

接触力控制的单腿机器人姿态控制*

侯文琦, 王剑, 韦庆, 马宏绪

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南长沙 410073)

摘要:为了使 Acrobot (Acrobat 类型的单腿机器人) 在运动过程中相对地面没有滑动, 设计了基于接触力控制的姿态控制系统, 将水平方向接触力作为内环的控制对象并限制其大小, 使其总能满足摩擦锥的约束, 从而保证在小腿姿态角的跟踪过程中足与地面间不会产生滑动。在 Acrobot 的直立姿态处, 对其动力学方程进行线性化, 并得到驱动力矩—水平接触力—质心水平位置—小腿姿态角的传递函数链, 进而设计小腿姿态角的多环控制系统。在 MATLAB 中用“SimMechanics”工具箱搭建了 Acrobot 的虚拟模型, 仿真结果表明, 所设计的多环控制系统在实现小腿姿态角跟踪控制的同时还能保证足与地面间不产生滑动。

关键词: Acrobot; 姿态控制; 接触力控制; 滑动; 多环控制

中图分类号: TP242.0 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2015)02-112-05

Posture control of a single leg robot with controlled contact force

HOU Wenqi, WANG Jian, WEI Qing, MA Hongxu

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A posture control system based on the controlled contact force was designed to ensure there is no slipping between the foot of Acrobot (acrobatic single-leg robot) and the ground during motion. The horizontal component of the contact force was set as the control objective of the internal loop and its value was restricted by the friction cone, so that the contact consistency between foot and ground at the tracking process of the shank's posture angle was preserved. At the upright equilibrium posture of Acrobot, the dynamic equations were linearized and the transfer function link “actuation torque-horizontal contact force-horizontal position of the center of mass-posture angle of the shank” was derived to design the multi-loop control system for the posture angle of the shank. A virtual Acrobot model was built in MATLAB by using the “SimMechanics” toolbox. Simulation results show that the designed control system can realize the tracking control without slipping between the foot and the ground.

Key words: Acrobot; posture control; contact force control; slipping; multi-loop control

Acrobot (Acrobat 类型的单腿机器人) 是一种平面型的 2 连杆机器人, 它只有一个主动的旋转关节, 小腿末端是一个弧形的脚, 相对地面是自由转动的, 是一个典型的欠驱动系统。对 Acrobot 的平衡与跳跃控制问题的研究, 有助于揭示足类运动的内在机理, 促进足式机器人运动性能的提高^[1-5]。

Acrobot 最早是由 Hauser 等提出的, 用来研究非线性控制问题, 它的末端是无驱动的旋转铰链^[6]; Spong 用基于部分反馈线性化的方法设计的线性二次型调节器 (Linear Quadratic Regulator, LQR) 控制器, 实现了从下垂位置起摆到竖直向上站立的平衡^[7]; 将上肢越过竖直位置时的速度看作不确定性因素, Xin 等设计了比 LQR 控制器吸引域更大的平衡控制器^[8-9]; Yamakita 等设计了

输出零化控制器, 其输出函数是由角动量和某一新的状态定义的, 在计算驱动力矩时, 需要计算角动量的三次微分^[10-11]; 基于复合滑动面控制 (Multiple Sliding Surface Control, MSSC) 技术, Qaiser 等设计了无须监管的平衡控制器^[12]。

最早对弧形脚的 Acrobot 的平衡与跳跃进行研究的是 Berkemeier 等, 他们在假设各个连杆的姿态和速度可测的条件下, 实现了弧形脚的 Acrobot 的平衡和跳跃运动^[2]; Azad 等在期望的平衡点处对 Acrobot 的动力学方程进行线性化, 假设足端与地面间没有滑动, 通过控制相对支撑点的角动量实现了弧形脚的 Acrobot 的平衡控制^[3-4]。

对于末端是铰链的 Acrobot, 其末端总能提供足够的约束力, 因而在平衡控制中不用考虑接触

* 收稿日期: 2014-05-26

基金项目: 国家 863 计划资助项目 (2011AA040801); 国防科技大学博士生跨学科联合培养计划资助项目 (kxk140101)

作者简介: 侯文琦 (1984—), 男, 湖北枣阳人, 博士研究生, E-mail: houwnq@126.com;

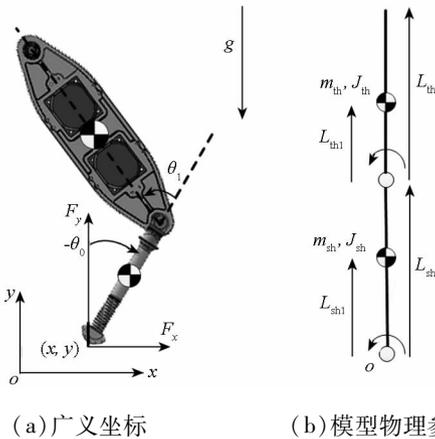
马宏绪 (通信作者), 男, 教授, 博士, 博士生导师, E-mail: mhx1966@163.com

力的协调性,但控制方法应用在末端是弧形脚的 Acrobot 上很可能会产生滑动,而 Berkemeier 和 Azad 等的方法要求机器人各连杆的角度和角速度是可测的,这在实际系统中是很难实现的。

本文采用内外环的控制策略,在竖直向上的平衡位置处,对机器人的动力学方程进行线性化,推导了驱动力矩—接触力—质心位置—小腿姿态角的传递函数,通过内外环控制器的设计,在仅需测量姿态角和接触力的条件下,实现了带有弧形脚的 Acrobot 的平衡与姿态控制,且接触力始终满足摩擦锥的约束。

1 模型与动力学方程

研究弧形脚的 Acrobot 的平衡及姿态控制问题,其模型如图 1 所示。膝关节是唯一有主动驱动力矩的关节,脚上安装力传感器以测量接触力的大小。



(a) Generalized coordinates (b) Physical parameters

图 1 Acrobot 模型

Fig. 1 Model of the Acrobot

$q_e = [x; y; \theta_0; \theta_1]$ 为一组广义坐标,其中 x, y 为足端在惯性系中的位置, θ_0 为小腿相对竖直方向的夹角, θ_1 为大腿与小腿间的夹角,约定逆时针方向为角度的正方向。 F_x, F_y 分别为足与地接触力在水平方向和竖直方向的分量。

在支撑期,机器人的动力学方程为

$$\mathbf{M}_e \ddot{q}_e + \mathbf{C}_e \dot{q}_e + \mathbf{G}_e = \mathbf{S} \boldsymbol{\lambda} \quad (1)$$

其中

$$\mathbf{M}_e = \begin{bmatrix} c & 0 & -c_5 \cos(\theta_0 + \theta_1) & -c_5 \cos(\theta_0 + \theta_1) \\ c & 0 & c_4 \cos \theta_0 & -c_5 \cos(\theta_0 + \theta_1) \\ 0 & c & -c_5 \sin(\theta_0 + \theta_1) & -c_5 \sin(\theta_0 + \theta_1) \\ 0 & c & c_4 \sin \theta_0 & -c_5 \sin(\theta_0 + \theta_1) \\ * & * & c_1 + c_2 + 2c_3 \cos \theta_1 & c_2 + c_3 \cos \theta_1 \\ * & * & * & c_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_4 \sin \theta_0 \dot{\theta}_0 + c_5 \sin(\theta_0 + \theta_1)(\dot{\theta}_0 + \dot{\theta}_1) & c_5 \sin(\theta_0 + \theta_1)(\dot{\theta}_0 + \dot{\theta}_1) \\ 0 & 0 & -c_4 \cos \theta_0 \dot{\theta}_0 - c_5 \cos(\theta_0 + \theta_1)(\dot{\theta}_0 + \dot{\theta}_1) & -c_5 \cos(\theta_0 + \theta_1)(\dot{\theta}_0 + \dot{\theta}_1) \\ 0 & 0 & -c_3 \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 & -c_3 \sin(\theta_1)(\dot{\theta}_0 + \dot{\theta}_1) \\ 0 & 0 & c_3 \sin \theta_1 \dot{\theta}_0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_e = \begin{bmatrix} 0 \\ cg \\ -c_5 g \sin(\theta_0 + \theta_1) - c_4 g \sin \theta_0 \\ -c_5 g \sin(\theta_0 + \theta_1) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \\ \tau \end{bmatrix}$$

$$c = (m_{sh} + m_{th}), c_1 = m_{sh} L_{sh1}^2 + m_{th} L_{sh}^2 + J_{sh}$$

$$c_2 = m_{th} L_{th1}^2 + J_{th}, c_3 = m_{th} L_{sh} L_{th1}$$

$$c_4 = (m_{th} L_{sh} + m_{sh} L_{sh1}), c_5 = m_{th} L_{th1}$$

m_{th} 和 m_{sh} 分别为大腿和小腿的质量, J_{th} 和 J_{sh} 分别为大腿和小腿相对质心的转动惯量,且 $\mathbf{M}_e = \mathbf{M}_e^T$,机器人的参数如表 1 所示。

表 1 Acrobot 的物理参数

Tab. 1 Physical parameters of the Acrobot

	m_{th} (kg)	J_{th} (kg · m ²)	L_{th} (m)	L_{th1} (m)
大腿	15.072	0.808	0.8	0.4
	m_{sh} (kg)	J_{sh} (kg · m ²)	L_{sh} (m)	L_{sh1} (m)
小腿	2.512	0.034	0.4	0.2

Azad 等研究了球面和平面接触时的接触力模型,得到了一个包含库仑摩擦的非线性模型^[13],即

$$F_y = \max(0, K_n |y|^{1.5} + D_n |y|^{0.5} \dot{y}) \quad (2)$$

$$F_x = \text{clip}(-K_t |y|^{0.5} x - D_t |y|^{0.5} \dot{x}, -\mu F_y, \mu F_y) \quad (3)$$

函数 $\text{clip}(a, b, c)$ 返回的是介于 b 和 c 之间的 a 的值,参数 $K_n = 8.5 \times 10^6$, $K_t = 12.75 \times 10^6$, $D_n = D_t = 3.1 \times 10^5$,滑动摩擦系数 $\mu = 0.4$ 。该模型是众多接触力模型中较为接近实际又能在计算机仿真中实现的一种模型^[14-15]。

2 控制系统设计

2.1 平衡点

如图 1(b) 所示,竖直向上的姿态是 Acrobot 的一个平衡点,事实上在 $\theta_0 \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 的区间

内,只要整个机器人的质心位于支撑点的正上方,该姿态都是系统的平衡点,从下面的推导可以看出这一点。因而实现 Acrobot 小腿的姿态(或大腿的姿态)控制是可行的。

令 X 表示机器人质心相对足端的水平距离,则有

$$X = -\frac{1}{c} [c_5 \sin(\theta_0 + \theta_1) + c_4 \sin\theta_0] \quad (4)$$

微分可得

$$\dot{X} = -\frac{1}{c} \{ [c_5 \cos(\theta_0 + \theta_1) + c_4 \cos\theta_0] \dot{\theta}_0 + c_5 \cos(\theta_0 + \theta_1) \dot{\theta}_1 \} \quad (5)$$

$$\ddot{X} = -\frac{1}{c} \{ [c_5 \cos(\theta_0 + \theta_1) + c_4 \cos\theta_0] \ddot{\theta}_0 + c_5 \cos(\theta_0 + \theta_1) \ddot{\theta}_1 - c_4 \sin\theta_0 \dot{\theta}_0^2 - c_5 \sin(\theta_0 + \theta_1) (\dot{\theta}_0 + \dot{\theta}_1)^2 \} \quad (6)$$

对于某一期望的小腿姿态角 θ_0^{des} , 系统平衡时有

$$\ddot{q}_e = \dot{q}_e = 0 \quad (7)$$

代入式(1)即可得

$$\begin{bmatrix} 0 \\ cg \\ -c_5 g \sin(\theta_0^{\text{des}} + \theta_1^{\text{des}}) - c_4 g \sin\theta_0^{\text{des}} \\ -c_5 g \sin(\theta_0^{\text{des}} + \theta_1^{\text{des}}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x^{\text{des}} \\ F_y^{\text{des}} \\ 0 \\ \tau^{\text{des}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

由式(8)的第3行可得

$$\theta_1^{\text{des}} = \arcsin\left(-\frac{c_4 \sin\theta_0^{\text{des}}}{c_5}\right) - \theta_0^{\text{des}} \quad (9)$$

$$X^{\text{des}} = 0 \quad (10)$$

又由式(7)可得

$$\ddot{X}^{\text{des}} = \dot{X}^{\text{des}} = 0 \quad (11)$$

$$\ddot{\theta}_1 = -\frac{[c \ddot{X} + (c_5 \cos(\theta_0 + \theta_1) + c_4 \cos\theta_0) \ddot{\theta}_0 - c_5 \sin(\theta_0 + \theta_1) (\dot{\theta}_0 + \dot{\theta}_1)^2 - c_4 \sin\theta_0 \dot{\theta}_0^2]}{c_5 \cos(\theta_0 + \theta_1)} \quad (18)$$

将式(18), $\theta_0 = \theta_0^{\text{des}} + \theta_x$ 和 $\dot{y} = 0$ 代入式(1)的第3行,忽略哥氏力和离心力项,消除 θ_x 的二阶小量后,联合式(15)和式(17)可得质心水平位移到 θ_x 的传递函数

$$\theta_x(s) = \frac{K_1 cs^4 + c(g - K_3 s^2)(cs^2 + D'_i s + K'_i)}{(K_3 K_1 - K_2) s^2 (cs^2 + D'_i s + K'_i)} X(s) \quad (19)$$

其中 $K_1 = c_5 \cos(\theta_0^{\text{des}} + \theta_1^{\text{des}}) + c_4 \cos\theta_0^{\text{des}}$

$$K_2 = c_1 + c_2 + 2c_3 \cos\theta_1^{\text{des}}$$

$$K_3 = \frac{c_2 + c_3 \cos\theta_1^{\text{des}}}{c_5 \cos(\theta_0^{\text{des}} + \theta_1^{\text{des}})}$$

将式(18), $\tau = \tau^{\text{des}} + \tau_x$ 和 $\dot{y} = 0$ 代入式(1)的第4行,忽略哥氏力和离心力项,消除 θ_x 的二阶小量后,联合式(15),式(17)和式(19)可得 τ_x 到

2.2 线性化与传递函数

系统平衡时,由式(8)的第2行可知,竖直方向的接触力为常值,即

$$F_y^{\text{des}} = \max(0, K_n |y|^{1.5} + D_n |y|^{0.5} \dot{y}) = cg \quad (12)$$

将 $\dot{y} = 0$ 代入式(12),可以得到系统平衡时接触点处竖直方向的形变为

$$|y^{\text{des}}| = \left(\frac{cg}{K_n}\right)^{\frac{2}{3}} \quad (13)$$

在平衡过程中不考虑接触点处竖直方向的动态,将式(13)代入式(3),在滑动摩擦力的范围内,接触力水平方向的分量可近似为线性的弹簧-阻尼模型,即

$$F_x \approx -K_t |y^{\text{des}}|^{\frac{1}{2}} x - D_t |y^{\text{des}}|^{\frac{1}{2}} \dot{x} = -K'_t x - D'_t \dot{x} \quad (14)$$

水平力到水平形变的传递函数为

$$x(s) = -\frac{1}{D'_t s + K'_t} F_x(s) \quad (15)$$

由水平方向的牛顿方程,即式(1)的第1行,可得

$$F_x = c \ddot{x} + c \dot{X} \quad (16)$$

联立式(14)和式(16)可得水平力到质心水平位移的传递函数为

$$X(s) = \frac{cs^2 + D'_t s + K'_t}{cs^2 (D'_t s + K'_t)} F_x(s) \quad (17)$$

由式(6)可得

水平力的传递函数

$$F_x(s) = \frac{(K_3 K_1 - K_2) s^4 (D'_t s + K'_t)}{[N_1 s^2 - N_3 (cs^2 + D'_t s + K'_t)] (K_3 K_1 - K_2) s^4 T_x(s) + (N_2 s^2 - N_3 K_1 s^2 - N_1 g) \cdot [K_1 s^4 + (g - K_3 s^2) (cs^2 + D'_t s + K'_t)]} \quad (20)$$

其中

$$N_1 = c_5 \cos(\theta_0^{\text{des}} + \theta_1^{\text{des}})$$

$$N_2 = c_2 + c_3 \cos\theta_1^{\text{des}}$$

$$N_3 = \frac{c_2}{c_5 \cos(\theta_0^{\text{des}} + \theta_1^{\text{des}})}$$

对于任意 $\theta_0^{\text{des}} \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, 且使式(9)有解的 θ_0^{des} 都对应系统的一个平衡点,进而可以依据式(19)、式(20)得到相应的传递函数。

2.3 控制器设计

系统完整的动力学方程式(1)显示出:驱动力矩、接触力、质心位置和小腿姿态角间是相互耦合的,而系统的控制输入仅有一个,因而能稳定控制的输出量仅有一个。上节的分析说明:若不考虑竖直方向的动态,在期望的平衡点处可以得到它们之

间的线性化传递函数链。要实现接触力协调的小腿姿态角的控制,就是要在控制小腿姿态角的同时,对接触力水平分量的幅值进行限制,即满足摩擦锥的约束。基于多环控制的思想,设计基于力内环的小腿姿态角控制系统,其结构如图 2 所示,其中小腿的姿态角控制是最外环。

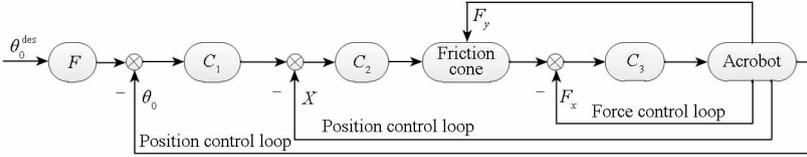


图 2 Acrobot 控制系统框图

Fig. 2 Control system structure of the Acrobot

对于多环控制系统,外环是目标环,其控制器是主导控制器,外环控制器的稳定性决定了整个系统的稳定性。通常按照由外向内的顺序进行设计,在设计外环控制器时,将内环的传递函数设为 1,在设计内环控制器时,要使内环的调节时间尽可能地小于外环的调节时间。在实现该控制系统时,仅需要机器人的姿态角可测就行,其中膝关节的角度可在关节处安装电位计或码盘测量得到,小腿姿态角可在小腿或大腿上安装 IMU 测量得到,这比 Berkemeier 和 Azad 等的方法在实际系统中更易于实现。

腿姿态角跟踪控制。仿真中让小腿的姿态角从 0 跟随幅值为 $\frac{\pi}{6}$ 的正弦曲线,并最终稳定在 $-\frac{\pi}{6}$ 的姿态,即从直立姿态,做前后下蹲的动作,并最终稳定在下蹲的姿态。

图 4 显示了小腿姿态角的跟踪效果。从图中可以看出,设计的控制系统能够实现 Acrobot 的小腿姿态角的稳定跟踪控制。从图中还可以看出,姿态角的跟踪存在 1s 左右的滞后,这是由于外环控制器的调节时间为 0.98s 的缘故,文献[3]中的结果也体现出了这种滞后的特点。

3 仿真结果与分析

在 MATLAB 中,应用“SimMechanics”工具箱,依据表 1 的参数,构建了 Acrobot 的虚拟模型,如图 3 所示。

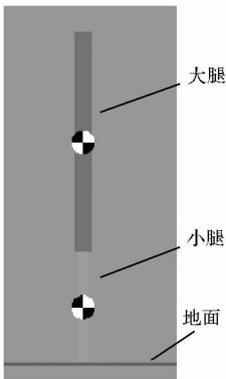


图 3 Acrobot 虚拟模型

Fig. 3 Virtual model of the Acrobot

将 $\theta_0^{des} = 0$ 对应的平衡状态代入上节推导的各个传递函数,就得到 Acrobot 竖直向上时的线性化动态方程,并基于此设计各环控制器,用于小

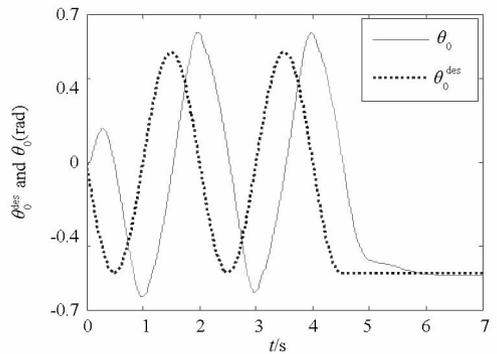


图 4 小腿姿态角的跟踪效果

Fig. 4 Tracking result of the shank's posture angle

图 5 显示了机器人运动过程中摩擦锥约束范围和水平接触力的大小。从图中可以看出水平接触力始终位于摩擦锥约束的范围内,即没有滑动的产生。

图 6 显示了机器人膝关节驱动力矩的曲线,从图中可以看出所需要的驱动力矩小于 $70 \text{ N}\cdot\text{m}$,说明设计的控制系统在实际中是可以实现的。

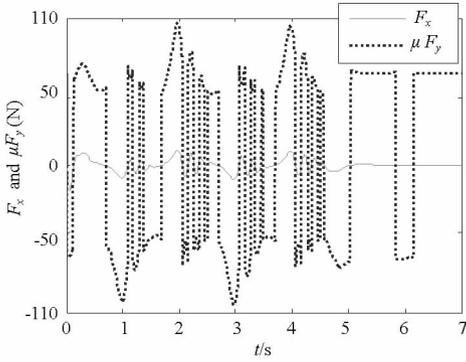


图 5 水平力和摩擦锥范围

Fig.5 Horizontal force and the friction cone

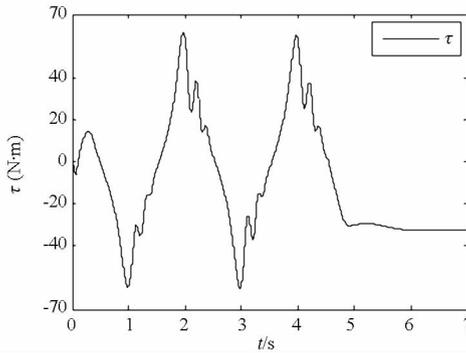


图 6 驱动力矩曲线

Fig.6 Actuation torque curve

4 结论

通过对弧形脚的 Acrobot 的动力学方程在平衡点处的线性化,得到驱动力矩—水平接触力—质心水平位置—小腿姿态角的传递函数链,由此而设计的三环控制系统能够实现小腿姿态角的跟踪控制,同时满足接触力摩擦锥的约束。将来的工作将致力于三个方面:①基于接触力控制的机器人质心水平速度的控制,用于足式机器人行走模式下支撑期的控制;②基于接触力控制的弧形脚的 Acrobot 的跳跃控制,用于足式机器人奔跑模式下支撑期的控制;③基于接触力控制的柔性碰撞控制,用于实现足式机器人运动过程中支撑腿的柔性切换。

参考文献 (References)

- [1] Raibert M H. Legged robots that balance[M]. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 1986.
- [2] Berkemeier M D, Fearing R S. Sliding and hopping gaits for the underactuated Acrobot[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1998, 14(4): 629 - 634.
- [3] Azad M, Featherstone R. Angular momentum based controller for balancing an inverted double pendulum[C]// 19th CISM-Itom Symposium on Robot Design, Dynamics and Control, 2013, 544: 251 - 258.
- [4] Azad M, Featherstone R. Balancing and hopping motion of a planar hopper with one actuator [C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Karlsruhe, Germany, 2013: 2027 - 2032.
- [5] Sayyad A, Seth B, Seshu P. Single-legged hopping robotics research-a review[J]. Robotica, 2007, 25(5): 587 - 613.
- [6] Hauser J, Murray R M. Nonlinear controllers for non-integrable systems: the Acrobot example [C]// IEEE American Control Conference, San Diego: Chemical Abstracts, 1990: 669 - 671.
- [7] Spong M W. The swing up control problem for the Acrobot[J]. IEEE Control Systems, 1995, 15(1): 49 - 55.
- [8] Xin X, Kaneda M. A new solution to the swing up control problem for the Acrobot [C]// Proceedings of the 40th SICE Annual Conference, Nagoya: IEEE, 2001: 124 - 129.
- [9] Xin X, Mita T, Kaneda M. The posture control of a 2-link free flying Acrobot with initial angular momentum [C]// Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, Las Vegas, Nevada, USA, 2002, 2: 2063 - 2078.
- [10] Yamakita M, Yonemura T, Michitsuji Y, et al. Stabilization of Acrobot robot in upright position on a horizontal bar [C]// Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics & Automation, Washington D. C., 2002, 3: 3093 - 3098.
- [11] Yonemura T, Yamakita M. Swing up control of Acrobot based on switched output functions [C]// SICE Annual Conference, IEEE, Sapporo, 2004, 3: 1909 - 1914.
- [12] Qaiser N, Iqbal N, Qaiser N. Stabilization of the Acrobot via multiple sliding surface control [C]// Proceedings of the 6th WSEAS International Conference on Instrumentation, Measurement, Circuits & Systems, Hangzhou, 2007: 175 - 180.
- [13] Azad M, Featherstone R. Modeling the contact between a rolling sphere and a compliant ground plane [C]. Australasian Conference Robotics and Automation, Brisbane, Australia, 2010.
- [14] Gilardi G, Sharf I. Literature survey of contact dynamics modeling [J]. Mechanism and machine theory, 2002, 37(10): 1213 - 1239.
- [15] Wight D L. A foot placement strategy for robust bipedal gait control [D]. Ontario: University of Waterloo, 2008.