

块 Toeplitz 矩阵低复杂度求逆的卫星导航空时抗干扰算法*

吴舜晓, 黄仰博, 聂俊伟, 欧 钢

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 采样协方差矩阵求逆是空时抗干扰算法的基本运算单元, 但由于其运算量随时域抽头个数急剧增长, 直接限制了空时抗干扰技术在卫星导航接收机中的应用。针对该问题, 提出了基于块 Toeplitz 矩阵快速求逆的空时抗干扰方法。通过采用新的协方差矩阵近似计算方法, 使得该矩阵同时为块 Toeplitz 矩阵与 Hermite 矩阵, 并运用块 Toeplitz 矩阵的快速求逆算法, 将时域抽头个数为 K 的计算复杂度从 $O[K^3]$ 降至 $O[K^2]$ 。理论分析和仿真结果表明, 在阵元数为 4、时域抽头为 15 的典型情况下, 相比现有矩阵求逆方法, 该算法的抗干扰性能损耗小于 1dB, 但计算量可降低约 2/3。

关键词: 采样协方差矩阵求逆; 块 Toeplitz 矩阵; 空时自适应处理; 抗干扰天线阵列; 全球卫星导航系统
中图分类号: TN967.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2015)03-021-07

A GNSS space-time anti-jamming algorithm with low complexity block Toeplitz matrix inversion

WU Shunxiao, HUANG Yangbo, NIE Junwei, OU Gang

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Sample covariance matrix inversion was a basic operation unit in the realization of space-time anti-jamming algorithm, and its computation load grew rapidly with the increasing number of time taps, which directly restricted the application of space-time anti-jamming technique in GNSS (Global Navigation Satellite System) receiver. Aiming at this problem, a space-time anti-jamming algorithm based on block Toeplitz inversion was adopted into anti-jamming processing. By improving the estimation method of the covariance matrix, the algorithm got a sample covariance matrix both in the form of block Toeplitz matrix and Hermite matrix, and then the fast block Toeplitz inversion algorithm was applied to reduce the inversion complexity of covariance matrix of K taps from $O[K^3]$ to $O[K^2]$. Theoretical analysis and simulation results show that when comparing with the traditional algorithm under the condition of 4 antenna elements and 15 taps, the anti-jamming performance cost of the proposed algorithm is less than 1dB, and its computation load reduction is about 2/3 times of the traditional algorithm.

Key words: sample covariance matrix inversion; block Toeplitz matrix; space-time adaptive processing; anti-jamming antenna array; global navigation satellite system

卫星导航信号到达地面时非常微弱, 极易受到有意或无意干扰, 军用接收机系统和航空应用系统通常采用自适应天线阵技术来提高其抗干扰能力^[1]。为同时利用空域与时域自由度, 抗干扰天线阵通常采用空时自适应处理^[2] (Space-Time Adaptive Processing, STAP) 算法。对于接收卫星导航信号的天线阵列, 由于导航信号用于测距, 传统的窄带假设不再适应现实要求, 需采用可描述整个通道内各频率点处阵列响应的宽带模型^[3-4]。针对阵列的宽带模型, 需要通过增加时序抽头个数来提高 STAP 处理的自由度, 由此可以更好地补偿各阵元接收信号群时延差异, 达到

更好地抑制干扰和增强有用信号的效果^[5-6]。设阵元个数为 N , 每个阵元后的抽头个数为 K , 则对于功率倒置、最大信干噪比等常用空时自适应处理准则, 直接全精度求解自适应权值向量需要对 $(N \cdot K) \times (N \cdot K)$ 维的采样协方差矩阵求逆, 其计算复杂度为 $O[(N \cdot K)^3]$ 。可见增加时域抽头个数, 将使得 STAP 处理的计算量及相应的工程实现代价急剧增大, 限制了其在机载、弹载等小型化武器平台上的广泛应用。

针对 STAP 中矩阵求逆计算量大的问题, 早期的文献从准最优的角度提出了以多级维纳滤波为代表的降秩、降维方法^[7]。近年来, 随着数字

* 收稿日期: 2015-1-20

基金项目: 青年科学基金资助项目(61403413)

作者简介: 吴舜晓(1986—), 男, 湖南益阳人, 博士研究生, E-mail: wsx_sadc@163.com;

欧钢(通信作者), 男, 教授, 博士, 博士生导师, E-mail: ougang_nnc@163.com

信号处理实现技术的发展,直接快速实现矩阵求逆运算变为可能,Rosado 等在 2012 年提出了直接在可编程门阵列(Field Programmable Gate Array, FPGA)中实现矩阵求逆的方法^[8]。为达到更好的抗干扰性能,适应更严苛的应用环境,采用直接对采样协方差矩阵求逆方法(Sample Matrix Inversion, SMI)的 STAP 正逐渐取代准最优方法,任磊等对用数字信号处理器(Digital Signal Processor, DSP)实现 SMI 进行了深入的研究^[9]。为进一步减少实现代价,大量文献针对减少矩阵求逆的计算量和实现结构展开了研究。Zhu 等针对无线通信应用环境下协方差矩阵的特点提出了加速矩阵求逆的算法^[10]。针对雷达信号处理中的采样协方差矩阵具有 Hermite 对称性的特点,高飞、Yang 等提出了矩阵求逆的并行实现结构和快速求逆算法^[11-12]。然而,上述传统矩阵求逆方法的计算量仍然与 K^3 成正比,其计算量仍然会随着抽头个数的增加而快速增长。针对此问题,本文通过提出新的协方差矩阵近似估计方法,以使得采样协方差矩阵具有便于实现求逆运算的结构特点。根据在平稳条件下协方差矩阵可表示为块 Toeplitz 矩阵的特性,新的协方差矩阵估计方法可以保证所得到的采样协方差矩阵同时为块 Toeplitz 矩阵与 Hermite 矩阵,且对于通常的导航应用来说,此种近似对抗干扰性能的影响很小。在此基础上通过运用块 Toeplitz 矩阵低复杂度求逆算法,使得矩阵求逆问题的计算量与 K^2 成正比。

1 协方差矩阵特性分析

1.1 空时滤波器实现结构

图 1 所示为 N 个阵元,每个阵元后有 K 个时延抽头的 GNSS 抗干扰空时滤波器实现结构。在空间传播的射频信号经过各个天线阵子接收、射频前端等处理后得到复基带信号。各路复基带信号再被依次延时到各抽头上,各抽头上的信号与相应的权值相乘后再通过求和得到阵列的输出 y 。设射频前端的带宽为 B ,空时滤波器处理的数据率为 $\frac{1}{T}$,则要求抽头时间间隔 T 略小于 $\frac{1}{B}$ 。设阵元的编号为 $1, 2, \dots, N$,抽头按照先后顺序编号为 $1, 2, \dots, K$,阵元 m 后第 u 个抽头处的采样值序列为 $x_{mu}[k]$,与之对应的加权系数求共轭以后为 w_{mu} 。

用向量 \mathbf{X} 表示各抽头上的数据,向量 \mathbf{W} 表示与各抽头对应的加权系数,则整个阵列的输出可表示为:

$$y = \mathbf{W}^H \mathbf{X} \quad (1)$$

式中,上标 H 表示对矩阵进行共轭转置操作,下文都采用此符号。将阵列信号看成多维随机变量,则其协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_{xx} = E(\mathbf{X}\mathbf{X}^H) \quad (2)$$

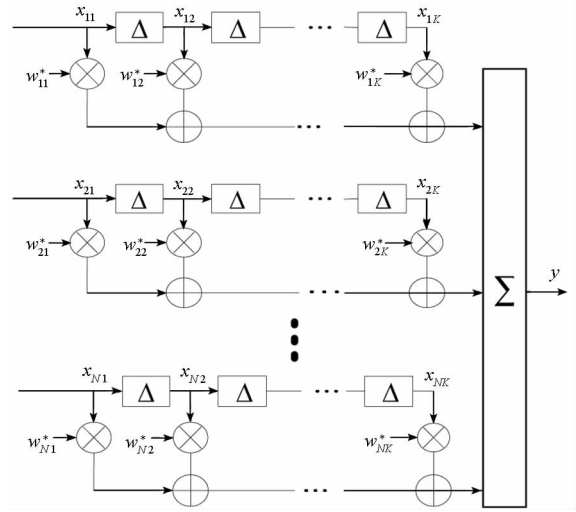


图 1 空时滤波结构

Fig. 1 Space-time filtering structure

空时权值求解中通常要求解如式(3)所示的线性方程组^[11]:

$$\mathbf{R}_{xx} \mathbf{W} = \mathbf{b} \quad (3)$$

其中 \mathbf{b} 为由抗干扰准则所决定的约束向量。式(3)的解为 $\mathbf{W}_{opt} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{b}$,因此通过求协方差矩阵的逆来求解式(3)是 SMI 方法的关键步骤。本文采用按照先阵元编号,后抽头先后顺序排列向量 \mathbf{X} 中各变量,即

$$\mathbf{X} = [x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1K}, x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2K}, \dots, x_{N1}, x_{N2}, \dots, x_{NK}]^T \quad (4)$$

相应地, \mathbf{W} 中各变量的排列顺序如下:

$$\mathbf{W} = [w_{11}, w_{21}, \dots, w_{N1}, w_{12}, w_{22}, \dots, w_{N2}, \dots, w_{1K}, w_{2K}, \dots, w_{NK}]^T \quad (5)$$

1.2 平稳条件下的协方差矩阵特性

为了便于发现协方差矩阵的特征,先在一种较理想的条件下进行分析。为此,假设各阵元上的信号满足平稳性条件,即各阵元上的信号是平稳的且各阵元信号之间也是联合平稳的。在平稳性条件成立的前提下,任意两个抽头处数据的互相关值,仅取决于信号到达这两个抽头的时延差。易知任意抽头处的信号相对于参考阵元上参考抽头信号的时延均由两部分构成,一部分由阵元空间位置确定,另一部由信号所经过的抽头个数决定,由此第 m 个阵元后的第 u 个抽头处的时延为:

$$\tau(m, u) = \delta(m) + T \cdot u \quad (6)$$

式(6)中函数 $\delta(\cdot)$ 表示由阵元位置决定的时延。由此可知对于任意两个抽头处的信号 x_{mu} 与 x_{nv} , 其时延差为 $\delta(m) - \delta(n) + T(u - v)$, 即时延差的值仅取决于 m, n 与 $u - v$ 。因此协方差矩阵中的构成元素 $E(x_{mu}x_{nv}^*)$ 的取值仅由 m, n 与 $u - v$ 决定。设第 u 个抽头处各阵元信号构成的向量为 \mathbf{X}_u , 第 v 个抽头处各阵元信号构成的相位为 \mathbf{X}_v , 即:

$$\mathbf{X}_u = \begin{bmatrix} x_{1u} \\ x_{2u} \\ \vdots \\ x_{Nu} \end{bmatrix} \quad \mathbf{X}_v = \begin{bmatrix} x_{1v} \\ x_{2v} \\ \vdots \\ x_{Nv} \end{bmatrix} \quad (7)$$

易知 \mathbf{X}_u 与 \mathbf{X}_v 的互相关矩阵 $E(\mathbf{X}_u\mathbf{X}_v^H)$ 仅与 $u - v$ 有关, 不妨设 $i = v - u$, 由此可表示为:

$$\mathbf{R}_i = E(\mathbf{X}_u\mathbf{X}_v^H) \quad (8)$$

易知, \mathbf{X}_u 与 \mathbf{X}_v 均为 \mathbf{X} 中的子块, 由此可知 \mathbf{R}_i 是 \mathbf{R}_{xx} 中的 $N \times N$ 子块, 且其排列如式(9)所示:

$$\mathbf{R}_{xx} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 & \mathbf{R}_1 & \mathbf{R}_2 & \cdots & \mathbf{R}_{K-1} \\ \mathbf{R}_{-1} & \mathbf{R}_0 & \mathbf{R}_1 & \cdots & \mathbf{R}_{K-2} \\ \mathbf{R}_{-2} & \mathbf{R}_{-1} & \mathbf{R}_0 & \cdots & \mathbf{R}_{K-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{R}_{-K+1} & \mathbf{R}_{-K+2} & \mathbf{R}_{-K+3} & \cdots & \mathbf{R}_0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

容易验证 $\mathbf{R}_i^H = \mathbf{R}_{-i}$ 成立, 由此可知 \mathbf{R}_{xx} 为 Hermite 矩阵。注意到 \mathbf{R}_{xx} 可以看成由 \mathbf{R}_i 构成的分块矩阵, 且其所有斜对角线上的子块相同, 故 \mathbf{R}_{xx} 同时还是块 Toeplitz 矩阵。

1.3 采样协方差矩阵计算

在实际的工程应用中需要利用采样值近似计算得到的协方差矩阵估计值, 即采样协方差矩阵。虽然平稳性假设不会严格成立, 但在一次权值更新周期这样短的时间内, 此假设可近似认为成立, 因此可参照式(8)和式(9)的形式来估计协方差矩阵。此时只需要将式(8)中 \mathbf{R}_i 的数学期望运算用求平均值的运算来替代即可。设在一个权值更新周期中用 L 个采样值参与估算协方差矩阵, 则 \mathbf{R}_i 的第 m 行 n 列元素可按照式(10)近似计算

$$(\mathbf{R}_i)_{mn} \approx \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L x_m[j]x_{n(i+1)}^*[j] \quad (10)$$

本文算法中的采样协方差矩阵的计算方式为: 先用式(10)得到 \mathbf{R}_i 的估计值, 再将其带入式(9)中得到采样协方差矩阵。下文中, 为书写方

便, 采样协方差矩阵及其构成子块仍然用 \mathbf{R}_{xx} 与 \mathbf{R}_i 表示。容易验证本文算法所提的采样协方差矩阵即是块 Toeplitz 矩阵又是 Hermite 矩阵。

易知, 与传统的采样协方差矩阵计算方法相比, 本文的计算方法为保证所得结果的块 Toeplitz 结构, 对参与求平均运算采样点所对应的时间区间进行了平移, 且平移范围不超过 K 个采样点。因此, 只要 $K \ll L$ 的条件成立, 不管平稳性假设是否成立, 都能保证本文算法得到的采样协方差矩阵与传统方法得到的采样协方差矩阵高度近似, 因而性能差异小。通常情况下, 为获得高抗干扰性能, 采样协方差矩阵的计算由硬件电路完成, 在一个权值更新周期内的全部数据都被用于计算采样协方差矩阵。例如: 假设数据采样率为 20MHz, 权值更新周期为 1ms, 则 L 的取值为 20 000, 然而一般情况下受实现资源的制约, 通常有 $K < 20$ 成立。因此, 对于导航抗干扰应用来说 $K \ll L$ 很容易满足, 大多数情况下都可采用块 Toeplitz 结构的采样协方差矩阵来求解空时权值。

2 自适应权值求解

在得到了具有块 Toeplitz 和 Hermite 结构特性的采样协方差矩阵以后, 本节首先利用块 Toeplitz 矩阵的快速求逆算法^[13]得到求逆过程的迭代表示, 然后结合其 Hermite 特性实现进一步优化。

2.1 块 Toeplitz 矩阵的方程组迭代求解

本节将文献[13]中的算法应用到求解式(3)以得到自适应权值, 这里仅列出主要结果。将权值向量和约束向量写成分块形式, 即

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{opt}^H &= [\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \cdots, \mathbf{A}_K] \\ \mathbf{b}^H &= [\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \cdots, \mathbf{B}_K] \end{aligned} \quad (11)$$

式中: \mathbf{A}_i 为 $1 \times N$ 的行向量, 对应于各阵元在抽头 i 处的加权系数; \mathbf{B}_i 也为 $1 \times N$ 的行向量。由此可将最优权值的求解问题表示为:

$$[\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \cdots, \mathbf{B}_K] = [\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \cdots, \mathbf{A}_K] \mathbf{R}_{xx} \quad (12)$$

设 \mathbf{L}_{p+1} , $p = 1, 2, \cdots, K-1$ 的第一行子块为 $\mathbf{R}_0, \mathbf{R}_{-1}$ 至 \mathbf{R}_{-p} 且第一列子块为 $\mathbf{R}_0, \mathbf{R}_1$ 至 \mathbf{R}_p 的块 Toeplitz 矩阵, 即

$$\mathbf{L}_{p+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 & \mathbf{R}_{-1} & \mathbf{R}_{-2} & \cdots & \mathbf{R}_{-p} \\ \mathbf{R}_1 & \mathbf{R}_0 & \mathbf{R}_{-1} & \cdots & \mathbf{R}_{-p+1} \\ \mathbf{R}_2 & \mathbf{R}_1 & \mathbf{R}_0 & \cdots & \mathbf{R}_{-p+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{R}_p & \mathbf{R}_{p-1} & \mathbf{R}_{p-2} & \cdots & \mathbf{R}_0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

为方便表述, 对于构成元素均为 $N \times N$ 矩阵

的任意分块矩阵 C , 引入两个算符: 一个为 $\tilde{\cdot}$, 表示对矩阵中的子块进行转置操作, 即 \tilde{C} 中第 (i, j) 子块, 正好是 C 中的第 (j, i) 子块; 另一个为 $\hat{\cdot}$, 表示交换矩阵中同一行中各子块的先后顺序, 即若设 $\tilde{C} = [R_1, R_2, \dots, R_p]$, 则 $\hat{\tilde{C}} = [R_p, R_{p-1}, \dots, R_1]$ 。

利用上述符号, L_{p+1} 可表示为如下的迭代表达式:

$$L_{p+1} = \begin{bmatrix} P_p & \tilde{a}_p \\ r_p & L_p \end{bmatrix} \quad (14)$$

式(14)中:

$$P_p = R_0, \tilde{a}_p = [R_{-1}, R_{-2}, \dots, R_{-p}],$$

$\tilde{r}_p = [R_1, R_2, \dots, R_p]$, L_p 仍为块 Toeplitz 矩阵, 还可继续按式(14)递归分解, 直至 $L_1 = R_0$ 。

设 $\tilde{\beta}_p = [B_1, B_2, \dots, B_p]$ 及

$\tilde{\alpha}_p = [A_1^{(p)}, A_2^{(p)}, \dots, A_p^{(p)}]$, 则可得到一系列方程组:

$$\tilde{\beta}_p = \tilde{\alpha}_p \tilde{L}_p \quad (p=1, 2, \dots, K) \quad (15)$$

显然, 当取 $p=K$ 时, 所得方程即为式(12)的方程。为便于表述算法迭代过程, 先定义如下变量和算符。

设 I 与 Z 分别为 $C^{N \times N}$ 中的单位矩阵与零矩阵。在第 p 步迭代中, 将式(15)的解拆分为 p 个 $C^{1 \times N}$ 中的向量, 即

$$\tilde{\alpha}_p = [A_1^{(p)}, A_2^{(p)}, \dots, A_p^{(p)}] \quad (16)$$

对于 $t=1, 2, \dots, K-1$ 定义迭代初始化及后续各步骤中的中间变量, 包括:

1) $N \times N$ 的矩阵 $Q(t)$ 与 $S(t)$, 其逆矩阵分别表示为 $Q^{-1}(t)$ 与 $S^{-1}(t)$;

2) 由 t 个 $N \times N$ 的子矩阵块排成一行得到的矩阵 $I_s(t)$ 与 $F_q(t)$ 。对于此两个矩阵序列, 定义算符 $(\cdot)_n$ 表示取其中的第 n 个子块, 例如: $(I_s(t))_1$ 表示取 $I_s(t)$ 中的第 1 个子块, $(F_q(t))_{t-1}$ 表示取 $F_q(t)$ 中的第 $t-1$ 个子块。

利用块 Toeplitz 矩阵快速求逆算法的空时权值迭代求解流程如图 2 所示。初始化阶段由求解取 $p=1$ 与 $p=2$ 时式(15)的方程构成, 后续的 $K-2$ 个迭代步骤对应于求解 $p=3, 4, \dots, K$ 时式(15)的方程。

在上述流程的初始化步骤中, 先求解 $p=1$ 时的方程, 具体计算过程为:

$$A_1^{(1)} = B_1 R_0^{-1} \quad (17)$$

再求解 $p=2$ 时的方程, 此时可部分地利用上一个步骤所得结果和中间变量, 具体计算过程如下。

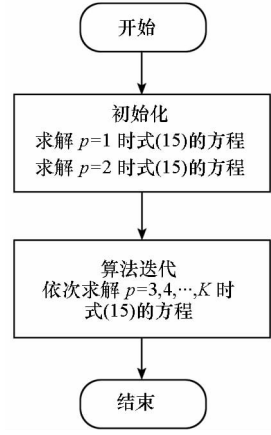


图 2 块 Toeplitz 矩阵快速求逆的空时权值求解流程

Fig. 2 Solve the space-time weights by fast algorithm for block Toeplitz matrix inversion

$$\begin{aligned} I_s(1) &= -R_1 R_0^{-1}, F_q(1) = -R_{-1} R_0^{-1} \\ Q^{-1}(1) &= R_0 - F_q(1) I_s(1) R_0 \\ S^{-1}(1) &= R_0 - I_s(1) F_q(1) R_0 \\ Q(1) &= (Q^{-1}(1))^{-1}, S(1) = (S^{-1}(1))^{-1} \\ A_2^{(2)} &= (B_2 - A_1^{(1)} R_1) Q(1) \\ A_1^{(2)} &= A_1^{(1)} + A_2^{(2)} F_q(1) \end{aligned} \quad (18)$$

在迭代处理的方程求解中, 不是直接对矩阵进行求逆, 而是利用中间变量的递推关系先计算出中间变量, 再根据中间变量计算出方程的解。设迭代变量为 $h=1, 2, \dots, K-1$, 则每一次迭代包括以下三步计算过程。

1) 按照式(19)计算中间变量

$$\begin{aligned} I_s(h+1) &= [I_s(h), Z] - (I_s(h) \hat{r}_h + R_{h+1}) Q(h) [F_q(h), I] \\ F_q(h+1) &= [Z, F_q(h)] - (F_q(h) a_h + R_{-h-1}) S(h) [I, I_s(h)] \\ Q^{-1}(h+1) &= Q^{-1}(h) - (F_q(h+1))_1 (I_s(h+1))_{h+1} Q^{-1}(h) \\ S^{-1}(h+1) &= S^{-1}(h) - (I_s(h+1))_{h+1} (F_q(h+1))_1 S^{-1}(h) \\ Q(h+1) &= (Q^{-1}(h+1))^{-1} \\ S(h+1) &= (S^{-1}(h+1))^{-1} \end{aligned} \quad (19)$$

式(19)中的 \hat{r}_h 与 a_h 为按照式(14)对 L_{h+1} 进行分解所得到的矩阵子块。

2) 计算解向量中的最后一个 $1 \times N$ 子块, 计算公式如下。

$$A_{h+2}^{(h+2)} = (B_{h+2} - \sum_{l=1}^{h+1} A_l^{(h+1)} R_{h+2-l}) Q(h+1) \quad (20)$$

3) 计算解向量的前 $h+1$ 个 $1 \times N$ 子块,即对于 $l=1,2,\dots,h+1$ 执行以下计算

$$\mathbf{A}_l^{(h+2)} = \mathbf{A}_l^{(h+1)} + \mathbf{A}_{h+2}^{(h+2)} (\mathbf{F}_q(h+1))_l \quad (21)$$

迭代结束后得到的 $[\mathbf{A}_1^{(K)}, \dots, \mathbf{A}_K^{(K)}]$ 即为式(12)的解。在求解式(12)的方程得到 $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_K$ 之后,根据式(11)可得到 $\mathbf{W}_{opt} = \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_K^H$ 。

2.2 利用共轭对称性的优化

上一节迭代求解空时权值的算法仅利用了协方差矩阵为分块 Toeplitz 矩阵的特点,没有利用其 Hermite 对称性。利用 $\mathbf{R}_i^H = \mathbf{R}_{-i}$ 的对称性,参照文献[13]中的推导方法可知: $\mathbf{I}_s(p)\hat{\mathbf{f}}_p + \mathbf{R}_{p+1}$ 与 $\mathbf{R}_{-p-1} + \mathbf{F}_q(p)\mathbf{a}_p$ 互为共轭转置; $\mathbf{Q}(p), \mathbf{S}(p), \mathbf{Q}^{-1}(p), \mathbf{S}^{-1}(p)$ 均为 Hermite 矩阵。根据上述特点,本文算法可进一步采用如下简化处理:

1) 计算出 $\mathbf{I}_s(p)\hat{\mathbf{f}}_p + \mathbf{R}_{p+1}$ 后可直接用求共轭转置得到 $\mathbf{R}_{-p-1} + \mathbf{F}_q(p)\mathbf{a}_p$;

2) 计算 $\mathbf{Q}^{-1}(p), \mathbf{S}^{-1}(p)$ 时可只计算其下三角部分,上三角部分利用 Hermite 矩阵的对称性得到;

3) 对 $\mathbf{Q}^{-1}(p), \mathbf{S}^{-1}(p)$ 进行求逆计算 $\mathbf{Q}(p), \mathbf{S}(p)$ 时,可利用 Hermite 矩阵的对称性减少计算量^[11-12]。

从本文算法的迭代过程可知, $\mathbf{Q}(p), \mathbf{S}(p)$ 均为 $N \times N$ 的矩阵; $\mathbf{I}_s(p), \mathbf{F}_q(p)$ 均由 p 个 $N \times N$ 的子块按行排列构成; $\mathbf{A}_m^{(p)} (m=1,2,\dots,p)$ 为 $1 \times N$ 的行向量。因此,算法的计算过程可分为以下5类基本运算: a) $N \times N$ 矩阵的乘法; b) $N \times N$ 矩阵的加减法; c) $N \times N$ 矩阵的求逆; d) $1 \times N$ 向量与矩阵乘法; e) $1 \times N$ 向量之间的加减法。考虑到阵元数目 N 一般较小,且目前的 FPGA 已能较好地支持浮点运算,上述五类运算都可以在 FPGA 中快速实现并行处理,因此可以方便地利用 FPGA 来加速算法1的实现。

3 性能分析

本文算法用于简化空时抗干扰处理中计算采样协方差矩阵和对其进行求逆运算这两个基本处理环节的计算量,因此可具体应用于多种抗干扰准则中。本文算法的目的是在保持与传统算法性能接近的前提下大幅减少计算量。因此下面将通过数值仿真来比较本文算法与传统算法在抗干扰性能上的差异,然后再分析本文算法的计算量。

3.1 抗干扰性能比较

为便于对比和简化仿真,传统算法和本文算法都采用工程实践中最常用的功率倒置准则,即 \mathbf{b} 为

仅有一个为1,其余全部为0的向量,1对应参考阵元上的参考抽头。针对导航信号的特点,干扰抑制性能采用等效阵列增益^[3]来衡量。等效阵列增益描述的是阵列处理对扩展后获得的载噪比所产生的影响,取正数表示增强了载噪比,取负数表示对载噪比造成了损耗。

仿真时有用信号用 GPS 的 L2 频点 P 码(调制码率为 10.23MHz 的长码)信号模拟,采用 4 元方阵,阵元间距为半波长,假设信号和干扰都为远场入射。表1所示为设置的仿真条件和按照传统方法计算采样协方差矩阵与按照本文算法计算采样协方差矩阵所分别得到的等效阵列增益。

表1 仿真条件设置与阵列增益

Tab.1 Simulation condition setting and array gain

干扰方向	信号方向	阵列增益/dB	
		传统	本文
$(5^\circ, 45^\circ), (6^\circ, 165^\circ), (10^\circ, 285^\circ)$	$(70^\circ, 0^\circ)$	-2.57	-3.64
$(8^\circ, 35^\circ), (10^\circ, 145^\circ), (15^\circ, 300^\circ)$	$(60^\circ, 7^\circ)$	-1.73	-1.90
$(11^\circ, 15^\circ), (13^\circ, 115^\circ), (7^\circ, 260^\circ)$	$(55^\circ, 3^\circ)$	-4.31	-4.34

表1的来波方向表示中,第一个数为俯仰角,第二个数为方位角。有三个由二相相移键控(Binary Phase Shift Keying, BPSK)调制产生的宽带干扰和一个有用信号入射,干信比均为 65dBc, $K=9, L=21\ 000$, 单个阵元上的载噪比为 43dBHz, 数据采样率(62/3)MHz, 仿真时间长度为 1.5s。取一组典型情况下本文算法所获得的空时滤波权值,据此可计算出在整个信号通带范围内各频率处的阵列响应幅度如图3所示。

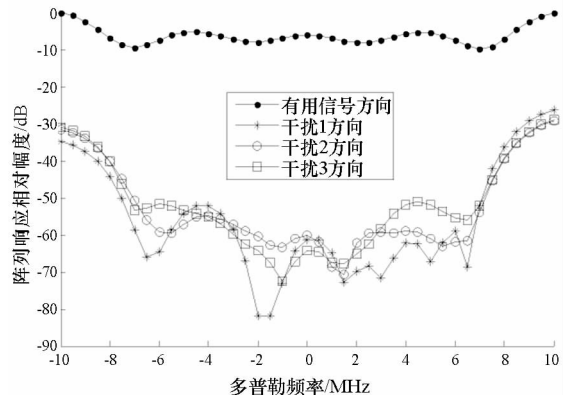


图3 有用信号及干扰信号方向的阵列响应
Fig.3 Array response in the direction of useful signal and jamming signals

从图 3 可定性地看出,对于 4 元天线阵,本文算法确实可以在各干扰方向形成宽带零陷。表 1 的等效阵列增益结果表明,虽然传统算法的性能较优,但与本文算法的性能差异不超过 1dB。因此本文算法对采样协方差矩阵的简化计算方法是合理的,为了大幅减少计算量可以承受此种性能损耗。

3.2 计算量分析

本文算法不仅简化了采样协方差矩阵的计算,更重要的是缩小了其求逆运算的复杂度。下面将分析本文算法中根据采样协方差矩阵求解空时权值的计算量。根据本文所提算法的特点,首先分析在一次空时权值求解过程中,2.2 节中的 5 类基本运算各自的执行次数,然后再根据各类运算的计算量得到总的计算量。最终得到以复数乘除法和加减法次数作为度量的计算量总和。利用 $\mathbf{I}_s(p)\hat{\mathbf{r}}_p + \mathbf{R}_{p+1}$ 与 $\mathbf{R}_{p-1} + \mathbf{F}_q(p)\mathbf{a}_p$ 互为共轭转置的特点仅计算其中一个,并忽略对矩阵进行共轭转置、交换子块位置等操作的计算量,可得到初始化阶段、每一步迭代和完整的算法执行过程中 5 类基本运算的次数如表 2 所示。

表 2 算法 1 的计算量分析

Tab. 2 Analysis of computational load of algorithm 1

计算类型	初始化	第 p 次迭代	总运算次数
a)	6	$3p + 6$	$\frac{3}{2}K^2 + \frac{3}{2}K - 3$
b)	2	$3p + 2$	$\frac{3}{2}K^2 - \frac{5}{2}K + 1$
c)	3	2	$2K - 1$
d)	4	$2p + 2$	$K^2 - K + 1$
e)	2	$2p + 2$	$K^2 - K$

在考虑 \mathbf{Q}_p^{-1} 与 \mathbf{S}_p^{-1} 的迭代计算时,为简化分析,不考虑利用其共轭对称性所减少的计算量,由此得到 5 类基本运算的计算量如下:

1) 矩阵乘法的计算量为:

$$T_{mul}(N) = N^2(2N - 1) = O[N^3] \quad (22)$$

2) 矩阵加减法的计算量可表示为:

$$T_{add}(N) = N^2 = O[N^2] \quad (23)$$

3) 由于需要求逆的矩阵均为 Hermite 矩阵,故利用其对称性可得到其计算量为^[12]:

$$T_{inv}(N) = \frac{2}{3}N^3 = O[N^3] \quad (24)$$

4) 向量与矩阵乘法的计算量为:

$$T_{vma}(N) = (2N - 1) * N = O[N^2] \quad (25)$$

5) 向量加减法的计算量为:

$$T_{vpe}(N) = N^2 = O[N^2] \quad (26)$$

综合以上分析可知,以复数乘除法和加减法次数衡量的算法总计算量为:

$$\begin{aligned} T_{all}(N, K) = & \left(\frac{3}{2}K^2 + \frac{3}{2}K - 3 \right) T_{mul}(N) + \\ & \left(\frac{3}{2}K^2 - \frac{5}{2}K + 1 \right) T_{add}(N) + (2K - 1) T_{inv}(N) + \\ & (K^2 - K + 2) T_{vma}(N) + \\ & (K^2 - K) T_{vpe}(N) = O[N^3 \cdot K^2] \end{aligned} \quad (27)$$

注意到通常的导航抗干扰天线阵中阵元个数 N 较小,故求解滤波权值的计算量主要取决于时域抽头个数。式 (27) 表明,本文算法的计算量与 K^2 成正比,因此随着时域抽头数 K 的增加,本文算法相比传统算法减少的计算量越多。与现有的利用 Hermite 对称性的矩阵求逆方法(计算量为 $\frac{2}{3}(N \cdot K)^3$) 对比,对于 4 阵元的典型情况,根据式 (27) 可计算得到,在抽头数分别为 9 与 15 时,本章方法的计算量分别降低到现有方法计算量的 65% 与 38%。

4 结论

在 STAP 处理中采用 SMI 方法时,计算量随着时域抽头个数的增加而急剧增加,工程实现代价较大。对此,本文提出了一种降低计算复杂度的空时抗干扰算法。该算法首先在平稳性假设的启发下,通过采用一种新的协方差矩阵近似计算方式,得到了具有块 Toeplitz 矩阵结构又具有 Hermite 对称性的采样协方差矩阵。然后,利用上述结构特点,应用块 Toeplitz 矩阵的线性方程快速求解算法,将空时权值求解的复杂度从传统方法的 $O[N^3 \cdot K^3]$ 降低到 $O[N^3 \cdot K^2]$,很好地减少了权值求解的计算量。理论分析和数值仿真表明,新的协方差矩阵近似计算方法对抗干扰性能的影响较小,可以忽略不计。本文算法可大量用于各种涉及协方差矩阵求逆的空时处理中。

参考文献 (References)

- [1] Fante R, Vaccaro J J. Wideband cancellation of interference in a GPS receive array[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2000, 36(2): 549 - 564.
- [2] 王永良, 彭应宁. 空时自适应信号处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.
WANG Yongliang, PENG Yingning. Space time adaptive processing[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000. (in Chinese)
- [3] 聂俊伟, 葛锐, 李敏, 等. 窄带假设对 GNSS 天线阵抗干扰

- 性能评估的影响分析[J]. 国防科技大学学报, 2011, 33(5): 128-133.
- NIE Junwei, GE Rui, LI Min, et al. The Influence analysis of narrowband hypothesis to GNSS array anti-jamming performance evaluation[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2011, 33(5): 128-133. (in Chinese)
- [4] O'Brien A J, Gupta I J. Comparison of output SINR and receiver C/N0 for GNSS adaptive antennas[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2009, 45(4): 1630-1640.
- [5] Moore T D, Gupta I J. The effect of interference power and bandwidth on space-time adaptive processing[C]// Proceedings of IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, 2003.
- [6] 王瑛. 卫星导航天线阵抗干扰关键技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2008.
- WANG Ying. Research on the key technologies of anti-jamming antenna arrays in satellite navigation systems[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008. (in Chinese)
- [7] Goldstein J S, Reed I S, Scharf L L. Multistage representation of the wiener filter based on orthogonal projections[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1998, 44(7): 2943-2959.
- [8] Rosado A, Iakymchuk T, Bataller M, et al. Hardware-efficient matrix inversion algorithm for complex adaptive systems[C]// Proceedings of the 19th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems, 2012.
- [9] 任磊,王永良,陈辉,等. 基于 DSP 的 SMI 方法快速实现研究[J]. 国防科技大学学报, 2009, 31(3): 53-59.
- REN Lei, WANG Yongliang, CHEN Hui, et al. Research on fast implementation of SMI method based on DSP[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2009, 31(3): 53-59. (in Chinese)
- [10] Zhu H F, Chen W, She F. Improved fast recursive algorithms for V-BLAST and G-STBC with novel efficient matrix inversion[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Communications, 2009.
- [11] 高飞, 王永良, 陈辉, 等. STAP 中的矩阵求逆问题研究[J]. 雷达科学与技术, 2008, 6(3): 215-218.
- GAO Fei, WANG YongLiang, CHEN Hui, et al. Study on matrix inversion for STAP[J]. Radar Science and Technology, 2008, 6(3): 215-218. (in Chinese)
- [12] Yang X P, Liu Y X, Long T. Pulse-order recursive method for inverse covariance matrix computation applied to space-time adaptive processing[J]. Science China Information Sciences, 2013, 56(4): 1-12.
- [13] Akaike H. Block Toeplitz matrix inversion[J]. Siam Journal on Applied Mathematics, 1973, 24(2): 234-241.