.