

## 应用改进的线性预测算法构建虚拟阵的精确定向方法\*

熊宏锦<sup>1,2</sup>,苑秉成<sup>2</sup>,胡伟文<sup>3</sup>,饶喆<sup>2</sup>

(1. 海军装备部驻重庆地区军事代表局,重庆 400042; 2. 海军工程大学兵器工程系,湖北武汉 430033;

3. 海军工程大学理学院,湖北武汉 430033)

**摘要:**为了克服传统线性预测(Linear Prediction, LP)算法在构建虚拟阵过程中存在预测误差容易累积的弊端,提出了一种能够更充分利用实阵信息量的改进 LP 算法来构建虚拟阵。采用实际基阵方法、传统 LP 虚拟阵方法和改进 LP 虚拟阵方法分别对假定基阵的波束性能进行计算机仿真及对湖试数据进行处理成像,研究表明,与传统 LP 方法相比,改进的 LP 方法能够有效地抑制波束旁瓣,进一步提高了基阵的角度分辨力和阵增益,将其运用于特定试验背景下的实际湖底目标声探测,方向分辨精度可提高 75%。

**关键词:**线性预测;虚拟阵;波束性能;抑制旁瓣;目标探测;定向

中图分类号:TN911 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2015)01-142-06

## Precise bearing method of building virtual array with the improved linear prediction algorithm

XIONG Hongjin<sup>1,2</sup>, YUAN Bingcheng<sup>2</sup>, HU Weiwen<sup>3</sup>, RAO Zhe<sup>2</sup>

(1. Military Representative office of Naval Equipment Department in Chongqing, Chongqing 400042, China;

2. Department of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

3. College of Science, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** In order to overcome the disadvantages of the traditional LP (Linear Prediction) algorithm that brought the cumulation of prediction errors in the process of building a virtual array, a kind of improved LP algorithm was proposed, with which we could make full use of the information of the real array in the virtual array building. Respectively through the actual array method, the traditional LP virtual array method and the improved LP virtual array method, the beam performance of assumed array was simulated and the data from lake trial was dealt with to form the imaging of echo highlights. Result shows that the improved LP method is more effective than the traditional LP method in suppressing the side-lobe of wave beams, and further improves the angle resolution and array gain. And when the improved LP method is applied to practical engineering for bottom target detection under specific experimental background, the directional resolution accuracy can be increased by 75%.

**Key words:** linear prediction; virtual array; the beam performance; the side-lobe suppression; target detection; bearing

分辨力是目标探测研究的主要指标之一<sup>[1]</sup>。在浅海目标探测中,常规声信号处理技术受到 Rayleigh 准则的限制,要提高分辨力就只有增加基阵的阵元个数或增大基阵的有效孔径<sup>[2-5]</sup>。但在实际工程应用中,由于基阵受到各种体积尺寸的条件限制,单纯依靠增大基阵孔径来提高分辨力的做法,难以满足实际需要<sup>[6]</sup>,因此,研究在有限阵元基础上使基阵获取优良波束性能的技术显得尤为重要。

自 20 世纪 90 年代初,华盛顿大学应用物理实验室的 Friedlander 提出通过对线列实阵进行线性内插运算来构建虚拟阵以实现 DOA 估计的方法<sup>[7]</sup>,采用虚拟阵技术提高分辨力的手段开始进

入人们的视野。西北工业大学的李平安等采用虚拟插值技术对 UN-ESRIT 算法进行扩展<sup>[8]</sup>,简化了 ESRIT 算法所需的阵列结构。哈尔滨工业大学的严峰刚等探索了通过 S-MUSIC 算法实现虚拟阵用于快速分辨近距离目标方位<sup>[9]</sup>。但是,这些高分辨算法都是对阵列的采样协方差矩阵进行特征分解<sup>[10]</sup>,破坏了信号本身的一些特点,而且这些方法对阵元间的不一致性比较敏感,直接影响到基阵接收信号的后续处理结果。近年来有学者提出基于线性预测(Linear Prediction, LP)的虚拟阵方法。杭州应用声学研究所的胡鹏等通过求解 Wiener-Hopf 方程得到的 LP 系数,进行预测虚拟阵元<sup>[11]</sup>。电子科技大学的王文昌等提出了

\* 收稿日期:2014-06-03

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61074191);国家部委基金资助项目(51303020308)

作者简介:熊宏锦(1987—),男,江西南昌人,工程师,博士, E-mail: Andy\_Sto@126.com

一种基于线性预测的自适应波束形成方法<sup>[12]</sup>。西北工业大学王明宇等利用LP算法研究了基于非等间距矢量阵的虚拟阵元技术<sup>[13]</sup>。西北工业大学的侯云山等研究了基于线性预测的ETAM水下目标方位估计方法<sup>[14]</sup>。但是,传统的LP方法在构建虚拟阵时,对已有的实际阵元数据利用不充分,致使波束形成时容易产生较大的误差。本文在传统LP方法的基础上,做了改进,在构建每个虚拟阵元时都能充分利用实际基阵所包含的信息量,进一步抑制了基阵的波束旁瓣,降低输入信噪比门限,提高了基阵的波束性能。本文对实际基阵方法、传统LP虚拟阵方法及改进LP虚拟阵方法进行了计算机仿真和湖试试验验证,验证了本文所改进方法在湖底目标探测和目标定位精度应用中的有效性和优越性。

## 1 传统的LP虚拟阵方法

### 1.1 LP算法

线性预测算法是时间序列分析中的一种常用方法<sup>[15-18]</sup>,分前向预测和后向预测,鉴于两种理论模型类似,这里讨论前向LP方法。

设信号的输出样本为 $x(n)$ ,由在 $n$ 时刻之前的 $p$ 个(已知的)输出样本来预测,记预测值 $\hat{x}(n)$ 和真值 $x(n)$ 之间的误差为 $e(n)$ ,则有:

$$e(n) = \hat{x}(n) - x(n) \quad (1)$$

$$\hat{x}(n) = - \sum_{i=1}^p c_i x(n-i) \quad (2)$$

总的预测误差功率为:

$$\begin{aligned} \rho &= E\{(e(n))^2\} \\ &= E\left\{ \left[ x(n) + \sum_{i=1}^p c_i x(n-i) \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

根据线性最小均方误差估计的正交原理<sup>[19]</sup>,在式(3)中,为得到使 $\rho$ 最小的 $\{c_i\}$ ,应使 $e(n)$ 和 $\{x(n-i)\}$ 正交,即

$$E[e(n)x(n-i)] = 0, i = 1, 2, \dots, p \quad (4)$$

由此可得:

$$r_x(k) = - \sum_{i=1}^p c_i r_x(k-i), k = 1, 2, \dots, p \quad (5)$$

$$\rho_{\min} = E[e(n)x(n)] = r_x(0) + \sum_{i=1}^p c_i r_x(i) \quad (6)$$

式(5)和式(6)是LP的Wiener-Hopf方程。通过求解该方程可以解出前向LP系数 $\{c_i\}$ 。

### 1.2 传统的LP方法构建虚拟阵

现以阵元间距为 $d$ 的 $N$ 元均匀线列阵为例,如图1所示,基阵原有的阵元用实心表示,记为

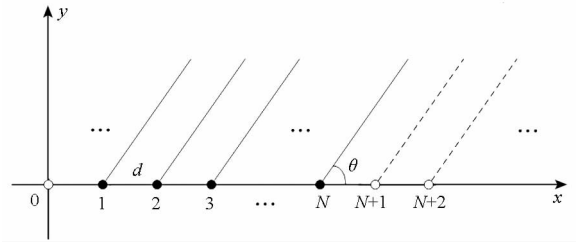


图1 均匀线列阵的虚拟阵构建示意图

Fig.1 Scheme of building virtue array of equal linear array

$i = 1, 2, \dots, N$ ,虚拟阵元分布在其左右两侧,用空心点表示,记为 $i = \dots, -1, 0$ 或 $N+1, N+2, \dots$ 。入射信号CW信号为 $s(t)$ ,入射方向为 $\theta$ ,以第1个阵元为参考阵元,则第 $j$ 个实阵元的接收信号可表示为<sup>[20]</sup>:

$$x_j(t) = s_j(t - \tau_j) + n_j(t) \quad (7)$$

式(7)中, $\tau_j = (j-1)d\cos\theta/c$ 为信号到达第 $j$ 个阵元的时延, $n_j(t)$ 为加性噪声。

现按照上述前向LP的方法,利用 $N$ 个实阵元的接收信号向右虚拟出第 $N+1$ 个阵元。

对于某个时刻 $t_0$ ,存在:

$$\mathbf{x}_N = -[c_1, c_2, \dots, c_{N-1}] \cdot [x_{N-1}, x_{N-2}, \dots, x_1]^T \quad (8)$$

$\{c_i\}$ 为前向LP系数。根据线性相关理论,即可求出 $\{c_i\}$ 。且:

$$c_1 + c_2 + \dots + c_{N-1} = 1 \quad (9)$$

则对于相应时刻 $t_0$ ,可求出基阵第 $N+1$ 个虚拟阵元上的接收数据表示为:

$$\mathbf{x}_{N+1}^T = - \sum_{k=1}^{N-1} c_k \mathbf{x}(n-k+1)^T \quad (10)$$

依次类推,可继续求出第 $N+1, N+2, \dots$ 个虚拟阵元上的接收数据。

## 2 改进的LP算法及虚拟阵的构建

对实际阵元接收数据进行线性叠加,所得虚拟阵元中的噪声与各实际阵元接收噪声的相关性减弱,加之基阵孔径在虚拟意义上得到扩大,有利于波束方向性的锐化。

但是,采用传统的LP方法构建虚拟阵时,每个虚拟阵元都是由其前 $N$ 个(实际或虚拟)阵元进行预测得到,如此逐个进行下去,将导致随着虚拟阵元数越多,构建过程中用到的实阵有效数据越少,预测误差逐个累积致使形成波束易产生较大偏差。另外,传统的LP方法在构建虚拟阵时,从实阵数据得到的LP系数被重复用于每个虚拟阵元的构建,即从一个虚拟阵元到下一个虚拟阵

元的构建中,LP 系数保持不变,这显然不合理。

为了充分利用实阵的接收数据,使虚拟的阵元数据更贴近实际,现对传统 LP 算法做改进:每次线性预测都用  $\hat{x}(n)$  前面所有的实阵元和虚拟阵元数据。

以构建第  $N+q$  个虚拟阵元为例,之前的  $N+q-1$  个阵元数据全部参与线性预测。

利用 1.2 节所述的方法计算出前向 LP 系数  $\{c_i\}$  后,代入式(11)得到第  $N+q$  个虚拟阵。

$$\mathbf{x}_{N+q}^T = - \sum_{k=1}^{N+q-2} c_k \mathbf{x}(n+q-k)^T \quad (11)$$

接着构建第  $N+q+1$  个虚拟阵元,按上述方法,存在某个时刻  $t_0$ ,有:

$$\mathbf{x}_{N+q+1}^T + \sum_{k=1}^{N+q-1} c_k \mathbf{x}(n+q-k)^T = 0 \quad (12)$$

为了便于与式(11)对比,把式(12)写成:

$$\mathbf{x}_{N+q}^T + \sum_{k=1}^{N+q-2} c_k \mathbf{x}(n+q-k)^T + c_{N+q-1} \mathbf{x}_1^T = 0 \quad (13)$$

为了确保能求得一组全新的 LP 系数,必须使  $c_{N+q-1} \neq 0$ ,即令  $x_1$  对应的 LP 系数不为零。

为了进一步充分利用原有阵元的接收数据,在预测第  $N+1$  个阵元时,做以下改进。

如图 2 所示,实心点的  $N$  元均匀线列阵,空心点为虚拟阵元。将  $N$  个阵元的均匀线列阵分成相互交错的  $m$  个子阵,每个子阵的阵元数分别为  $n, n+1, \dots, N$ ,即有  $N = m + n - 1$ 。

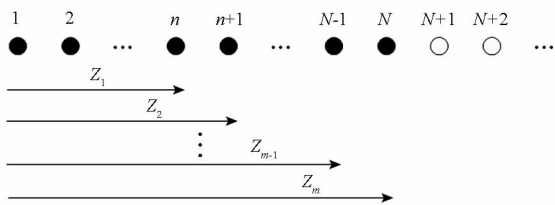


图 2 时空联合线性预测示意图

Fig. 2 Scheme of adaptive linear prediction

以子阵  $Z_1$  为例,利用改进方法构建出第  $n+1$  个虚拟阵元,记为  $\hat{x}_{n+1}$ ,取其与真实值  $x_{n+1}$  的相差系数  $g_1$  为:

$$g_1 = g'_1 \cdot \frac{\|\hat{x}_{n+1} - x_{n+1}\|_2}{\|x_{n+1}\|_2} \quad (14)$$

其中  $g'_1$  的取值如式(15)所示。

$$g'_1 = \begin{cases} -1, & \|\hat{x}_{n+1}\|_2 - \|x_{n+1}\|_2 > 0 \\ 1, & \|\hat{x}_{n+1}\|_2 - \|x_{n+1}\|_2 \leq 0 \end{cases} \quad (15)$$

接着利用子阵  $Z_2$  的数据来构建第  $n+2$  个虚拟阵元,对虚拟阵元的数据进行调整:

$$(1 + g'_1) \mathbf{x}_{n+2}^T = - \sum_{k=1}^n c_k \mathbf{x}(n+2-k)^T \quad (16)$$

以此类推,求得  $Z_2, Z_3, \dots, Z_{m-1}$  相对应的调整系数  $g'_2, g'_3, \dots, g'_{m-1}$ ,并最终得到第  $N+1$  个虚拟阵元  $\hat{x}_{N+1}$ 。

由于实阵元只有  $N$  个,在构建第  $N+2$  个虚拟阵元及以后的阵元时,仍采用式(13)的改进方法进行构建。

依此类推,可求得任意虚拟阵元上的接收数据。且每个虚拟阵元的构建都用到了全部实阵的接收数据,更大程度地利用了原有基阵所包含的信息量。

### 3 仿真与分析

假定均匀线列阵由 8 个各向同性的相同阵元组成,阵元间距为  $d = 0.08\text{m}$ ,入射信号为  $f = 10\text{kHz}$ ,  $T = 1\text{s}$ ,  $\tau = 5\text{ms}$  的 CW 信号,水中声速为  $1500\text{m/s}$ ,波束定向于  $0^\circ$  方向。

按照上述方法,分别在 8 元线列阵的前后构建 4 个虚拟阵元,对其进行波束形成处理后,可分别仿真出实阵元的波束方向性图,以及传统 LP、改进的 LP 方法得到的虚拟阵波束方向性图,如图 3 所示。

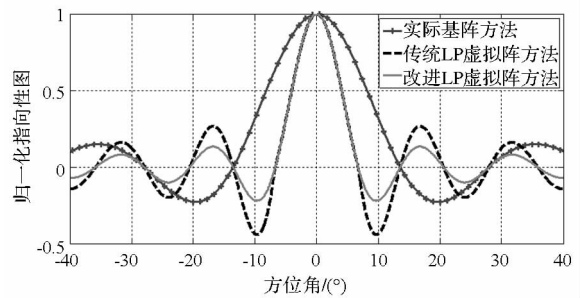


图 3 三种方法波束形成后的方向性对比图

Fig. 3 Contrast of the array directivity after beamforming through three methods

在均匀高斯白噪声背景下,输入信噪比从  $-10 \sim 10\text{dB}$  时,得到三种方法波束形成后的输出信噪比,如图 4 所示。

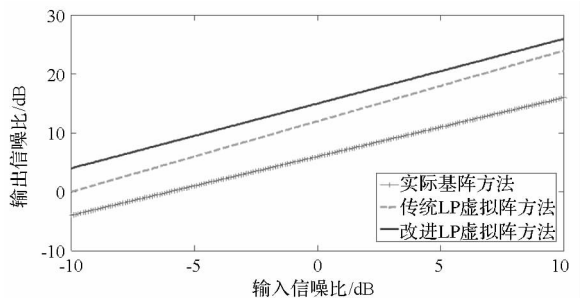


图 4 三种方法的输出信噪比对比图

Fig. 4 Contrast of the output SNR in three methods

由图 3 可看出,相对于传统 LP 方法,改进的

LP方法输出的波束不仅主瓣宽度窄,而且旁瓣较低。这说明改进的LP方法具有更好的角度分辨力。

由图4可看出:改进的LP方法构建的虚拟阵得到的输出信噪比高于LP方法和实际基阵;随着输入信噪比的提高,LP方法相对于实际基阵的输出信噪比优势越发明显,但改进的LP方法相对于传统LP方法的输出信噪比优势变小。这意味着改进的LP方法可获得更大的阵增益,尤其是在输入信噪比较低的情况下。

图5给出了波束主瓣宽度与虚拟阵元个数的变化曲线。随着虚拟阵元个数的增加,由于LP方法本身的预测误差和实际噪声的影响,波束宽锐化的趋势越来越不明显,最后趋于稳定。通过反复仿真实验得知,在构建虚拟阵时,虚拟阵元数一般取实际阵元数的2.5倍,效果比较理想。

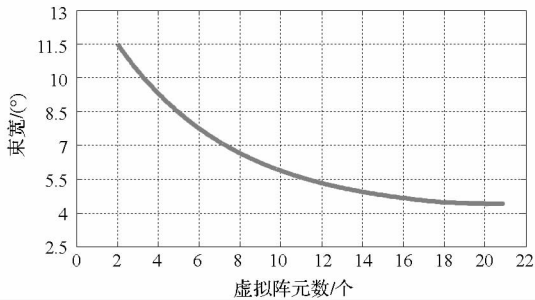


图5 束宽与虚拟阵元个数的关系曲线

Fig. 5 Relationship curve between beamwidth and the number of virtue array

## 4 湖试试验数据处理及分析

对于一种数据处理方法,若它能同时提高角度分辨力和阵增益,这无疑可以大大提高目标探测精度。

### 4.1 试验工况

试验在武汉市木兰湖进行,木兰湖水域较为辽阔,平均水深15m左右,湖底主要为淤泥底质,较平坦。湖试目标是探测全掩埋在湖底淤泥中的圆柱铁桶,铁桶长2m,直径0.5m,在其上方系住一个浮球,基阵对准浮球方向进行照射,试验布局场景图如图6所示。发射信号为频率10kHz、周期1s、脉宽2ms的CW信号,收发合置基阵为 $8 \times 2$ 小型平面阵,上下两排共16个,阵元间隔为8cm,上下阵元并联,基阵入水距湖底垂直距离约10m,斜向下大致正对目标,铁桶与基阵距离约37m。基阵接收到铁桶的回波信号后经滤波放大存放于采集记录系统。

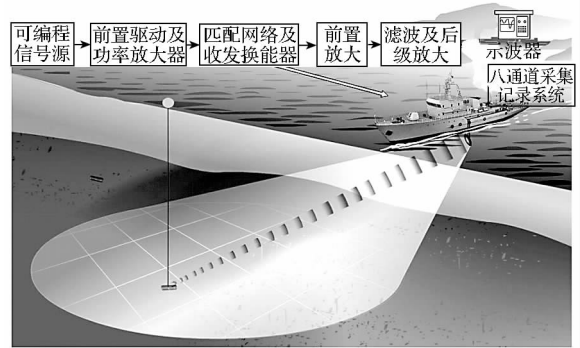


图6 湖试试验布局场景模拟图

Fig. 6 The simulant diagram of the layout and scene in lake test

### 4.2 数据处理成像结果及分析

图7是采用实际基阵的接收数据进行处理得到的成像图,图8和图9是分别采用传统LP方法和本文方法,在实际基阵两边同时构建了10个虚拟阵元后进行处理得到的成像图。

可以明显看出三种方法都能检测到目标(铁桶位于37m附近),且图6、图7和图8中的目标回波亮点依次更精确清晰。

图7中,除了目标回波亮点外,另一个亮点是由湖底偶然存在的小鼓包所产生。由图3可知,此时的基阵波束宽度较宽,而小鼓包位于 $(-4^\circ, -12^\circ)$ 的波束内,且其强度接近于目标亮点,因此,小鼓包也被包含进主波束并形成亮点。

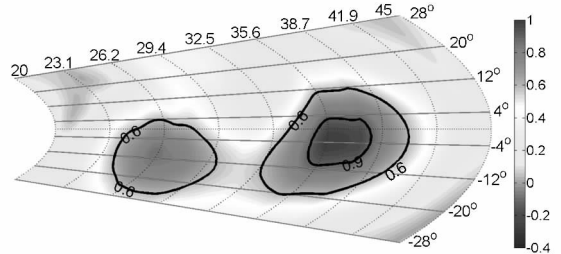


图7 实际基阵的接收数据成像图

Fig. 7 The imaging of echo highlights formed by receiving data of the actual array

图8中,目标回波亮点和小鼓包亮点相比图7更加清晰精确。在实际基阵形成波束的基础上,通过传统LP方法锐化了基阵的束宽,故两个亮点区域的尺寸明显减小。同时,由于目标位于 $(0^\circ, -4^\circ)$ 的波束内,小鼓包位于 $(-4^\circ, -12^\circ)$ 的波束内,此时基阵几乎正对着目标方向,且主瓣宽度在 $5^\circ$ 左右,于是小鼓包亮点在主瓣之外而被较大地抑制。另一方面,由图3可知传统LP方法存在高旁瓣的弊端,使其对小鼓包亮点的抑制受到一些影响。

图9相比图8,目标回波亮点的方位精度进

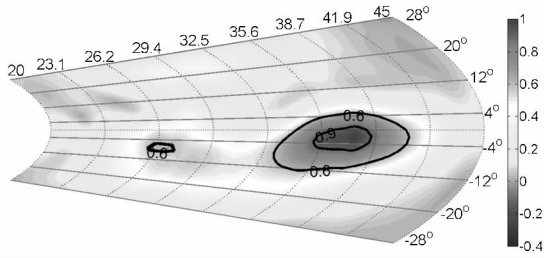


图 8 传统 LP 虚拟阵的接收数据成像图  
Fig. 8 The imaging of echo highlights formed by receiving data of the traditional LP virtue array

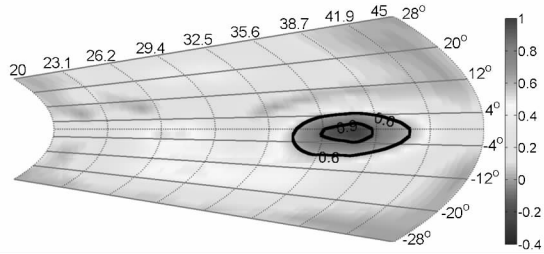


图 9 改进 LP 虚拟阵的接收数据成像图  
Fig. 9 The imaging of echo highlights formed by receiving data of the improved LP virtue array

一步提高,且小鼓包亮点“消失”。在图 8 成像基础上,采用改进的 LP 方法,每预测一个虚拟阵元都充分利用全部实阵的接收数据,有效抑制了波束的旁瓣,把旁瓣中的小鼓包回波强度进一步削弱,效果较明显。

容易看出,该试验处理结果与实际目标真实方位相符,且与前文的仿真结果一致,进一步验证了改进的 LP 方法相对于传统 LP 方法在目标探测精度上(分辨力和增益)的优越性。

### 4.3 方向分辨精度分析

为便于对本文试验数据处理结果进行精确对比分析,分别画出 0.6 和 0.9 等高线,成像后等高线所占亮点区域大小具体见表 1 和表 2。表中的  $r$  表示亮点区域在距离轴所占长度,单位为 m;  $\theta_a$  表示亮点区域在方向轴所占宽度,单位为  $^\circ$ 。

表 1 成像图中 0.6 等高线所占亮点区域尺寸  
Tab. 1 Dimension of echo highlights in 0.6 contour line of imagings

$r \times \theta_a$	目标亮点	小鼓包亮点
实际基阵成像	7.8 × 32	6.3 × 29
传统 LP 虚拟阵成像	7.6 × 16	1.6 × 4
改进 LP 虚拟阵成像	6.5 × 12	0 × 0

现以成像图中的 0.9 等高线所占亮点作为铁桶可能的位置区域。由于本文只在基阵的水平方向上运用了 LP 虚拟阵方法,于是 0.9 等高线在距

离轴上所占的尺度都是 3.1m,因此三种方法的距离分辨精度相同。现仅对目标方向分辨精度进行讨论。

表 2 成像图中 0.9 等高线所占亮点区域尺寸  
Tab. 2 Dimension of echo highlights in 0.9 contour line of imagings

$r \times \theta_a$	目标亮点	小鼓包亮点
实际基阵成像	3.1 × 13	0 × 0
传统 LP 虚拟阵成像	3.1 × 7	0 × 0
改进 LP 虚拟阵成像	3.1 × 4	0 × 0

假设基阵照射方向为铁桶的正横方向,则铁桶在方向轴所占角度宽度  $\theta_t$  约为:

$$\theta_t = \arcsin\left(\frac{2}{37}\right) \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 3.1^\circ \quad (17)$$

可求得三种方法的目标方向分辨精度,见表 3。

表 3 目标方向分辨精度对比  
Tab. 3 Contrast of the directional resolution accuracy

$\theta_t/\theta_a$	方向分辨精度
实际基阵成像	0.238
传统 LP 虚拟阵成像	0.443
改进 LP 虚拟阵成像	0.775

由表 3 可知,传统 LP 虚拟阵方法比实际基阵成像的方向分辨精度提高了 86%,改进 LP 虚拟阵方法比传统 LP 虚拟阵方法的方向分辨精度提高了 75%,改进 LP 虚拟阵方法比实际基阵成像的方向分辨精度提高了 225%。

## 5 结论

在介绍传统的 LP 算法后,分析了其在构建虚拟阵过程中存在不能充分利用已有实际阵元所有信息量并容易引起累积误差的问题,提出一种改进 LP 算法来构建虚拟阵。对实际基阵方法、传统 LP 虚拟阵方法和改进 LP 虚拟阵方法进行了计算机仿真,仿真结果显示,与传统 LP 方法相比,改进的 LP 方法抑制了波束旁瓣,进一步提高了基阵的角度分辨力和阵增益。利用三种方法分别对木兰湖湖试数据进行处理,成像图对比结果表明,将改进的 LP 方法应用于实际工程进行湖底目标探测,有利于得到更精确的目标方位,验证了本文改进方法的有效性和优越性。

由于收发基阵等试验硬件条件的限制,本文在试验数据验证时仅采用了基阵水平方向上的

LP 虚拟方法,目标方向分辨精度较常规方法提高了 225%,可以想象,在基阵垂直方向上运用本文方法也可提高目标距离分辨精度,其可行性以及数据处理效果有待下一步研究。

## 参考文献 (References)

- [1] Gaudette J E, Klopper L N, Warnecke M, et al. High resolution acoustic measurement system and beam pattern reconstruction method for bat echolocation emissions [J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2014, 135(1): 513-520.
- [2] 杨德森,朱中锐,时胜国,等. 声矢量圆阵相位模态域目标方位估计[J]. *声学学报*, 2014, 39(1): 19-25.  
YANG Desen, ZHU Zhongrui, SHI Shengguo, et al. Direction-of-arrival estimation based on phase modal space for a uniform circular acoustic vector-sensor array[J]. *Acta Acustica*, 2014, 39(1): 19-25. (in Chinese)
- [3] Duan J T, Huang Y, Liu J Y. Kind of synthetic aperture sonar using multidimensional waveform encoding [J]. *Chinese Journal of Acoustics*, 2013, 38(4): 453-458.
- [4] 马超,乔纯捷,王跃科. 水下监测系统中的特殊均匀圆阵特性分析[J]. *国防科技大学学报*, 2014, 36(1): 131-136.  
MA Chao, QIAO Chunjie, WANG Yueke. Performance analysis on a special uniform array of underwater monitoring system [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2014, 36(1): 131-136. (in Chinese)
- [5] Wang X H, Chen J F, Han J. Performance analysis of DOA estimation of vector hydrophone array based on ESPRIT algorithm[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2013, 35(3): 481-486.
- [6] Mañosas-Caballú M, Vicario J L, Seco-Granados G. On the performance of deterministic beamformers: A trade-off between array gain and attenuation [J]. *Signal Processing*, 2014, 94(1): 158-162.
- [7] Friedlander B. Direction finding using an interpolated array[J]. *Signal Processing Technol*, 1990, 3(5): 2951-2954.
- [8] 李平安,许家栋. 一种估计信号源方向的虚拟阵列方法[J]. *西北工业大学学报*, 1999, 17(4): 505-508.  
LI Pingan, XU Jiadong. A virtual array based technique for direction finding [J]. *Journal of northwest ernpoly technical university*, 1999, 17(4): 505-508. (in Chinese)
- [9] Yan F G, Jin M, Qiao X L. Source localization based on symmetrical MUSIC and its statistical performance analysis[J]. *Science China (Information Sciences)*, 2013, 56(6): 1-13.
- [10] 王永良,陈辉,万山虎. 一种有效的超分辨空间谱估计方法:虚拟阵列变换法[J]. *中国科学 E 辑:技术科学*, 1999, 29(6): 518-524.  
WANG Yongliang, CHEN Hui, WAN Shanhu. An effective DOA method via virtual array transformation [J]. *Science in China (Series E: Technological Sciences)*, 1999, 29(6): 518-524. (in Chinese)
- [11] 胡鹏,杨益新,杨士莪. 基于线性预测的虚拟阵元波束形成[J]. *声学技术*, 2007, 26(4): 714-717.  
HU Peng, YANG Yixin, YANG Shi'e. Virtual array beamforming based on linear prediction [J]. *Technical Acoustics*, 2007, 26(4): 714-717. (in Chinese)
- [12] 王文昌,李雷,刘春静等. 基于线性预测和空间平滑的自适应波束形成技术[J]. *航天电子对抗*, 2009, 29(5): 50-52.  
WANG Wenchang, LI Lei, LIU Chunjing. Adaptive beamforming method based on linear prediction and spatial smoothing [J]. *Aerospace Electronic Warfare*, 2009, 29(5): 50-52. (in Chinese)
- [13] 王明宇,朱威. 非等间距矢量阵虚拟阵元波束形成[J]. *电声技术*, 2012, 36(4): 42-45.  
WANG Mingyu, ZHU Wei. Virtual arrays' beamforming of non-equidistant vectors array [J]. *Audio Engineering*, 2012, 36(4): 42-45. (in Chinese)
- [14] 侯云山,黄建国,史文涛. 基于线性预测的 ETAM 水下目标方位估计方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2010, 32(9): 1803-1806.  
HOU Yunshan, HUANG Jianguo, SHI Wentao. Linear prediction based ETAM method for underwater target bearing estimation [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(9): 1803-1806. (in Chinese)
- [15] 魏瑞轩,沈东,孔韬. 基于 PDAF 和线性预测的实时小目标跟踪算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 26(5): 89-95.  
WEI Ruixuan, SHEN Dong, KONG Tao. Research on linear prediction of multi-channel seafloor reverberation [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 26(5): 89-95. (in Chinese)
- [16] Shen Y. An adaptive strategy based on linear prediction of queue length to minimize congestion in Barabasi-Albert scale free networks [J]. *Chinese Physics*, 2013, 22(5): 1-5.
- [17] 崔琳,李亚安. 基于线性预测和最小二乘估计的缺陷阵波束形成[J]. *系统仿真学报*, 2009, 34(24): 9-13.  
CUI Lin, LI Yaan. Array failure beamforming based on linear prediction and least square estimation [J]. *Journal of System Simulation*, 2009, 34(24): 9-13. (in Chinese)
- [18] 郭熙业,苏绍璟,王跃科. 多通道海底混响线性预测方法研究[J]. *兵工学报*, 2010, 55(1): 111-115.  
GUO Xiye, SU Shaojing, WANG Yueke. Research on linear prediction of multi-channel seafloor reverberation [J]. *Acta Armamentarii*, 2010, 55(1): 111-115. (in Chinese)
- [19] Nishiyama K. Time-varying ar spectral estimation using an indefinite matrix-based sliding window fast linear prediction [J]. *Communications and Computer Sciences*, 2014, 97(2): 547-556.
- [20] 宋辉,杨毅,刘加. 基于多路线性预测技术的时延估计[J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2011, 51(11): 1666-1670.  
SONG Hui, YANG Yi, LIU Jia. Time delay estimates based on multiple linear predictions [J]. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2011, 51(11): 1666-1670. (in Chinese)