

变论域模糊自适应滑模有限时间收敛制导律*

张旭,雷虎民,李炯,翟岱亮

(空军工程大学防空反导学院,陕西西安 710051)

摘要:针对拦截高速机动目标的需求,研究了一种变论域模糊自适应滑模有限时间收敛制导律。推导了导弹-目标空间拦截模型,设计了三维滑模制导律;根据有限时间收敛制导律专家的经验,采用模糊自适应控制方法对滑模制导律的非切换项进行逼近,并设计了有限时间收敛模糊控制规则;提出了一种新型变论域伸缩因子,设计了基于新型伸缩因子的变论域模糊自适应滑模有限时间收敛制导律。仿真结果表明,所设计的制导律能够使导弹准确命中目标,并能够达到视线角速率有限时间收敛,且与比例制导律相比,具有更高的制导精度和更短的飞行时间。

关键词:变论域;模糊自适应滑模;有限时间收敛;制导律

中图分类号:TJ765.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2015)01-149-07

Variable universe fuzzy adaptive sliding mode guidance law with finite time convergence

ZHANG Xu, LEI Humin, LI Jiong, ZHAI Dailiang

(Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: A finite time convergent guidance law based on variable universe fuzzy adaptive sliding mode was proposed for intercepting high speed and maneuvering targets. Firstly, the missile-target interception model was derived and the three-dimensional sliding mode guidance law was designed. Secondly, according to the expert experience of finite time convergent guidance laws, the fuzzy adaptive control method was adopted to approximate the consecutive items of the sliding mode guidance law, and the finite time convergent control rules were designed. Finally, a new expansion factor for variable universe was proposed and the variable universe fuzzy adaptive sliding mode guidance law with finite time convergence based on new expansion factor was proposed. Simulation results show that the proposed guidance law can hit the target correctly and achieve the finite time convergence ability of the line-of-sight. Besides, compared with the proportional navigation guidance law, the proposed guidance law has better guidance precision and shorter flight time.

Key words: variable universe; adaptive fuzzy sliding mode; finite time convergence; guidance law

近年来,弹道导弹和临近空间高超声速飞行器等高速机动目标威胁的不断涌现,使导弹不再具有速度、机动性和敏捷性的优势,传统的比例制导律、最优制导律等已经难以适应新情况的需求^[1-6]。在新的拦截情形下,为使导弹能够对目标进行直接碰撞杀伤,需研究使导弹-目标的视线角速率具有有限时间收敛特性的制导律^[7-10],该特性可使视线角速率在有限时间内收敛到以零为中心的邻域内,从而使导弹对目标的拦截达到准平行接近状态,提高制导精度。文献[10]设计了一种三维视线角速率有限时间收敛制导律,可保证导弹在末制导结束之前收敛到零或以零为中心的较小邻域内,并能够保证其有限时间稳定,然

而,该制导律应用弹目相对信息较多,如果导弹采用仅能获得弹目视线角速率的红外导引头,则难以得到有效应用。文献[11]利用非线性预测控制理论设计了一种基于零化视线角速率的预测制导律,并提出了一种基于时间延迟控制理论的滤波算法,但是该制导律仅能保证视线角速率在拦截末端趋向于零,而不能保证视线角速率有限时间内收敛到零。文献[12]将目标的机动加速度视为外界干扰,将制导系统的模糊控制规则多个输入变量转化为滑动曲面一个变量,设计了拦截机动目标的自适应模糊制导律,但是它不能保证视线角速率有限时间收敛。

* 收稿日期:2014-07-10

基金项目:航空科学基金资助项目(20130196004)

作者简介:张旭(1988—),男,河南南阳人,博士研究生,E-mail:dragonhorse12345@163.com;

雷虎民(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:hmleinet@21cn.com

1 导弹-目标空间拦截模型

图 1 中, $O_I X_I Y_I Z_I$ 为惯性坐标系, $O_L X_L Y_L Z_L$ 为视线坐标系, 其三个方向的单位向量用 $[i_L, j_L, k_L]^T$ 表示; V_M 和 V_T 分别为导弹和目标的 速度矢量; a_M 和 a_T 分别为导弹和目标的加速度 矢量; θ_L 和 ψ_L 分别为导弹的视线倾角和视线偏 角; r_M 和 r_T 分别为导弹和目标的位置矢量, r 为导 弹与目标的相对位置矢量。

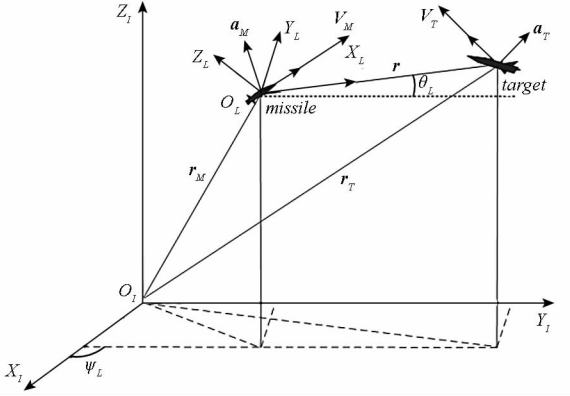


图 1 弹目三维相对运动学关系

Fig. 1 Three-dimensional relative motion geometry of interceptor and target

设 Ω 为视线坐标系相对于惯性坐标系的旋 转角速度矢量, 则 Ω 可表示为

$$\Omega = \dot{\psi}_L \sin\theta_L i_L - \dot{\theta}_L j_L + \dot{\psi}_L \cos\theta_L k_L \quad (1)$$

根据弹目相对运动学关系, 可得

$$r = r_T - r_M = r e_r \quad (2)$$

$$\frac{dr}{dt} = V_T - V_M = r i_L + r \Omega_L \times i_L \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 r}{dt^2} &= a_T - a_M \\ &= \ddot{r} i_L + \dot{r} \Omega_L \times i_L + \dot{r} \Omega_L \times i_L + r(\ddot{\Omega}_L \times i_L + \Omega_L \times \dot{i}_L) \\ &= (\ddot{r} - r \dot{\psi}_L^2 \cos^2 \theta_L - r \dot{\theta}_L^2) i_L + \\ &\quad (2\dot{r} \dot{\theta}_L + r \ddot{\theta}_L + r \dot{\psi}_L^2 \sin\theta_L \cos\theta_L) j_L + \\ &\quad (2\dot{r} \dot{\psi}_L \cos\theta_L + r \ddot{\psi}_L \cos\theta_L - 2r \dot{\theta}_L \dot{\psi}_L \sin\theta_L) k_L \end{aligned} \quad (4)$$

设 a_T, a_M 在视线坐标系三个坐标轴上的分量 分别为 $a_{T_i}, a_{T_j}, a_{T_k}$ 和 $a_{M_i}, a_{M_j}, a_{M_k}$, 则有:

$$\begin{cases} a_{T_i} - a_{M_i} = \ddot{r} - r \dot{\psi}_L^2 \cos^2 \theta_L - r \dot{\theta}_L^2 \\ a_{T_j} - a_{M_j} = 2\dot{r} \dot{\theta}_L + r \ddot{\theta}_L + r \dot{\psi}_L^2 \sin\theta_L \cos\theta_L \\ a_{T_k} - a_{M_k} = 2\dot{r} \dot{\psi}_L \cos\theta_L + r \ddot{\psi}_L \cos\theta_L - 2r \dot{\theta}_L \dot{\psi}_L \sin\theta_L \end{cases} \quad (5)$$

定义如下状态变量: $x_1 = r, x_2 = \dot{r}, x_3 = \theta_L, x_4 = \dot{\theta}_L, x_5 = \psi_L, x_6 = \dot{\psi}_L$, 则式(5)可以写成如下形式

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = r x_6^2 \cos^2 x_3 + x_1 x_4^2 + a_{T_i} - a_{M_i} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -2 \frac{x_2 x_4}{x_1} + \frac{a_{T_k} - a_{M_k}}{x_1} - \frac{x_6^2 \sin 2x_3}{2} \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = -2 \frac{x_2 x_6}{x_1} + 2x_4 x_6 \tan x_3 + \frac{a_{T_j} - a_{M_j}}{x_1 \cos x_3} \end{cases} \quad (6)$$

式(6)即为所导弹与目标的三维相对运动学 模型。

2 变论域模糊自适应滑模有限时间收敛 制导律设计

2.1 三维滑模制导律设计

令滑模切换函数为 $s_1 = x_4, s_2 = x_6$, 若达到比 较理想的滑动模态控制, 则 $s_1 = 0, s_2 = 0$, 即导弹 拦截目标达到准平行接近状态, 并能够保证导弹 准确命中目标。

为设计三维滑模制导律, 构造如下 Lyapunov 函数:

$$\begin{cases} V_1 = \frac{1}{2} s_1^2 = \frac{1}{2} \dot{\theta}_L^2 \\ V_2 = \frac{1}{2} s_2^2 = \frac{1}{2} \dot{\psi}_L^2 \end{cases} \quad (7)$$

为保证 Lyapunov 函数是渐近稳定的, 需要满 足以下条件:

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = s_1 \dot{s}_1 < 0 \\ \dot{V}_2 = s_2 \dot{s}_2 < 0 \end{cases} \quad (8)$$

将式(6)代入式(8), 可得

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = x_4 \left(-2 \frac{x_2 x_4}{x_1} + \frac{a_{T_k} - a_{M_k}}{x_1} - \frac{x_6^2 \sin 2x_3}{2} \right) < 0 \\ \dot{V}_2 = x_6 \left(-2 \frac{x_2 x_6}{x_1} + 2x_4 x_6 \tan x_3 + \frac{a_{T_j} - a_{M_j}}{x_1 \cos x_3} \right) < 0 \end{cases} \quad (9)$$

由于滑模变结构控制具有对系统不确定性和 干扰的鲁棒性, 因此可将目标机动视为干扰项。 根据式(9), 三维滑模制导律可选择为

$$\begin{cases} a_{M_k} = -2x_2 x_4 - \frac{1}{2} x_1 x_6^2 \sin 2x_3 + k_k \operatorname{sgn}(x_4) \\ a_{M_j} = -2x_2 x_6 \cos x_3 + 2x_1 x_4 x_6 \sin x_3 + k_j \operatorname{sgn}(x_6) \end{cases} \quad (10)$$

式中, k_k, k_j 为常数, 且 $k_k > \max |a_{T_k}|, k_j > \max |a_{T_j}|$ 。

将式(10)代入式(9), 可得

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \frac{\mathbf{a}_{T_k}x_4 - k_kx_4\text{sgn}(x_4)}{x_1} < \frac{\mathbf{a}_{T_k} - k_k}{x_1} < 0 \\ \dot{V}_2 = \frac{\mathbf{a}_{T_j}x_6 - k_jx_6\text{sgn}(x_6)}{x_1\cos(x_3)} < \frac{\mathbf{a}_{T_j} - k_j}{x_1\cos(x_3)} < 0 \end{cases} \quad (11)$$

由式(11)可知,所选择的三维滑模制导律式(10)可以保证式(8)所示的 Lyapunov 函数渐近稳定。

2.2 模糊自适应滑模制导律设计

令

$$f(x_4, t) = -2x_2x_4 - \frac{1}{2}x_1x_6^2\sin 2x_3 \quad (12)$$

$$g(x_6, t) = -2x_2x_6\cos x_3 + 2x_1x_4x_6\sin x_3 \quad (13)$$

则式(10)可表示为

$$\mathbf{a}_{M_k} = f(x_4, t) + k_k\text{sgn}(x_4) \quad (14)$$

$$\mathbf{a}_{M_j} = g(x_6, t) + k_j\text{sgn}(x_6) \quad (15)$$

由式(14)和式(15)可知,制导律的第一项主要是抑制视线角速率的转动,而第二项是滑模切换项,通过不连续切换使系统状态达到并保持在滑模面上。由于在实际作战过程中,尤其是在高速目标拦截的情况下,导弹往往仅安装红外导引头,致使状态量 $f(x_4, t)$ 和 $g(x_6, t)$ 无法准确测出。因此,可以考虑使用高斯型自适应模糊逻辑系统所具有的万能逼近特性,并利用有限时间收敛制导律所具有的有限时间收敛特性等专家知识,构造万能变论域模糊自适应逼近系统,对 $f(x_4, t)$ 和 $g(x_6, t)$ 进行逼近。

假设 x 位于某个紧集 M_x ,设 $\hat{f}(x_4|\hat{\theta}_1)$ 和 $\hat{g}(x_6|\hat{\theta}_2)$ 是对状态量 $f(x_4, t)$ 和 $g(x_6, t)$ 的模糊逼近,则状态量 $f(x_4, t)$ 和 $g(x_6, t)$ 的最优参数向量可定义如式(6)所示^[13]。

$$\theta_1^* = \arg \min_{\hat{\theta}_1 \in M_{\theta_1}} \left[\sup_{x_4 \in M_{x_4}} |f(x_4, t) - \hat{f}(x_4|\hat{\theta}_1)| \right] \quad (16)$$

$$\theta_2^* = \arg \min_{\hat{\theta}_2 \in M_{\theta_2}} \left[\sup_{x_6 \in M_{x_6}} |g(x_6, t) - \hat{g}(x_6|\hat{\theta}_2)| \right] \quad (17)$$

式(16)和式(17)中,最优参数向量 θ_1^* 和 θ_2^* 位于某个凸集内,且满足

$$M_{\theta_1} = \{\theta_1 \mid \|\theta_1\| \leq m_{\theta_1}\} \quad (18)$$

$$M_{\theta_2} = \{\theta_2 \mid \|\theta_2\| \leq m_{\theta_2}\} \quad (19)$$

式(18)~(19)中, m_{θ_1} 和 m_{θ_2} 为设计参数。同时,亦可得到新的滑模制导律表达形式为

$$\mathbf{a}_{M_k} = \hat{f}(x_4|\hat{\theta}_1) + k_k\text{sgn}(x_4) \quad (20)$$

$$\mathbf{a}_{M_j} = \hat{g}(x_6|\hat{\theta}_2) + k_j\text{sgn}(x_6) \quad (21)$$

下面,考虑采用模糊逻辑系统所具有的万能逼近特性对状态量 $f(x_4, t)$ 和 $g(x_6, t)$ 进行逼近。

首先,设计 x_4 和 x_6 与最优模糊逼近器 $\hat{f}(x_4|\hat{\theta}_1)$ 和 $\hat{g}(x_6|\hat{\theta}_2)$ 所一一对应的 IF-THEN 形式的模糊规则为

$$R_1: \text{IF } x_4 \text{ is } A_1, \text{ THEN } \hat{f}(x_4|\hat{\theta}_1) \text{ is } B_1;$$

$$R_2: \text{IF } x_6 \text{ is } A_2, \text{ THEN } \hat{g}(x_6|\hat{\theta}_2) \text{ is } B_2.$$

上述规则可实现由输入 x_4 和 x_6 到 $\hat{f}(x_4|\hat{\theta}_1)$ 和 $\hat{g}(x_6|\hat{\theta}_2)$ 的映射。其中, A_1 和 A_2 是模糊变量, B_1 和 B_2 为输出变量。然后,采用乘积推理机、单值模糊器和中心平均解模糊器,则其输出可以表示为

$$\hat{f}(x_4|\hat{\theta}_1) = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \frac{\mu_{A_i}}{n}}{\sum_{j=1}^n \mu_{A_j}} = \hat{\theta}_1^T \zeta_1(x_4) \quad (22)$$

$$\hat{g}(x_6|\hat{\theta}_2) = \frac{\sum_{i=1}^n g_i \frac{\mu_{A_i}}{n}}{\sum_{j=1}^n \mu_{A_j}} = \hat{\theta}_2^T \zeta_2(x_6) \quad (23)$$

式(22)~(23)中, $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 根据自适应律的变化而变化, $\zeta_1(x_4)$ 和 $\zeta_2(x_6)$ 为模糊向量; $\hat{\theta}_1 = [f_1(x_4), f_2(x_4), \dots, f_n(x_4)]^T$, $\hat{\theta}_2 = [g_1(x_6), g_2(x_6), \dots, g_n(x_6)]^T$, $\zeta_1(x_4) = [\zeta_1^1(x_4), \zeta_1^2(x_4), \dots, \zeta_1^n(x_4)]^T$, $\zeta_2(x_6) = [\zeta_2^1(x_6), \zeta_2^2(x_6), \dots, \zeta_2^n(x_6)]^T$, $\zeta_1^i(x_4) = \frac{\mu_{A_i}}{\sum_{j=1}^n \mu_{A_j}}$, $\zeta_2^i(x_6) = \frac{\mu_{A_i}}{\sum_{j=1}^n \mu_{A_j}}$ 。

设计自适应律为:

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = -r_1 s_1 \zeta_1(x_4) \quad (24)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = -r_2 s_2 \zeta_2(x_6) \quad (25)$$

下面,对式(24)和式(25)所描述的自适应律的稳定性进行证明。

证明:

令 $\tilde{\theta}_1 = \theta_1^* - \hat{\theta}_1$, $\tilde{\theta}_2 = \theta_2^* - \hat{\theta}_2$,且定义 Lyapunov 函数为

$$V'_1 = \frac{1}{2} \left(x_1 s_1^2 + \frac{1}{r_1} \tilde{\theta}_1^T \tilde{\theta}_1 \right) \quad (26)$$

$$V'_2 = \frac{1}{2} \left(x_1' s_2^2 + \frac{1}{r_2} \tilde{\theta}_2^T \tilde{\theta}_2 \right) \quad (27)$$

式(26)~(27)中, r_1 和 r_2 为自适应控制律参数, $x' = x_1 \cos x_3$ 。

对式(26)和式(27)两端求导,可得

$$\dot{V}'_1 = \frac{x_2 s_1^2}{2} + x_1 s_1 \dot{s}_1 + \frac{\tilde{\theta}_1^T \dot{\tilde{\theta}}_1}{r_1} \quad (28)$$

$$\dot{V}'_2 = \frac{x'_1 s_2^2}{2} + x'_1 s_2 \dot{s}_2 + \frac{\tilde{\theta}_2 \dot{\hat{\theta}}_2}{r_2} \quad (29)$$

定义最小逼近误差

$$\omega_1 = f(x_4, t) - \hat{f}(x_4 | \hat{\theta}_1^*) \quad (30)$$

$$\omega_2 = g(x_6, t) - \hat{g}(x_6 | \hat{\theta}_2^*) \quad (31)$$

根据式(6)、式(14)~(15)、式(28)~(31),

可得

$$\begin{aligned} \dot{V}'_1 &= \frac{x_2 s_1^2}{2} + x_1 s_1 \left(-2 \frac{x_2 x_4}{x_1} + \frac{\mathbf{a}_{T_k} - \mathbf{a}_{M_k}}{x_1} - \frac{x_6^2 \sin 2x_3}{2} \right) + \frac{\tilde{\theta}_1 \dot{\hat{\theta}}_1}{r_1} \\ &= \frac{x_2 x_4^2}{2} + (x_4 \mathbf{a}_{T_k} - k_k |x_4|) + x_4 \omega_1 + \\ &\quad \tilde{\theta}_1 \left(\frac{\dot{\hat{\theta}}_1}{r_1} + x_4 \zeta_1(x_4) \right) \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}'_2 &= \frac{\dot{x}'_1 s_2^2}{2} + x'_1 s_2 \left(-2 \frac{x_2 x_6}{x_1} + 2x_4 x_6 \tan x_3 + \frac{\mathbf{a}_{T_j} \mathbf{a}_{M_j}}{x_1 \cos x_3} \right) + \\ &\quad \frac{\tilde{\theta}_2 \dot{\hat{\theta}}_2}{r_2} \\ &= \frac{\dot{x}'_1 x_6^2}{2} + (x_6 \mathbf{a}_{T_j} - k_j |x_6|) + x_6 \omega_2 + \\ &\quad \tilde{\theta}_2 \left(\frac{\dot{\hat{\theta}}_2}{r_2} + x_6 \zeta_2(x_6) \right) \end{aligned} \quad (33)$$

由于 $k_k > \max |\mathbf{a}_{T_k}|$, $k_j > \max |\mathbf{a}_{T_j}|$, $|x_4| < 1$, $|x_6| < 1$, 故 $x_4 \mathbf{a}_{T_k} - k_k |x_4| < 0$, $x_6 \mathbf{a}_{T_j} - k_j |x_6| < 0$; 此外, 由于 $x_2 < 0$, $\dot{x}'_1 < 0$, 故 $\frac{x_2 x_4^2}{2} < 0$, $\frac{\dot{x}'_1 x_6^2}{2}$; 因

此, 可以选择 $\dot{\hat{\theta}}_1 = r_1 x_4 \zeta_1(x_4)$ 和 $\dot{\hat{\theta}}_2 = r_2 x_6 \zeta_2(x_6)$, 令式(32)和式(33)右端的最后一项为零, 进而选择较小的最小逼近误差 ω_1 和 ω_2 , 从而保证 $\dot{V}'_1 < 0$, $\dot{V}'_2 < 0$ 。□

因此, 根据式(20)~(25), 所设计的模糊自适应滑模制导律可表示为

$$\mathbf{a}_{M_k} \hat{\theta}_1^r \zeta_1(x_4) + k_k \text{sgn}(x_4) \quad (34)$$

$$\mathbf{a}_{M_j} \hat{\theta}_2^r \zeta_2(x_6) + k_k \text{sgn}(x_6) \quad (35)$$

式(34)~(35)中, $\dot{\hat{\theta}}_1 = -r_1 s_1 \zeta_1(x_4)$, $\dot{\hat{\theta}}_2 = -r_2 s_2 \zeta_2(x_6)$ 。

2.3 有限时间收敛模糊控制规则描述

根据目前关于有限时间收敛制导律的研究成果, 可以得到有限时间收敛制导律的制导特性和规律: 在末制导初期导弹的需用过载较大, 甚至达到饱和状态; 而在视线角速率达到有限时间收敛后, 导弹需用过载降低到很小的数值。这种规律可以使导弹在末制导的开始阶段充分利用其过载

能力, 完成视线角速率的有限时间收敛并达到准平行接近的飞行状态, 而在末制导后期导弹需用过载很小, 可以保证导弹在较短的拦截时间内以较小的能量消耗完成对目标的高精度杀伤。

参考真比例导引律的表达式 $u = -k_T \hat{\theta}_L \dot{r}$, 可得: $\hat{\theta}_L = -u/k_T \dot{r}$ 。由于导弹的速度大小一般小于目标, 或与目标速度大小相当, 故不能采用尾追的攻击方式, 这样 \dot{r} 就具有较小的取值范围; 此外, 指令加速度 u 也有一定的限制, 结合临近空间飞行器及弹道导弹末端高层拦截的运动学特性, 可知在一般拦截情况下, $|\hat{\theta}_L| \leq 0.03$ 。因此, 可将模糊控制规则定为以下 14 条, 并制定如下有限时间收敛模糊规则:

$$R_1: \text{IF } x_4 \geq 0.03, \text{ THEN let } \hat{f}(x_4 | \hat{\theta}_1) = 900;$$

$$R_2: \text{IF } x_4 = 0.02, \text{ THEN let } \hat{f}(x_4 | \hat{\theta}_1) = 600;$$

$$R_3: \text{IF } x_4 = 0.01, \text{ THEN let } \hat{f}(x_4 | \hat{\theta}_1) = 300;$$

$$R_4: \text{IF } x_4 = 0.00, \text{ THEN let } \hat{f}(x_4 | \hat{\theta}_1) = 0;$$

$$R_5: \text{IF } x_4 = -0.01, \text{ THEN let } \hat{f}(x_4 | \hat{\theta}_1) = -300;$$

$$R_6: \text{IF } x_4 = -0.02, \text{ THEN let } \hat{f}(x_4 | \hat{\theta}_1) = -600;$$

$$R_7: \text{IF } x_4 \leq -0.03, \text{ THEN let } \hat{f}(x_4 | \hat{\theta}_1) = -900;$$

$$R_8: \text{IF } x_6 \geq 0.03, \text{ THEN let } \hat{f}(x_6 | \hat{\theta}_2) = 900;$$

$$R_9: \text{IF } x_6 = 0.02, \text{ THEN let } \hat{f}(x_6 | \hat{\theta}_2) = 600;$$

$$R_{10}: \text{IF } x_6 = 0.01, \text{ THEN let } \hat{f}(x_6 | \hat{\theta}_2) = 300;$$

$$R_{11}: \text{IF } x_6 = 0.00, \text{ THEN let } \hat{f}(x_6 | \hat{\theta}_2) = 0;$$

$$R_{12}: \text{IF } x_6 = -0.01, \text{ THEN let } \hat{f}(x_6 | \hat{\theta}_2) = -300;$$

$$R_{13}: \text{IF } x_6 = -0.02, \text{ THEN let } \hat{f}(x_6 | \hat{\theta}_2) = -600;$$

$$R_{14}: \text{IF } x_6 \leq -0.03, \text{ THEN let } \hat{f}(x_6 | \hat{\theta}_2) = -900。$$

此外, 对状态 x_4 和 x_6 分别选择 7 个状态变量, 它们的隶属度函数分别为

$$\mu_{A_1^1} = \begin{cases} 1 & x_4 \geq 0.03 \\ \exp \left[-0.6 \left(\frac{x_4 - 0.03}{0.01} \right)^2 \right] & 0.02 < x_4 < 0.03 \end{cases} \quad (36)$$

$$\mu_{A_1^2} = \exp \left\{ -0.6 \left(\frac{x_4 - 0.02}{0.01} \right)^2 \right\} \quad (37)$$

$$\mu_{A_1^3} = \exp \left\{ -0.6 \left(\frac{x_4 - 0.01}{0.01} \right)^2 \right\} \quad (38)$$

$$\mu_{A_1^4} = \exp \left\{ -0.6 \left(\frac{x_4}{0.01} \right)^2 \right\} \quad (39)$$

$$\mu_{A_1^5} = \exp \left\{ -0.6 \left(\frac{x_4 + 0.01}{0.01} \right)^2 \right\} \quad (40)$$

$$\mu_{A_1^6} = \exp\left\{-0.6\left(\frac{x_4+0.02}{0.01}\right)^2\right\} \quad (41)$$

$$\mu_{A_1^7} = \begin{cases} 1 & x_4 \leq -0.03 \\ \exp\left\{-0.6\left(\frac{x_4+0.03}{0.01}\right)^2\right\} & -0.03 < x_4 < -0.02 \end{cases} \quad (42)$$

$$\mu_{A_2^4} = \begin{cases} 1 & x_6 \geq 0.03 \\ \exp\left\{-0.6\left(\frac{x_6-0.03}{0.01}\right)^2\right\} & 0.02 < x_6 < 0.03 \end{cases} \quad (43)$$

$$\mu_{A_2^5} = \exp\left\{-0.6\left(\frac{x_6-0.02}{0.01}\right)^2\right\} \quad (44)$$

$$\mu_{A_2^3} = \exp\left\{-0.6\left(\frac{x_6-0.01}{0.01}\right)^2\right\} \quad (45)$$

$$\mu_{A_2^4} = \exp\left\{-0.6\left(\frac{x_6}{0.01}\right)^2\right\} \quad (46)$$

$$\mu_{A_2^5} = \exp\left\{-0.6\left(\frac{x_6+0.01}{0.01}\right)^2\right\} \quad (47)$$

$$\mu_{A_2^6} = \exp\left\{-0.6\left(\frac{x_6+0.02}{0.01}\right)^2\right\} \quad (48)$$

$$\mu_{A_2^7} = \begin{cases} 1 & x_6 \leq -0.03 \\ \exp\left\{-0.6\left(\frac{x_6+0.03}{0.01}\right)^2\right\} & -0.03 < x_6 < -0.02 \end{cases} \quad (49)$$

2.4 基于新型伸缩因子的变论域模糊自适应滑模制导律设计

常用的变论域模糊控制伸缩因子有比例指数型伸缩因子和自然指数型伸缩因子,其通用形式如式(50)、式(51)所示^[14-15]。

$$\alpha(x) = (|x|/E)^\tau \quad (50)$$

$$\alpha(x) = 1 - ce^{-kx^2} \quad (51)$$

式(50)~(51)中, $-E \leq x \leq E, 0 < \tau < 1, k > 0$ 。

然而,比例指数型伸缩因子的非线性有限,尤其是在输入误差很小的情况下,伸缩因子 $\alpha(x)$ 的变化不够明显,此时导弹所采用的制导律便难以给出合适的制导指令来实现高精度控制;此外,自然指数型伸缩因子在误差很大时变化比较剧烈,也会对精确制导构成不利影响。因此可以将比例指数型伸缩因子与自然指数型伸缩因子结合起来,构造下列类型的输入伸缩因子

$$\alpha(x) = \frac{m(x)}{n(x)} = \frac{(|x|/E)^{\tau_1} + \varepsilon_1}{\exp(-k_1|x|) + \varepsilon_2} \quad (52)$$

式(52)中, ε_1 为充分小的正常数, $0 < \varepsilon_2 < 1, k_1 > 0$ 。

根据伸缩因子的定义,分别对上述伸缩因子所应具有的对偶性、近零性、单调性、协调性和正

规性进行证明。

证明:

(1) 对偶性。对于 $\forall x \in X$, 可知 $\alpha(x) = \alpha(-x)$;

(2) 近零性。当 $x = 0$ 时, $\alpha(0) = \frac{\varepsilon_1}{1 + \varepsilon_2} < \varepsilon_1 \rightarrow 0$, 满足近零性要求;

(3) 单调性。对 $\alpha(x)$ 求导, 可得

$$\dot{\alpha}(x) = \frac{\dot{m}(x)n(x) - m(x)\dot{n}(x)}{n^2(x)}$$

由于 $m(x) > 0, n(x) > 0, \dot{m}(x) > 0, \dot{n}(x) < 0$, 故 $\dot{\alpha}(x) > 0$, 因此 $\alpha(x)$ 是单调递增的。

(4) 正规性。当 $x = \pm E$ 时, $\alpha(\pm E) = \frac{1 + \varepsilon_1}{\exp(-k_1E) + \varepsilon_2}$, 令 $k = -\ln(1 - \varepsilon_2)/E$, 故 $\exp(-k_1E) + \varepsilon_2 = 1$, 此外, 由于 ε_1 是充分小的正数, 因此可知 $\alpha(\pm E) = 1$ 。

(5) 协调性。由于 $\alpha(x)$ 是单调递增的, 且由于 ε_1 是充分小的正数, 故当 $x \in [0, E]$ 时, 可知

$$L_1(x) = \frac{\alpha(x)E}{x} = \frac{(E/x)^{1-\tau_1}}{\exp(-k_1|x|) + \varepsilon_2}$$

由于 $E/x \geq 1$, 故 $(E/x)^{1-\tau_1} \geq 1$; 同时, $L_2(x) = \exp(-k_1|x|) + \varepsilon_2$ 单调递减, 故 $L_2(x) \leq L_2(E) = 1$ 。因此, $L_1(x) \geq 1$, 由此可得 $x \leq \alpha(x)E$ 。

由于 $\alpha(x)$ 具有对偶性, 因此, 当 $x \in [-E, 0]$ 时, 同样满足 $x \leq \alpha(x)E$ 。

综上, 可知对于 $\forall x \in X$, 可知 $x \leq \alpha(x)E$ 。□

同理, 选择输出伸缩因子为

$$\beta(y) = \frac{(|y|/U)^{\tau_2} + \varepsilon_3}{\exp(-k_2|y|) + \varepsilon_4} \quad (53)$$

式(53)中, $-U \leq y \leq U, \varepsilon_3$ 为充分小的正常数, $0 < \varepsilon_4 < 1, k_2 > 0$ 。

因此, 基于新型伸缩因子的变论域模糊自适应滑模有限时间制导律为

$$\mathbf{a}_{Mk} = \beta \hat{\theta}_1^T \zeta_1(x_4/\alpha(x_4)) + \beta k_k \text{sgn}(x_4/\alpha(x_4)) \quad (54)$$

$$\mathbf{a}_{Mj} = \beta \hat{\theta}_2^T \zeta_2(x_6/\alpha(x_6)) + \beta k_j \text{sgn}(x_6/\alpha(x_6)) \quad (55)$$

式(54)~(55)中,

$$\hat{\theta}_1 = [f_1(x_4/\alpha(x_4)), f_2(x_4/\alpha(x_4)), \dots, f_n(x_4/\alpha(x_4))]^T$$

$$\hat{\theta}_2 = [g_1(x_6/\alpha(x_6)), g_2(x_6/\alpha(x_6)), \dots, g_n(x_6/\alpha(x_6))]^T$$

$$\zeta_1(x_4/\alpha(x_4)) = [\zeta_1^1(x_4/\alpha(x_4)), \zeta_1^2(x_4/\alpha(x_4)), \dots, \zeta_1^n(x_4/\alpha(x_4))]^T$$

$$\zeta_2(x_6/\alpha(x_6)) = [\zeta_2^1(x_6/\alpha(x_6)), \zeta_2^2(x_6/\alpha(x_6)), \dots, \zeta_2^n(x_6/\alpha(x_6))]^T$$

$$\zeta_1^i(x_4/\alpha(x_4)) = \frac{\mu_{A_1^i}(x_4/\alpha(x_4))}{\sum_{j=1}^n \mu_{A_1^j}(x_4/\alpha(x_4))}$$

$$\zeta_2^i(x_6/\alpha(x_6)) = \frac{\mu_{A_2^i}(x_6/\alpha(x_6))}{\sum_{j=1}^n \mu_{A_2^j}(x_6/\alpha(x_6))}$$

式(54)和式(55)所示的制导律中含有符号函数, 由于导弹控制系统的控制量切换不可能瞬时完成, 因此容易造成抖振, 为消除抖振, 可以对上述制导律的符号函数进行光滑处理, 这里用饱和函数 $\text{sat}(s)$ 代替符号函数 $\text{sgn}(s)$ 。 $\text{sat}_\Delta(s)$ 的表达式如式(56)所示。

$$\text{sat}_\Delta(s) = \begin{cases} 1 & s > \Delta \\ \gamma s & |s| < \Delta \\ -1 & s < -\Delta \end{cases} \quad \gamma = 1/\Delta \quad (56)$$

3 仿真研究

导弹拦截目标初始状态参数设置为: $v_m = 1800\text{m/s}$, $v_t = 2000\text{m/s}$, $x_{t0} = 50\text{km}$, $y_{t0} = 1\text{km}$, $z_{t0} = 22\text{km}$, $x_{m0} = 0\text{km}$, $y_{m0} = 0\text{km}$, $z_{m0} = 18\text{km}$, $\theta_{t0} = 10^\circ$, $\psi_{t0} = 180^\circ$, $\theta_{m0} = 4.57^\circ$, $\psi_{m0} = 1.15^\circ$ 。基于新型伸缩因子的变论域模糊自适应滑模制导律参数取值为: $E = 0.03$, $U = 900$, $\tau_1 = 0.9$, $\tau_2 = 0.9$, $\varepsilon_1 = 1\text{E} - 6$, $\varepsilon_2 = 0.1$, $\varepsilon_3 = 1\text{E} - 5$, $\varepsilon_4 = 0.05$, $k_1 = 3.5120$, $k_2 = 1.7098$ 。在仿真过程中, 导弹的可用过载为 $20g$, 目标的机动过载为 $1 \sim 4g$ 。考虑导弹的自动驾驶仪用二阶动态特性描述:

$$\frac{u}{a} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

其中, u 为导弹的加速度; 根据导弹的设计要求和工程实际经验, 选取导弹自动驾驶仪动态参数为 $\zeta = 0.82$, $\omega_n = 8.0$ 。

仿真结果如图 2 ~ 图 4, 表 1 ~ 表 3 所示, 其中图 2 ~ 图 4 是目标机动过载为 $1g$ 时的导弹和目标的制导信息。

由图 2 可知, 在导弹飞行的前半段, 变论域模糊自适应滑模有限时间收敛制导律的弹道比例制导律稍微弯曲一些, 而后半段则较为平直一些, 其主要原因是变论域模糊自适应滑模有限时间收敛制导律在末制导初始段用更大的机动过载以使导弹 - 目标视线角速率在有限时间内收敛到零附近的较小邻域内, 因此其弹道在此时显得更加弯曲一些; 一旦视线角速率达到有限时间收敛, 其指令过载便几乎保持在较小的水平 (如图 4 所示)。

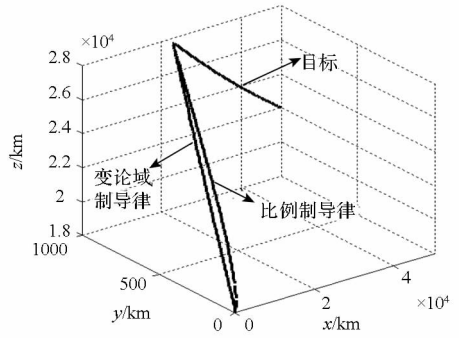


图 2 拦截弹攻击目标曲线

Fig. 2 Simulation curves of interceptor attacking target

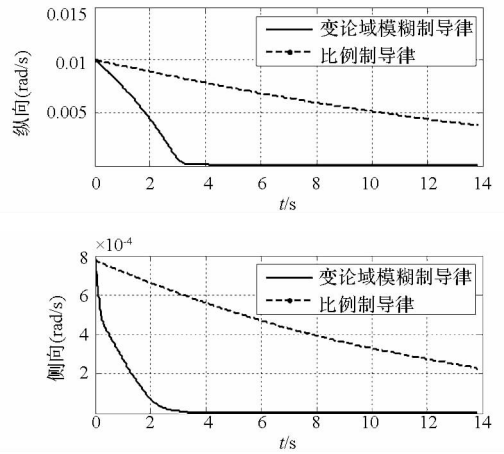


图 3 视线角速率随时间的变化曲线

Fig. 3 Changing curves of the line-of-sight rate at different time

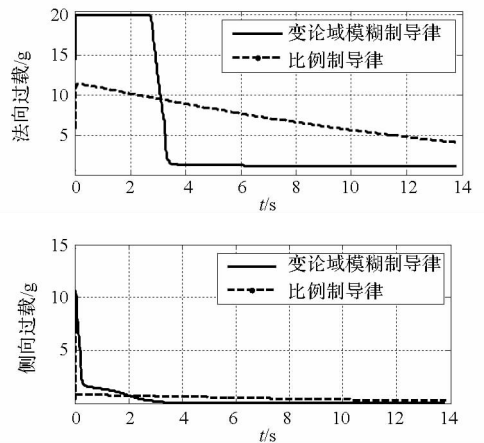


图 4 导弹过载随时间的变化曲线

Fig. 4 Changing curves of the missile overload at different time

由图 3 可知, 变论域模糊自适应滑模有限时间收敛制导律的视线角速率能够在有限时间内收敛到零附近的邻域内, 而比例制导律则没有此种特性。由图 4 可知, 变论域模糊自适应滑模有限时间收敛制导律的这种特性可以使其在末制导初始阶段以最大的机动能力飞向目标, 而在导弹 - 目标视线角速率有限时间收敛后, 则可以很小的过载飞

行,并保证对目标的命中精度。

表1 $\theta_{m0} = 4.57^\circ, \psi_{m0} = 1.15^\circ$ 时的制导精度

Tab.1 Guidance precision when $\theta_{m0} = 4.57^\circ$
and $\psi_{m0} = 1.15^\circ$

机动过载 a_t	$a_t = 1g$	$a_t = 2g$	$a_t = 3g$	$a_t = 4g$	
比例	t/s	13.940	14.170	14.460	14.820
	Miss/m	0.079 8	0.231 6	0.518 7	4.122 6
变论域	t/s	13.880	14.070	14.310	14.600
	Miss/m	0.030 2	0.098 0	0.178 1	0.374 7

表2 $\theta_{m0} = 14.57^\circ, \psi_{m0} = 1.15^\circ$ 时的制导精度

Tab.2 Guidance precision when $\theta_{m0} = 14.57^\circ$
and $\psi_{m0} = 1.15^\circ$

机动过载 a_t	$a_t = 1g$	$a_t = 2g$	$a_t = 3g$	$a_t = 4g$	
比例	t/s	13.870	14.070	14.330	14.650
	Miss/m	0.073 5	0.186 2	0.390 1	1.603 3
变论域	t/s	13.850	14.030	14.260	14.530
	Miss/m	0.032 0	0.078 8	0.118 1	0.177 6

表3 $\theta_{m0} = 4.57^\circ, \psi_{m0} = 11.91^\circ$ 时的制导精度

Tab.3 Guidance precision when $\theta_{m0} = 4.57^\circ$
and $\psi_{m0} = 11.15^\circ$

机动过载 a_t	$a_t = 1g$	$a_t = 2g$	$a_t = 3g$	$a_t = 4g$	
比例	t/s	13.950	14.180	14.470	14.840
	Miss/m	0.091 2	0.211 8	0.489 6	4.213 9
变论域	t/s	13.880	14.080	14.320	14.610
	Miss/m	0.035 0	0.140 9	0.484 4	0.744 7

由表1~表3可知,在不同的导弹初始弹道倾角和弹道偏角及不同的目标机动过载情况下,比例制导律在目标机动过载为4g时出现了脱靶,但是变论域模糊自适应滑模有限时间收敛制导律始终能够精确命中目标,且比比比例制导律具有更小的脱靶量和更短的拦截时间。同时,由表1和表2可知,在导弹初始弹道偏角不变的情况下,当初始弹道倾角变大时,导弹拦截目标的时间整体上变短,脱靶量变小;由表2和表3可知,在导弹初始弹道倾角不变的情况下,当初始弹道偏角变大时,导弹拦截目标的时间整体上变长,脱靶量变大。

4 结论

本文利用有限时间收敛制导律设计的专家经验,构造了模糊控制规则,并运用模糊控制的万能逼近特性,对所设计的三维滑模制导律的非切换

项进行逼近,设计了模糊自适应滑模有限时间收敛制导律;同时,为增加小论域情况下的控制规则、提高制导精度,设计了新型变论域伸缩因子,并将变论域模糊控制引入制导律设计当中,最终设计了变论域模糊自适应滑模有限时间收敛制导律。仿真结果表明,所设计的制导律能够准确命中目标,并能够达到视线角速率有限时间收敛,且与比例制导律相比,具有更高的制导精度和更少的拦截时间。

参考文献 (References)

- [1] Sun S, Zhou D, Hou W T. A guidance law with finite time convergence accounting for autopilot lag [J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 25(1): 132-137.
- [2] 朱战霞, 韩沛, 陈鹏. 基于非线性 Terminal 滑模的动能拦截器末制导律设计[J]. 西北工业大学学报, 2013, 31(2): 233-238.
ZHU Zhanxia, HAN Pei, CHEN Peng. Design of nonlinear terminal SMGL for KKV [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2013, 31(2): 233-238. (in Chinese)
- [3] Li K B, Chen L, Bai X Z. Differential geometric modeling of guidance problem for interceptors [J]. Science China, 2011, 54(9): 2283-2295.
- [4] Ji D G, He F H, Yao Y. Finite time H approach for missile overload requirement analysis in terminal guidance [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2009, (22): 413-418.
- [5] 沈林成, 彭双春, 牛铁峰. BTT 导弹制导律研究综述[J]. 国防科技大学学报, 2011, 33(2): 106-112.
SHEN Lincheng, PENG Shuangchun, NIU Yifeng. A survey on guidance laws for BTT missiles [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2011, 33(2): 106-112. (in Chinese)
- [6] Zarchan P. Tactical and strategic missile guidance [M]. 5th ed. Lexington: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007.
- [7] 孙胜. 有限时间收敛寻的导引律[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.
SUN Sheng. Guidance laws with finite time convergence for homing missiles [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010. (in Chinese)
- [8] Zhang Y X, Sun M W, Chen Z Q. Finite-time convergent guidance law with impact angle constraint based on sliding-mode control [J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 70(1): 619-625.
- [9] Wang X H, Wang J Z. Partial integrated missile guidance and control with finite time convergence [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2013, 36(5): 1399-1409.
- [10] Zhou D, Sun S. Guidance laws with finite time convergence [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2009, 32(6): 1838-1846.
- [11] 叶继坤, 雷虎民, 肖增博, 等. 基于零化视线角速率的非线性预测制导律[J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32(2): 411-416.
YE Jikun, LEI Humin, XIAO Zengbo, et al. Nonlinear predictive guidance law based on zeroing line of sight rate [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2012, 32(2): 411-416. (in Chinese)
- [12] 李士勇, 袁丽英. 拦截机动目标的自适应模糊末制导律设计[J]. 宇航学报, 2009, 13(2): 312-316.
LI Shiyong, YUAN Liying. Adaptive fuzzy guidance law for maneuvering targets [J]. Journal of Astronautics, 2009, 13(2): 312-316. (in Chinese)