

## 地基伪卫星导航系统的伪距精度估计方法\*

吕汉峰, 张良, 吴杰

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**地基伪卫星导航系统的伪距和伪距变率精度对评估系统的导航性能或其信息与其他系统导航信息的融合意义重大。目前的伪距和伪距变率精度估计方法基本上都是针对卫星导航系统的, 并且没有充分考虑地基伪卫星导航系统自身的特点。通过构造伪距和伪距变率精度观测量, 利用地基伪卫星导航系统可产生较差定位构型的特点, 提出了一种在外测系统定位定速精度较差且存在杆臂长度的情况下仍然能够获取准确估计量的伪距和伪距精度估计方法。仿真结果表明所提方法可有效地估计出伪距和伪距变率的精度而且具有较强的适用性。

**关键词:**地基伪卫星导航系统; 伪距精度; 卫星导航; 最小二乘

**中图分类号:** P228.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2015)01-090-05

## Evaluation method of pseudo range precision for ground-based pseudolite navigation system

LYU Hanfeng, ZHANG Liang, WU Jie

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The pseudo range and the precision of pseudo range variability from ground-based pseudolite navigation system are very important to the navigation performance of evaluation system and the fusion of pseudo range information with the navigation information from other system. At present, the evaluation methods of pseudo range precision are basically aimed for satellite navigation system and they don't take full account of the characteristics of ground-based pseudolite navigation system. By constructing the precision observations of pseudo range and its variability and utilizing some bad positioning configurations produced by ground-based pseudolite navigation system, a precision evaluation method for pseudo range and its variability which can get accurate precision estimator even the exterior ballistic measuring system has low position-velocity precision and owns arm length was proposed. The simulation results indicate that the method can evaluate the precision of pseudo range and its variability effectively and has a strong applicability.

**Key words:** ground-based pseudolite navigation system; pseudo range precision; satellite navigation; least square

地基伪卫星导航系统相对于卫星导航系统具有便于维护、成本低和设置灵活的特点<sup>[1]</sup>, 它既可用于辅助卫星导航, 也可用于独立导航, 或者与其他导航方式进行组合导航<sup>[2-5]</sup>。在利用获取的地基伪卫星系统的导航信息(如伪距和伪距变率等)前, 需要了解这些信息的一些特性, 例如伪距精度和伪距变率精度等。在评估地基伪卫星系统的导航性能或与其他系统的信息融合时, 这些特性显得尤为重要。

目前的伪距和伪距变率精度估计方法<sup>[6-9]</sup>基本上都是针对卫星导航系统提出的。这些方法一般需要外测系统提供较高精度的位置和速度信息, 同时还要尽可能利用准确的先验信息等。虽然这些方法也能够用于地基伪卫星导航系统伪距

和伪距变率精度的估计, 但获取所需的高精度外测信息等的成本较高, 同时这些方法也没有充分考虑到地基伪卫星导航系统自身的特点。

飞行器在利用地基伪卫星导航系统的信息进行导航时, 它们之间的定位构型通常比较差<sup>[10]</sup>。这一特点虽然对导航不利, 但在进行伪距和伪距变率精度分析时却可以有效地降低外测系统定位定速等误差对精度估计的影响。利用这一特点通过构造伪距和伪距变率精度观测量可以对它们进行精度估计。

### 1 伪距和伪距变率精度估计模型

假定对应于各地基伪卫星的伪距和伪距变率的随机噪声之间相互独立, 并且前后时刻的随机噪

\* 收稿日期: 2014-07-23

作者简介: 吕汉峰(1986—), 男, 河南南阳人, 博士研究生, E-mail: hanfeng\_lv@nudt.edu.cn;

吴杰(通信作者), 男, 教授, 博士, 博士生导师, E-mail: wujie\_nudt@sina.com

声之间也相互独立。伪距的随机噪声用  $\varepsilon_\rho$  表示,伪距变率的随机噪声用  $\varepsilon_{\dot{\rho}}$  表示,则伪距的精度可用伪距随机噪声的均方差  $\sigma_\rho$  来衡量,伪距变率的精度可用伪距变率随机噪声的均方差  $\sigma_{\dot{\rho}}$  来衡量。

### 1.1 伪距和伪距变率测量方程

假定地基伪卫星的钟差和钟差变率为  $c \cdot \delta t$  和  $c \cdot \delta \dot{t}$ ,飞行器测量得到的伪距和伪距变率为  $\rho$  和  $\dot{\rho}$ ,飞行器至地基伪卫星的距离和距离变率为  $d$  和  $\dot{d}$ ,传播延迟误差为  $\delta\rho_T$ ,飞行器的接收机钟差和钟差变率为  $c \cdot \delta t_r$  和  $c \cdot \delta \dot{t}_r$ 。则伪距和伪距变率的一般测量方程可表示为:

$$\begin{cases} \rho = d + c \cdot \delta t + \delta\rho_T + c \cdot \delta t_r + \varepsilon_\rho \\ \dot{\rho} = \dot{d} + c \cdot \delta \dot{t} + c \cdot \delta \dot{t}_r + \varepsilon_{\dot{\rho}} \end{cases} \quad (1)$$

由于地基伪卫星钟的精度比较高,一般具有准确的钟差模型,另外信号的传播延迟误差一般也具有准确的模型,因此可对测得的伪距和伪距变率进行修正以消除其中的伪卫星钟差、钟差变率及传播延迟误差等。则根据式(1),对应于第  $i$  号地基伪卫星,修正后的伪距和伪距变率测量方程可表示为:

$$\begin{cases} \rho(i) = d(i) + c \cdot \delta t_r + \varepsilon_\rho(i) \\ \dot{\rho}(i) = \dot{d}(i) + c \cdot \delta \dot{t}_r + \varepsilon_{\dot{\rho}}(i) \end{cases} \quad (2)$$

### 1.2 伪距和伪距变率精度观测量构造

由式(2)可知,为了统计伪距和伪距变率随机噪声的方差,需要从伪距和伪距变率观测量中扣除距离和距离变率及接收机钟差和钟差变率。

为估计伪距和伪距变率精度,需要通过其他方式测量飞行器的位置和速度。假定外测系统测得的飞行器位置为  $\mathbf{P}^M$ ,速度为  $\mathbf{V}^M$ ,则根据地基伪卫星的位置和速度可计算出飞行器至地基伪卫星

的距离  $d^M$  和距离变率  $\dot{d}^M$ 。另外接收机钟差和钟差变率可通过不同伪距和伪距变率间做差予以消除。根据以上分析,特构造伪距精度观测量  $\xi_\rho$  和伪距变率精度观测量  $\xi_{\dot{\rho}}$  为:

$$\begin{cases} \xi_\rho(i, j) \triangleq [\rho(i) - \rho(j)] - [d^M(i) - d^M(j)] \\ \xi_{\dot{\rho}}(i, j) \triangleq [\dot{\rho}(i) - \dot{\rho}(j)] - [\dot{d}^M(i) - \dot{d}^M(j)] \end{cases} \quad (3)$$

假定飞行器上测量伪距和伪距变率的天线相位中心的位置和速度为  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{V}$ 。通常情况下外测点与天线相位中心之间存在杆臂矢量  $\mathbf{l}$ ,而且外测系统存在位置和速度测量误差  $\nu_P$  和  $\nu_V$ 。即:

$$\begin{cases} \mathbf{P} = \mathbf{P}^M + \mathbf{l} - \nu_P \\ \mathbf{V} = \mathbf{V}^M + \dot{\mathbf{l}} - \nu_V \end{cases} \quad (4)$$

记为:

$$\begin{cases} \Delta\mathbf{P} = \mathbf{l} - \nu_P \\ \Delta\mathbf{V} = \dot{\mathbf{l}} - \nu_V \end{cases} \quad (5)$$

设地基伪卫星的位置和速度为  $\mathbf{r}$  和  $\mathbf{v}$ ,其至天线相位中心的单位方向矢量为  $\mathbf{e}$ ,至外测点的单位方向矢量为  $\mathbf{e}^M$ ,则可知:

$$\begin{cases} d = \mathbf{e} \cdot (\mathbf{P} - \mathbf{r}) \\ \dot{d} = \mathbf{e} \cdot (\mathbf{V} - \mathbf{v}) \\ d^M = \mathbf{e}^M \cdot (\mathbf{P}^M - \mathbf{r}) \\ \dot{d}^M = \mathbf{e}^M \cdot (\mathbf{V}^M - \mathbf{v}) \end{cases} \quad (6)$$

考虑到通常情况下  $|\Delta\mathbf{P}| \ll d^M$ ,则  $\mathbf{e}$  和  $\mathbf{e}^M$  之间有如下关系:

$$\mathbf{e} \approx \mathbf{e}^M + \frac{\Delta\mathbf{P}}{d^M} \quad (7)$$

将式(2)和式(6)代入式(3),并进行化简可得式(8)。

$$\begin{cases} \xi_\rho(i, j) \approx [\varepsilon_\rho(i) - \varepsilon_\rho(j)] + 2[\mathbf{e}^M(i) - \mathbf{e}^M(j)] \cdot \Delta\mathbf{P} + \left(\frac{1}{d^M(i)} - \frac{1}{d^M(j)}\right) \cdot |\Delta\mathbf{P}|^2 \\ \xi_{\dot{\rho}}(i, j) \approx [\varepsilon_{\dot{\rho}}(i) - \varepsilon_{\dot{\rho}}(j)] + [\mathbf{e}^M(i) - \mathbf{e}^M(j)] \cdot \Delta\mathbf{V} + \left(\frac{\mathbf{V}^M - \mathbf{v}(i)}{d^M(i)} - \frac{\mathbf{V}^M - \mathbf{v}(j)}{d^M(j)}\right) \cdot \Delta\mathbf{P} \end{cases} \quad (8)$$

记矢量  $[\mathbf{e}^M(i) - \mathbf{e}^M(j)]$  与矢量  $\Delta\mathbf{P}$  之间的夹角为  $\alpha_{ij}$ ,与矢量  $\Delta\mathbf{V}$  之间的夹角为  $\beta_{ij}$ ,矢量  $\Delta\mathbf{P}$  与矢量  $\left\{ \frac{\mathbf{V}^M - \mathbf{v}(i)}{d^M(i)} - \frac{\mathbf{V}^M - \mathbf{v}(j)}{d^M(j)} \right\}$  之间的夹角为  $\theta_{ij}$ ,第  $i$  号地基伪卫星与第  $j$  号地基伪卫星的距离为  $d_{ij}$ 。并且存在系数  $c_1, c_2, c_3$ ,令式(9)成立。

$$\begin{cases} c_1(i, j) = \sqrt{\frac{d_{ij}^2 - [d^M(i) - d^M(j)]^2}{d^M(i) \cdot d^M(j)}} \\ c_2(i, j) = \frac{1}{d^M(i)} - \frac{1}{d^M(j)} \\ c_3(i, j) = \left| \frac{\mathbf{V}^M - \mathbf{v}(i)}{d^M(i)} - \frac{\mathbf{V}^M - \mathbf{v}(j)}{d^M(j)} \right| \end{cases} \quad (9)$$

则式(8)可改写为:

$$\begin{cases} \xi_\rho(i, j) \approx [\varepsilon_\rho(i) - \varepsilon_\rho(j)] + 2c_1(i, j) \cdot \cos\alpha_{ij} \cdot |\Delta\mathbf{P}| + c_2(i, j) \cdot |\Delta\mathbf{P}|^2 \\ \xi_{\dot{\rho}}(i, j) \approx [\varepsilon_{\dot{\rho}}(i) - \varepsilon_{\dot{\rho}}(j)] + c_1(i, j) \cdot \cos\beta_{ij} \cdot |\Delta\mathbf{V}| + c_3(i, j) \cdot \cos\theta_{ij} \cdot |\Delta\mathbf{P}| \end{cases} \quad (10)$$

由式(9)可知在各地基伪卫星相对距离固定的情况下,飞行器距离地基伪卫星越远则系数  $c_1$ ,  $c_2$  和  $c_3$  越小,也就是说飞行器与地基伪卫星导航系统的定位构型越差则系数  $c_1, c_2, c_3$  越小。结合式(10)可知,这些系数越小则由外测系统定位定速误差和杆臂长度引起的  $|\Delta P|$  和  $|\Delta V|$  对  $\xi_\rho$  和  $\xi_\rho$  的影响就越小,  $\xi_\rho$  和  $\xi_\rho$  就能更加准确地反映出  $\varepsilon_\rho$  和  $\varepsilon_\rho$ 。在系数  $c_1, c_2, c_3$  足够小的情况下,式(10)可重写为:

$$\begin{cases} \xi_\rho(i, j) \approx \varepsilon_\rho(i) - \varepsilon_\rho(j) \\ \xi_\rho(i, j) \approx \varepsilon_\rho(i) - \varepsilon_\rho(j) \end{cases} \quad (11)$$

### 1.3 伪距和伪距变率精度估计

式(11)表明,在满足相应条件的情况下,观测测量  $\xi_\rho$  和  $\xi_\rho$  可认为仅由伪距和伪距变率的随机

$$\begin{pmatrix} \sigma_\rho^2(1) & \sigma_\rho^2(1) \\ \sigma_\rho^2(2) & \sigma_\rho^2(2) \\ \vdots & \vdots \\ \sigma_\rho^2(n) & \sigma_\rho^2(n) \end{pmatrix} = (\mathbf{H}^T \cdot \mathbf{H})^{-1} \cdot \mathbf{H}^T \cdot$$

噪声构成,因此通过统计  $\xi_\rho$  和  $\xi_\rho$  的均方差即可获取伪距和伪距变率的精度。记  $\xi_\rho$  和  $\xi_\rho$  的均方差分别为  $\sigma_{\xi(\rho)}$  和  $\sigma_{\xi(\rho)}$ ,则根据式(11)可知存在如式(12)所示关系。

$$\begin{cases} \sigma_{\xi(\rho)}^2(i, j) \approx \sigma_\rho^2(i) + \sigma_\rho^2(j) \\ \sigma_{\xi(\rho)}^2(i, j) \approx \sigma_\rho^2(i) + \sigma_\rho^2(j) \end{cases} \quad (12)$$

假定存在  $n$  个地基伪卫星,则根据式(12)可得到一系列的方程组,令方程组的系数矩阵为:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

则根据最小二乘原理可得各伪距和伪距变率的精度计算如式(13)所示。

$$\begin{pmatrix} \sigma_{\xi(\rho)}^2(1,2) & \sigma_{\xi(\rho)}^2(1,2) \\ \sigma_{\xi(\rho)}^2(1,3) & \sigma_{\xi(\rho)}^2(1,3) \\ \vdots & \vdots \\ \sigma_{\xi(\rho)}^2(n-1,n) & \sigma_{\xi(\rho)}^2(n-1,n) \end{pmatrix} \quad (13)$$

## 2 仿真验证

为验证提出的伪距和伪距变率精度估计方法的有效性和适用性,现进行仿真试验。仿真试验主要分成两部分:第一部分用来验证本方法的有效性,即是否能有效地估计出对应于各地基伪卫星的伪距和伪距变率的精度;第二部分用来验证本方法的适用性,即分析外测系统精度和杆臂长度对本方法估计精度的影响。

### 2.1 仿真条件

地基伪卫星导航系统的设置采用文献[10]中的参数。在第一部分仿真试验中对应各地基伪卫星的伪距精度分别设置为 2.5m, 3.0m, 3.2m, 3.6m 和 4.0m,相应的伪距变率精度分别设置为 0.1m/s, 0.2m/s, 0.3m/s, 0.4m/s 和 0.5m/s,并且设置外测系统的定位精度为 10.0m,定速精度为 0.2m/s,外测点与天线相位中心间的杆臂长度为 2.0m。第二部分仿真试验中伪距精度均设置为 3.0m,伪距变率精度均设置为 0.2m/s,同时设置外测系统的定位精度变化范围为 1~20m,定速精度变化范围为 0.1~1.0m/s,杆臂长度变化范围为 0.1~4.0m。

根据前面的分析,飞行器距地基伪卫星导航系统的距离越远,系数  $c_1, c_2, c_3$  对精度分析的影响就越小,因此设计飞行器的飞行轨迹如图 1 所示。图 2 为飞行过程中系数  $c_1, c_2, c_3$  的变化情况。由图 2 可知,整个飞行过程中  $c_1$  大部分都小

于 0.2,  $c_2$  都在  $10^{-4}$  量级变化,  $c_3$  大部分都在  $10^{-3}$  量级变化。

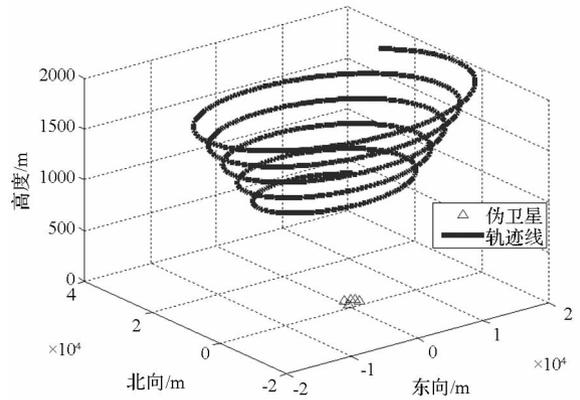


图 1 飞行器的飞行轨迹  
Fig. 1 The simulation flight track

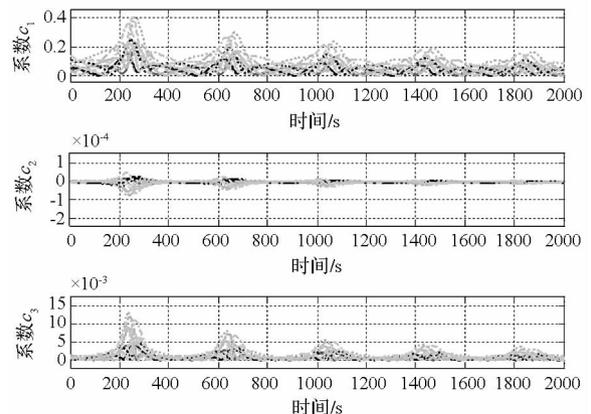


图 2 各系数的变化情况  
Fig. 2 The movement of the coefficients

### 2.2 有效性分析

根据式(3)和式(13)可得到对应于各地基伪卫星的伪距和伪距变率精度的估计值如表1所示。表1中,伪距和伪距变率精度的估计值与设计值都

很接近,最大相对误差的绝对值不超过5%,而且各伪距和伪距变率精度间的差异也被准确地估计出来。这表明提出的精度估计方法可有效地估计和分辨各伪距和伪距变率的精度。

表1 伪距和伪距变率精度设计值与估计值的比较

Tab.1 The comparison between the precision estimates and design values of pseudorange and pseudorange variability

地基伪卫星编号		1	2	3	4	5
伪距精度	设计值(m)	2.5	3.0	3.2	3.6	4.0
	估计值(m)	2.4769	3.0143	3.1635	3.6564	4.0993
	相对误差	-0.92%	0.48%	-1.14%	1.52%	2.48%
伪距变率精度	设计值(m/s)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
	估计值(m/s)	0.0997	0.2028	0.2981	0.4011	0.5041
	相对误差	-0.30%	1.40%	-0.63%	0.28%	0.82%

### 2.3 适用性分析

外测系统的定位精度 $\sigma_p$ 、定速精度 $\sigma_v$ 和杆臂长度 $l$ 对伪距和伪距变率精度估计的影响如图3~6所示。为了显示这些因素的影响程度,图中给出的相对误差是取绝对值后的大小。

由图3和图4可知,随着外测系统定位精度的降低,伪距精度估计值的相对误差越来越大,但对伪距变率精度估计值的相对误差影响不大,而且当定速精度不低于20.0m时,伪距精度估计值的相对误差在5%以内;随着外测系统定速精度的降低,伪距变率精度估计值的相对误差越来越大,但对伪距精度估计值的相对误差影响不大,而且当定速精度不低于1.0m/s时,伪距变率精度估计值的相对误差基本在5%以内。

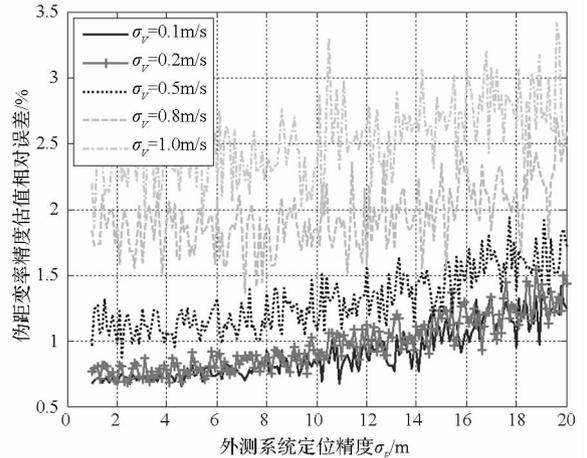


图4 外测精度对伪距变率精度估计的影响( $l=2.0\text{m}$ )  
Fig.4 The effect of the external measurement accuracy on the precision estimate of pseudorange variability( $l=2.0\text{m}$ )

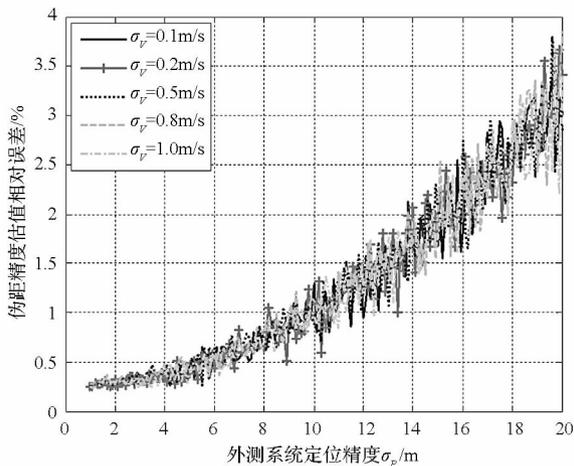


图3 外测精度对伪距精度估计的影响( $l=2.0\text{m}$ )  
Fig.3 The effect of the external measurement accuracy on the precision estimate of pseudo range( $l=2.0\text{m}$ )

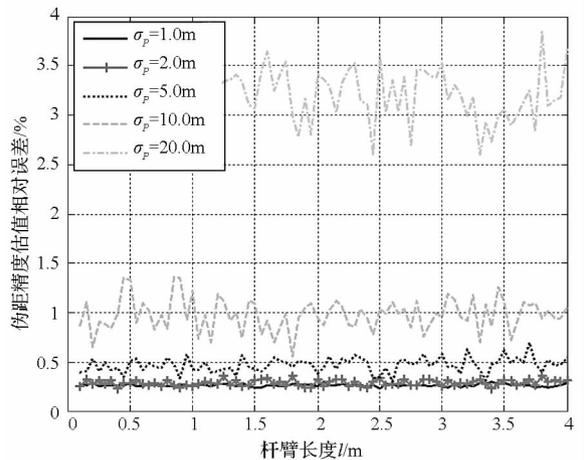


图5 杆臂长度对伪距精度估计的影响( $\sigma_v=0.2\text{m/s}$ )  
Fig.5 The effect of the arm length on the precision estimate of pseudo range( $\sigma_v=0.2\text{m/s}$ )

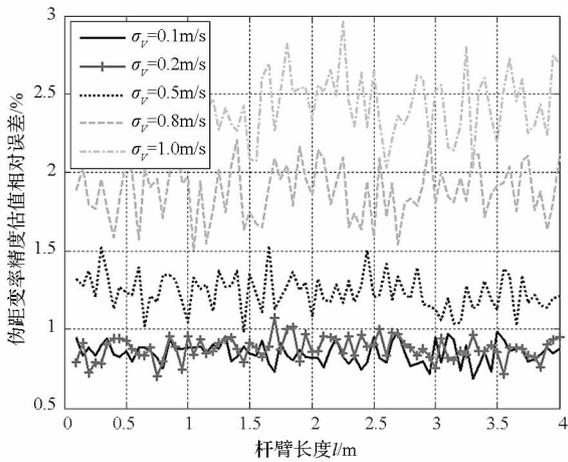


图 6 杆臂长度对伪距变率精度估值的影响 ( $\sigma_p = 10.0\text{m}$ )

Fig. 6 The effect of the arm length on the precision estimate of pseudorange variability ( $\sigma_p = 10.0\text{m}$ )

由图 5 和图 6 可知,杆臂长度在 4.0m 以内变化时,其对伪距和伪距变率精度的估计值基本上没有影响。

以上仿真结果表明,所提的伪距和伪距变率精度估计方法可以有效地估计出各伪距和伪距变率的精度,而且在外测系统定位定速精度不高且存在杆臂的情况下依然具有较好的估计精度,这充分说明本方法具有较强的适用性。

### 3 结论

通过构造伪距和伪距变率精度观测量提出了一种适用于地基伪卫星导航系统的伪距和伪距变率精度的估计方法,这种估计方法在外测系统定位定速精度不高且存在杆臂的情况下仍然可以获得较好的估计效果。仿真试验表明,在特定的飞行轨迹条件下本方法可以有效准确地估计出各伪距和伪距变率的精度,而且在外测系统定位精度不低于 20.0m、定速精度不低于 1.0m/s 和杆臂在 4.0m 以内时,伪距和伪距变率精度估计值的相对误差在 5% 以内。

### 参考文献 (References)

[1] 温永智. 高轨自动转移飞行器导航方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011.

- WEN Yongzhi. Navigation methods for automated transfer vehicle on high earth orbits [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011. (in Chinese)
- [2] Cobb S, O' Connor M. Pseudolite: enhancing GPS with ground-based transmitters[J]. GPS World, 1998, 9(3): 55 - 60.
- [3] Wang J L. Pseudolite application in positioning and navigation: progress and problems [J]. Journal of Global Positioning Systems, 2002, 1(1): 48 - 56.
- [4] 黄声享, 刘贤三, 刘文建, 等. 伪卫星技术及其应用[J]. 测绘信息与工程, 2006, 31(2): 49 - 51.
- HUANG Shengxiang, LIU Xiansan, LIU Wenjian, et al. Discussion on the pseudolite technology and its applications [J]. Journal of Geomatics, 2006, 31(2): 49 - 51. (in Chinese)
- [5] 籍利平. 基于北斗导航卫星的伪卫星技术在区域定位中的应用[J]. 测绘科学, 2002, 27(4): 53 - 55.
- Ji Liping. An application of pseudo satellite technology based on the beidou navigation satellite in local positioning [J]. Science of Surveying and Mapping, 2002, 27(4): 53 - 55. (in Chinese)
- [6] 杨元喜. 北斗卫星导航系统的进展贡献与挑战[J]. 测绘学报, 2010, 39(1): 1 - 6.
- YANG Yuanxi. Progress, contribution and challenges of compass/beidou satellite navigation system [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2010, 39(1): 1 - 6. (in Chinese)
- [7] 韩春好, 刘利, 赵金贤. 伪距测量的概念定义与精度评估方法[J]. 宇航学报, 2009, 30(6): 2421 - 2425.
- HAN Chunhao, LIU Li, ZHAO Jinxian. Conception, definition and evaluation of pseudo-range measurement [J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(6): 2421 - 2425. (in Chinese)
- [8] 程鹏飞, 李玮, 秘金钟. 北斗导航卫星系统测距信号的精度分析[J]. 测绘学报, 2012, 41(5): 690 - 695.
- CHENG Pengfei, LI Wei, BI Jinzhong. Precision analysis of beidou range measurement signals [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2012, 41(5): 690 - 695. (in Chinese)
- [9] Chen L, Zhao Q L, Hu Z G, et al. Preliminary analysis on pseudorange data quality and positioning accuracy of beidou satellite navigation system[C]//Proceedings of China Satellite Navigation Conference, 2012, 21 - 30.
- [10] 吕汉峰, 张良, 吴杰. 基于接收机钟差约束的地基伪卫星导航改进方法[J]. 国防科学技术大学学报, 2014, 36(2): 68 - 72.
- LYU Hanfeng, ZHANG Liang, WU Jie. An improved approach for positioning of ground-based pseudolite navigation system based-on receiver's clock error restriction[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2014, 36(2): 68 - 72. (in Chinese)