

卫星导航弱信号的变维卡尔曼滤波跟踪算法*

余小游¹,高亭亭¹,孙广富²,唐小妹²,倪少杰²

(1. 湖南大学 信息科学与工程学院,湖南 长沙 410082;
2. 国防科技大学 电子科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

摘要:复杂环境下的多普勒频移变化及信号功率衰减均会造成载波跟踪偏差较大甚至失锁,针对标准卡尔曼滤波算法跟踪机动目标时不能同时满足高动态及高灵敏度要求的问题,提出一种基于变维卡尔曼滤波的载波跟踪算法。引入机动和非机动两种载波跟踪模型,通过机动检测因子监视载波动态变化,实时高效地切换载波跟踪模型,从而实现对载波机动和非机动状态的自适应跟踪,抑制机动改变引起的较大误差突跳。理论分析和仿真结果表明,该算法在低至30dBHz弱信号环境下,相比基于标准卡尔曼滤波的跟踪算法,其在目标动态突变时相位跟踪误差减小约37.5%,频率跟踪误差减小约77%。

关键词:变维卡尔曼滤波;载波跟踪;动态切换;自适应跟踪

中图分类号:TN927 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2015)03-056-05

Weak GNSS signal tracking algorithm based on variable dimension Kalman filter

YU Xiaoyou¹, GAO Tingting¹, SUN Guangfu², TANG Xiaomei², NI Shaojie²

(1. College of Computer Science and Electronic Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;

2. College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Doppler shift and signal power attenuation in the complex environment both can make deviation bigger or even lose lock. Because the conventional Kalman filter can't meet the dual requirements of high dynamic and high sensitivity when tracking maneuvering targets, a new carrier tracking method based on variable dimension Kalman filter was presented. By introducing motor model and non-monitor model of the carrier tracking and through putting in a maneuvering detector to monitor target movements, the real-time and effective switching of carrier tracking model was realized, so the adaptive tracking of carrier in motor and non-monitor state was achieved and the error caused by the change of maneuverability was overcome. Theoretical analysis and simulation results show that: comparing with the tracking algorithm based on standard Kalman filter, the phase tracking error of this algorithm is reduced by about 37.5% and the frequency tracking error is reduced by about 77% in weak carrier-to-noise ratio as low as 30dBHz environment.

Key words: variable dimension Kalman filter; carrier tracking; dynamic switching; adaptive tracking

森林、城市等恶劣环境下的卫星导航信号受障碍物遮挡、多径效应等的影响,功率衰减严重,普通导航接收机在这种弱信号环境下极易失锁,因此研究弱信号环境下的高性能的导航信号跟踪技术更加具有实际意义^[1]。

高性能跟踪技术研究的目标是提高跟踪的适应性,在低信噪比且高动态的条件下对卫星信号载波进行精确跟踪^[2-3]。高动态条件下信号的载波多普勒随时间变化非常快,基于锁相环的方法必须增大环路带宽以保证稳定的动态跟踪能力^[4]。然而环路带宽越宽,引入的频率和相位噪声越大,环路的噪声性能变差,在低信噪比情况下使得环路更易失锁,导致其无法正常解调电文信

息。弱信号环境下,传统锁相环通常采用增加预相干累加时间来增强环路灵敏度,然而数据位的翻转限制了累加时间的增加,同时增加累加时间降低了接收机的动态性能^[5]。

为解决上述问题,标准卡尔曼滤波(Conventional Kalman Filter,CKF)和扩展卡尔曼滤波方法被广泛应用于跟踪环路^[6-10]。对于非机动载波,该方法具有较好的性能,但对于机动载波跟踪效果较差。若接收机中采用目标状态变量维数较低的CKF算法则无法跟踪具有一定动态的信号,若采用高阶的CKF跟踪环路则在目标动态切换时易出现误差突跳,且在低动态状态下,仍采用高阶CKF算法,会浪费资源、增大数据运算量、增加算法处

* 收稿日期:2015-03-07

基金项目:国家自然科学基金资助项目(41304026)

作者简介:余小游(1969—),男,湖南岳阳人,副教授,博士,E-mail:yuxiaoyou@hnu.edu.cn

理时间。目前很少有文献报道数字导航接收机在弱信号、较高动态条件下载波动态切换对环路跟踪性能的影响分析。机动目标在恶劣环境下的稳定跟踪是弱信号接收机中需要解决的瓶颈问题。

1 变维卡尔曼滤波算法原理

卡尔曼滤波算法是根据前一时刻的状态估计值和当前时刻的观测值获得当前时刻的滤波值,其系统的状态方程和观测方程分别为

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{A}\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{B}\mathbf{U}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}\mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \quad (2)$$

其中: \mathbf{X}_k 为 k 时刻系统的状态向量; \mathbf{U}_{k-1} 代表系统 $k-1$ 时刻的输入向量; \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 分别为系统的状态转移矩阵、输入关系矩阵; \mathbf{Z}_k 为 k 时刻的观测向量; \mathbf{H} 为系统状态与观测量之间的关系矩阵;过程噪声矢量 \mathbf{W} 、测量噪声矢量 \mathbf{V} 均为零均值的高斯白噪声序列,其协方差矩阵分别为 \mathbf{Q} 、 \mathbf{R} 。

VD算法采用非机动、机动两种模型。其基本原理是:引入机动检测因子监视目标的机动情况,实时切换目标模型达到自适应跟踪的效果,在整个目标跟踪过程中,目标无机动时,采用低阶的卡尔曼滤波,当检测因子检测到机动时,增加模型中状态变量维数,用高阶的卡尔曼滤波机动模型跟踪直至下一次判决而退回到非机动模型。此算法的关键是机动检测器的设计及模型由低阶向高阶转化时,滤波器的初始化问题^[10]。

采用变维算法跟踪目标过程中的关键环节是机动实时检测问题。滤波开始处于非机动模型,在每一个滤波周期内,均可通过计算获取输出观测量的新息残差序列 Γ_k 及其协方差矩阵 \mathbf{S}_k 。

$$\Gamma_k = \mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_k^- \quad (3)$$

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{P}}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (4)$$

其中: $\hat{\mathbf{X}}_k^-$ 为状态预测值; $\hat{\mathbf{P}}_k^-$ 为状态预测均方误差。由于 Γ_k 是零均值高斯随机变量,故 $\Gamma_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \Gamma_k$ 服从 m 维自由度的 χ^2 分布, m 是序列分量的数目。

定义 u_k 为平均记忆衰退值,则有

$$u_k = \alpha u_{k-1} + \Gamma_k^T \mathbf{S}_k^{-1} \Gamma_k \quad (5)$$

式中,衰减因子 α 满足条件 $0 < \alpha < 1$,取 $l = (1 - \alpha)^{-1}$ 作为机动检测的有效窗口长度, u_k 服从 χ^2 分布且满足

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E[u_k] = \frac{m}{1 - \alpha} \quad (6)$$

当滤波稳定时, u_k 的值主要集中在 $m/1 - \alpha$ 附近,如果超出了一定范围,就可以判定目标发生了机动,因此机动检测的方法为:如果满足 $u_k \geq T_h$,则认为目标在 $k - l - 1$ 开始有一恒定的加速

度加入,这时目标模型应由低阶转至高阶(其中 T_h 为 m 个自由度的 χ^2 分布对应于给定置信区间的置信度)。

状态模型由高阶机动模型退回至低阶非机动模型的检测方法是检验加速度估计值是否有统计显著性意义。令

$$u_a(k) = \sum_{j=k-l+1}^k \delta_a(j) \quad (7)$$

$$\delta_a(j) = \hat{a}^T(k/k) [P_a^m(k/k)]^{-1} \hat{a}(k/k) \quad (8)$$

其中, $\hat{a}^T(k/k)$ 是加速度分量的估计值, $P_a^m(k/k)$ 是协方差矩阵的对应块,若 $u_a(k) \leq T_a$,则加速度无显著意义,滤波器退出机动模型(其中 T_a 为退出机动门限值)。

2 基于变维卡尔曼滤波的载波跟踪模型

鉴于变维卡尔曼滤波较高的机动跟踪能力,将其引入载波跟踪环路中改善环路在弱信号、高动态环境下的跟踪性能。利用变维卡尔曼滤波算法进行状态估计的结构如图1所示,本地数控振荡器(Numerically Controlled Oscillator, NCO)下一时刻的更新是根据变维卡尔曼的滤波输出实时调整本振的频率。

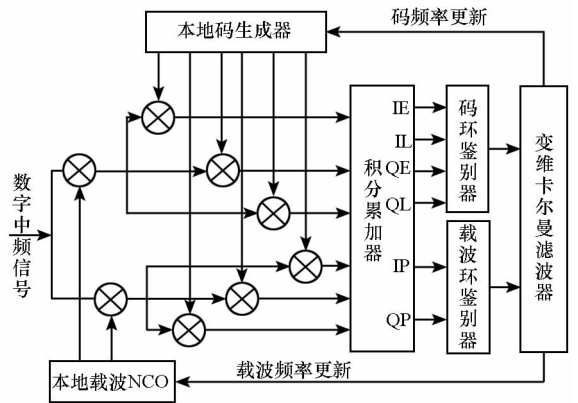


图1 基于变维卡尔曼滤波器的跟踪环路

Fig. 1 Tracking loop based on VD Kalman filter

卡尔曼滤波中,需要同时对载波的频率和相位进行估计。下面建立变维卡尔曼滤波对载波相位差、多普勒频率及其各阶导数的估计模型。

2.1 载波跟踪非机动模型

对于非机动模型,目标做匀速运动,仅需跟踪载波的相位差和多普勒频率,其状态方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k &= \mathbf{A}\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{B}\mathbf{U}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix}_{k-1} - \begin{bmatrix} T \\ 0 \end{bmatrix} \omega_{NCO, k-1} + \begin{bmatrix} w_\theta \\ w_\omega \end{bmatrix}_{k-1} \end{aligned} \quad (9)$$

式中: T 为积分时间; $\omega_{NCO, k-1}$ 为本地NCO复现载

波频率; w_θ, w_w 分别为过程噪声的相位分量和频率分量。

过程噪声矢量的协方差矩阵为

$$Q_1 = E \left\{ \begin{bmatrix} w_\theta \\ w_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_\theta & w_w \end{bmatrix} \right\} = \frac{N_1 T}{2} \begin{bmatrix} T^2/3 & T/2 \\ T/2 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中, N_1 表示关于多普勒频率的随机抖动。

直接选取跟踪环路的第 k 次相关积分值 $I_{P,k}$ 、 $Q_{P,k}$ 作为观测信息, 则有

$$\begin{cases} I_{P,k} = A_k D_k R(\Delta\tau_k) Sa(\pi\Delta f_k T) \cos\theta_{e,k} + v_{I,k} \\ Q_{P,k} = A_k D_k R(\Delta\tau_k) Sa(\pi\Delta f_k T) \sin\theta_{e,k} + v_{Q,k} \end{cases} \quad (11)$$

式中: A_k 为 k 时刻的信号幅度值; D_k 为 k 时刻的调制数据; $R(\cdot)$ 为扩频码的自相关函数; Δf_k 为 k 时刻多普勒频移估计误差; $\theta_{e,k}$ 为 k 时刻相位误差均值; $v_{I,k}$ 和 $v_{Q,k}$ 是均值为零、单边功率谱密度为 N_0 的高斯白噪声, 两者相互独立。

稳定跟踪条件下, 容易满足关系式 $\Delta\tau_k = 0$, $Sa(\pi\Delta f_k T) = 1$, 对环路的即时支路相关积分进行归一化, 可得简化的系统的观测方程为

$$Z_k = \begin{bmatrix} I_{P,k} \\ Q_{P,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(2\pi(\theta_k - \hat{\theta}_{k/k-1})) \\ \sin(2\pi(\theta_k - \hat{\theta}_{k/k-1})) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{I,k} \\ v_{Q,k} \end{bmatrix} \quad (12)$$

其关系矩阵为

$$h(X_k) = \begin{bmatrix} \cos(2\pi(\theta_k - \hat{\theta}_{k/k-1})) \\ \sin(2\pi(\theta_k - \hat{\theta}_{k/k-1})) \end{bmatrix} \quad (13)$$

将 $h(X_k)$ 在预测值处展开并线性化, 可得第 k 次观测矩阵

$$H(k) = \left. \frac{\partial h(X_k)}{\partial X_k} \right|_{X_k = \hat{X}_{k/k-1}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中, $\hat{\theta}_{k/k-1}$ 为载波相位预测值。

2.2 载波跟踪机动模型

对于机动模型, 目标以恒定的加速度运动, 需跟踪载波的相位差、多普勒频率及多普勒频率的变化率, 其状态方程为

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ \alpha \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ \alpha \end{bmatrix}_{k-1} - \begin{bmatrix} T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \omega_{NCO_{k-1}} + \begin{bmatrix} w_\theta \\ w_w \\ w_\alpha \end{bmatrix}_{k-1} \quad (15)$$

观测方程与载波非机动模型相同, 只是 H 矩阵维数不同, 则载波机动模型的观测方程为

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

如果滤波器是不稳定的, 则卡尔曼滤波是有偏估计, 估计均方误差也不是最小的。因此滤波器是否稳定, 是滤波器能否正常工作的前提。对于 $R > 0$ 的离散系统, 系统一致完全随机可控和一致完全随机可观测判别条件分别如式 (17) 和式 (18) 所示。

$$\text{rank}[A^{n-1} \ A^{n-2} \ \dots \ I] = n \text{ (离散系统)} \quad (17)$$

$$\text{rank} \begin{bmatrix} H \\ HA \\ \vdots \\ HA^{n-1} \end{bmatrix} = n \text{ (离散系统)} \quad (18)$$

其中, rank 为矩阵求逆, n 为系统维数。本模型实际仿真中, 取 T 为 0.01s, 易验证知其满足上述判别条件。由卡尔曼的滤波稳定性判定定理 4.2 可知^[11], 本文设计的卡尔曼滤波器是一致渐近稳定的。

3 仿真结果与性能分析

跟踪环路的仿真参数设置如表 1 所示。导航信号的动态模型初始加速度为 0, 10s 后加速度变为 3g, 保持该加速度持续运动 60s 后, 加速度降为 0, 并保持恒定不变。在目标跟踪过程中的第 8 次采样开始启动监测, 通过两点起始法确定滤波初值。

为分析和评价本文提出的算法的性能, 分别对 2 维、3 维 CKF 算法和变维卡尔曼滤波 (Variable Dimension Kalman Filter, VDKF) 算法进行仿真, 比较不同跟踪方案的自适应特性和收敛精度。

图 2 对比了三种跟踪算法的电文解调结果。

表 1 仿真模型参数表

Tab. 1 The parameters of the simulation model

参数名称	数值
载噪比/dBHz	30
积分时间/s	0.01
仿真时间/s	100
衰减因子 α	0.8
机动监测门限 T_h	2600
退出机动监测门限 T_a	70

从图 2 可知, 基于 VDKF 的跟踪环路 I、Q 支路保持较高的收敛精度持续稳定跟踪; 2 维 CKF 算法在载波动态突变期间的两路相关值重叠, 导航电文无法正常解调; 基于 3 维 CKF 的算法在整个过程中虽未失锁, 但在加速度作用时出现波动, 不利于电文解调。可见, 基于 VDKF 的算法更能

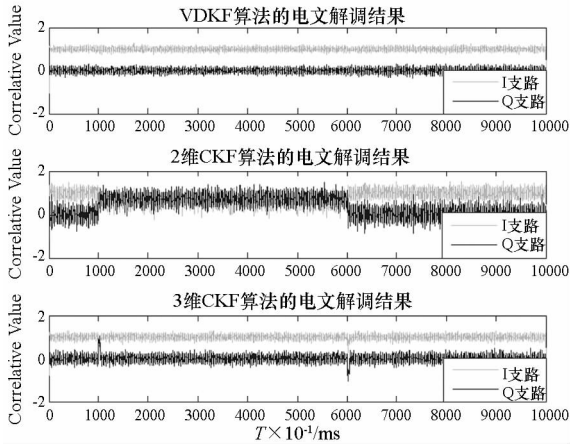


图2 不同跟踪方案的电文解调结果的对比

Fig. 2 Comparison of the navigation data demodulation results from different tracking methods

适应这种载波动态变化的情况。

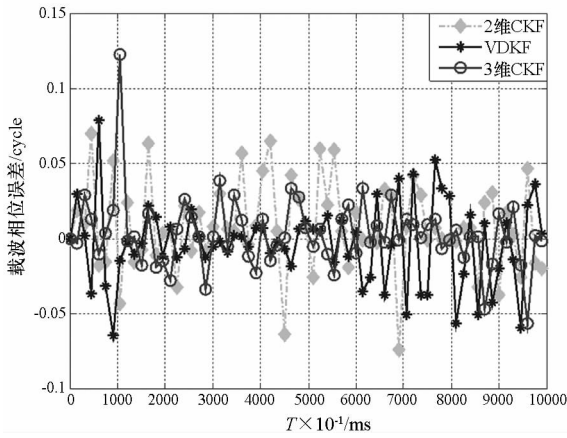


图3 载波相位跟踪误差

Fig. 3 Carrier phase tracking error

图3、图4、图5分别给出了在载噪比、动态分别为30dBHz,3g时三种算法的载波相位、多普勒频率及其变化率的跟踪曲线。

由图3可知,2维CKF算法的载波相位跟踪

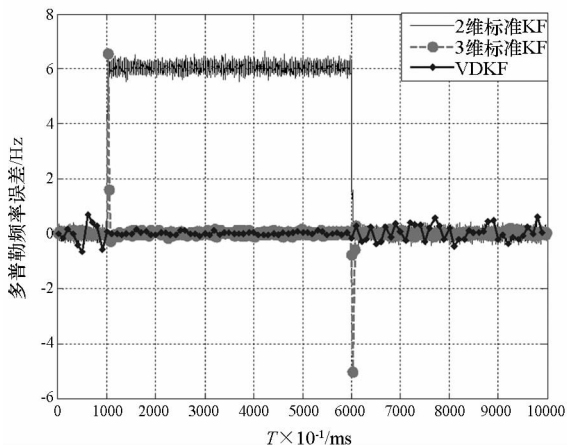


图4 多普勒频率跟踪误差

Fig. 4 Doppler frequency tracking error

误差在 ± 0.08 个载波周期之间而 VDKF 算法载波相位跟踪精度与 3 维 CKF 算法相当,波动在 ± 0.05 个载波周期,误差约减小 37.5%。

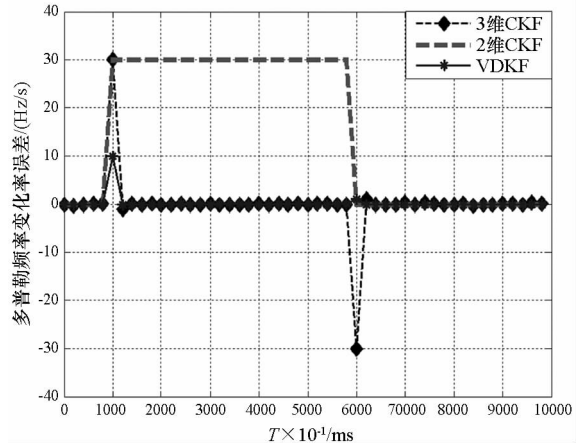


图5 多普勒频率变化率跟踪误差

Fig. 5 Doppler frequency rate tracking error

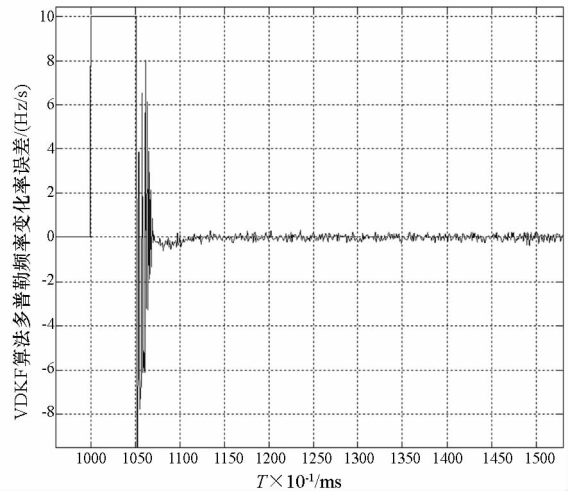


图6 VDKF算法的多普勒频率变化率跟踪误差局部放大图

Fig. 6 Partial enlarged detail of the Doppler frequency rate tracking error based on VDKF algorithm

由图4、图5可看出,2维CKF方法无法跟踪多普勒频率变化率,导致在较大加速度阶段多普勒频率误差高达6Hz;3维CKF算法虽可跟踪较大加速度但在其阶跃变化时出现剧烈的误差突跳,引起多普勒跟踪误差突跳;而本文提出的VDKF算法在动态跳变处,因状态估计误差阵的加速度对应项 $P(3,3)$ 初值较大,使下一时刻的环路增益 K_{k+1} 较大,从而增大观测值在滤波估计中的权重,进而使其在动态突变处仍保持稳定跟踪,多普勒频率及其变化率跟踪误差减小为0.8Hz和0.5Hz/s,相比标准卡尔曼方法的频率跟踪误差约降低77%。

根据图6所示的多普勒频率变化率的局部放

大图,可进一步验证基于 VDKF 算法的跟踪环路的性能。通过机动检测因子监视载波动态变化,加速度由低阶跃变到高阶处,仅在约 1s 的时间内完成切换并快速收敛至新的载波动态模型。

图 7、图 8 对比了不同载噪比和积分时间条件下,VDKF 算法和 CKF 算法的滤波误差。利用 VDKF 算法对弱信号的载波相位、多普勒频率及其变化率进行跟踪可得到较低的估计误差均方根(Root Mean Square, RMS)值,且滤波误差在一定范围内随积分时间的增加而降低。

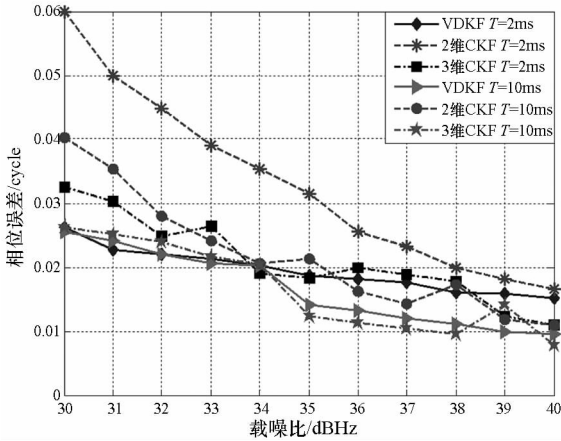


图 7 不同载噪比条件下的载波相位误差均方根值
Fig.7 Phase error RMS value for different carrier noise ratio

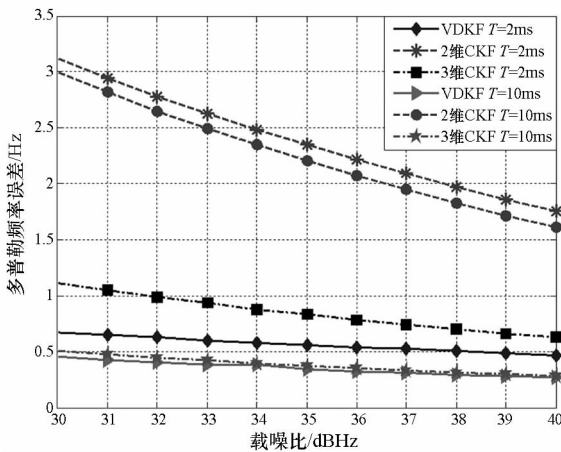


图 8 不同载噪比条件下的多普勒频率误差均方根值
Fig. 8 Doppler frequency error RMS value for different carrier noise ratio

仿真过程中发现,利用 VD 机动算法进行目标跟踪时,滤波效果与门限值的选取有很大关系,若在跟踪的过程中自适应地调节门限则可进一步提高环路的跟踪精度。

4 结论

本文提出了一种基于变维卡尔曼滤波的载波跟踪算法,并与标准卡尔曼滤波方法的跟踪性能

进行了对比。仿真结果表明,在弱信号、较高动态的环境下基于变维卡尔曼滤波的跟踪算法能迅速收敛达到稳定跟踪,而且解决了标准卡尔曼滤波器在载波动态变化时滤波误差突增的问题,其能够自适应地切换载波动态模型,其跟踪精度和灵敏度优于标准卡尔曼滤波算法。

参考文献 (References)

- [1] 刘福声,罗鹏飞. 统计信号处理[M]. 长沙:国防科技大学出版社,1999:196-208.
LIU Fusheng, LUO Pengfei. Statistics signal processing [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1999:196-208. (in Chinese)
- [2] Miao J F, Chen W, Sun Y R, et al. Adaptively robust phase lock loop for low C/N carrier tracking in a GPS software receiver[J]. Acta Automatica Sinica, 2011, 37(1): 52-60.
- [3] Kim K H, Jee G I, Song J H, et al. The adaptive combined receiver tracking filter design for high dynamic situations[C]// Proceedings of IEEE/ION Position Location and Navigation Symposium, 2008:203-209.
- [4] Lian P, Lachapelle G, Ma C L. Improving tracking performance of PLL in high dynamics applications [C]// Proceedings of the 2005 National Technical Meeting of the Institute of Navigation, 2005:1042-1052.
- [5] 唐小妹,黄仰博,王飞雪. 两种相位鉴别器下的导航接收机跟踪环路性能分析及比较[J]. 国防科技大学学报,2010, 32(2):85-90.
TANG Xiaomei, HUANG Yangbo, WANG Feixue. Performance comparison of phase detector in navigation receiver's tracking loop [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2010, 32(2):85-90. (in Chinese)
- [6] Almagbile A, Wang J L, Ding W D. Evaluating the performances of adaptive Kalman filter methods in GPS/INS integrator[J]. Journal of Global Positioning Systems, 2010, 9(1):33-40.
- [7] 李理敏,龚文斌,刘会杰,等. 基于自适应扩展卡尔曼滤波的载波跟踪算法[J]. 航空学报,2012,33(7): 1319-1328.
LI Limin, GONG Wenbin, LIU Huijie, et al. A carrier tracking algorithm based on adaptive extended Kalman filter [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33(7): 1319-1328. (in Chinese)
- [8] La Scala B F, Bitmead R R. Design of an extended Kalman filter frequency tracker [J]. IEEE transactions on signal processing, 1996, 44(3):739-742.
- [9] Benkouider A M, Buvat J C, Cosmao J M, et al. Fault detection in semi-batch reactor using the EKF and statistical method [J]. Journal of Loss Prevention in the Process Industries, 2009, 22(2):153-161.
- [10] 万建伟,王玲. 信号处理仿真技术[M]. 长沙:国防科技大学出版社,2008.
WAN Jianwei, WANG Ling. Signal processing simulation technology [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 2008. (in Chinese)
- [11] 亲永元,张洪钺,汪叔华,等. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安:西北工业大学出版社,2012.
QIN Yongyuan, ZHANG Hongyue, WANG Shuhua, et al. Kalman filter with integrated navigation principle [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2012. (in Chinese)