doi:10.11887/j.cn.201503016

http://journal. nudt. edu. cn

锥形运动控制的导弹姿态稳定性分析。

段笑菊1, 孙瑞胜2, 白宏阳2, 薛晓中2

(1. 南京理工大学 瞬态物理国家重点实验室,南京 210094;2. 南京理工大学 能源与动力工程学院,南京 210094)

摘 要:针对锥形运动对弹体稳定性的影响,建立了导弹锥形运动控制的非线性数学模型,通过引入复 攻角的概念,使难以用解析手段处理的非线性模型转换成可解析的一般模型。根据线性化模型分析了导弹 复攻角运动方程,推导了制导控制系统参数的稳定控制域范围,分析了控制系统阻尼回路和控制回路对导弹 锥形运动稳定性的影响规律,提出了锥形运动控制的稳定性判定方法。仿真结果进一步验证了该判定方法 的可行性和正确性,为导弹锥形运动的制导控制系统设计提供了依据。

关键词:锥形运动;速度控制;复攻角;姿态稳定性

中图分类号:TJ761 文献标志码:B 文章编号:1001-2486(2015)03-097-07

Analysis on the altitude stability of missile with coning motion-based control

DUAN Xiaoju¹, SUN Ruisheng², BAI Hongyang², XUE Xiaozhong²

(1. National Key Laboratory of Transient Physics, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;

2. College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: In view of the effect of coning motion on missile stability, a nonlinear mathematical model of missile coning motion control was established. By introducing the concept of complex attack angle, the nonlinear model that was difficult to be resolved by analytical means could be transformed to a general resolvable model. According to the linear model of the missile complex attack angle motion equations, the range of stability control of the guidance and control system parameters were deduced, the influence of damping loop and control loop of control system on the stability of missile coning motion was analyzed, and the method to judge the stability of coning motion control was proposed. Simulation results validate the feasibility and correctness of this method, which provides a reference for the design of missile coning motion of guidance and control system.

Key words: coning motion; velocity control; complex attack angle; altitude stability

锥形运动是导弹以固定攻角绕速度矢量旋转,形成一个以速度矢量为中心的圆锥面的运动现象^[1]。它能够使导弹产生等幅的诱导攻角,增加弹体阻力,降低飞行速度。所以,锥形运动控制是实现导弹飞行速度控制的有效途径^[2-4]。但是,锥形运动也会产生如附加的马格努斯效应、 陀螺效应导致的通道间严重耦合等,严重时甚至 造成弹体飞行失稳。美国的奈特霍克探空火箭在 试验中就曾很多次出现了发散的锥形运动。

近年来,国内外众多学者纷纷展开锥形运动 控制的策略和稳定性研究,提出了多种建模和分 析方法。1969年 Peterson^[5]首先分析了导致锥形 运动的可能因素:发射不确定因素、起旋系统的不 同轴性、能量耗散、初始扰动、马格努斯力和力矩 等。为进一步了解锥形运动产生的原因,1970年 Tobak 采用风洞试验的方法证明了马格努斯力和 力矩是产生极限圆锥运动的主要原因之一。1972 年 Schiff^[6]采用旋转坐标系解稳态欧拉方程,计 算了圆锥体圆锥运动中的超音速非黏性的流场。 在此基础上,Nicolaides^[7]通过理论推导和风洞实 验证明了旋转诱导产生的面外力和面外力矩是产 生锥形运动的直接原因。此后,很多学者又通过 不同的方法针对锥形运动的机理开展了更加深入 的研究。赵良玉^[8]探讨了圆锥运动稳定性判别 与弹道仿真一体化的分析方法,提出通过判断速 度最大点的圆锥运动稳定性来评估整个飞行过程 中的圆锥运动稳定性态势。李奉昌^[9]采用奇点 理论与振幅平面方程推导了非对称赤道阻尼力矩 作用下产生极限圆锥运动的条件;还有一些学 者^[10-12]直接利用刚体导弹运动方程结合李雅普

* 收稿日期:2014-09-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11176012);航空科学基金资助项目(20110159001) 作者简介:段笑菊(1983—),女,湖南衡阳人,博士研究生,E-mail:7733824@qq.com; 孙瑞胜(通信作者),男,副教授,博士,硕士生导师,E-mail:srscom@163.com

诺夫方法及劳斯判据,对锥形运动及其运动发散 的条件进行研究和数值仿真,但都没有从陀螺效 应的角度直接对锥形运动的生成机理和运动方式 进行分析,因此有必要从导弹锥形运动控制的需 求出发,研究基于锥形运动控制的稳定性判定方 法,为导弹速度控制的方案设计提供依据。

1 导弹速度控制的姿态稳定性分析

锥形运动一般有全攻角和复攻角^[13]两种数 学描述方法,在国内外现有文献中,采用复攻角方 法研究导弹运动及稳定性的成果较多,主要是通 过将弹体运动分为长周期运动(质心运动)和短 周期运动(姿态运动)^[14],分析弹体的姿态运动 特性,并将弹体绕质心的姿态运动近似为攻角运动,这种锥形运动稳定性的研究方法对低空弹道 是行之有效的。

在锥形运动控制中,采用如图1所示的控制 结构,其中 ω_n 为阻尼回路的穿越频率, n_{yc} , n_y 分 别为飞行控制系统俯仰通道的过载指令和实际过 载; K_{ω} , K_a 为控制参数, $G_p(s)$, $G_g(s)$, $G_a(s)$ 分别 表示舵机环节、角速率陀螺、加速度计传递函数, 均看作放大系数为1的比例环节。锥形运动弹体 模型的详细推导过程可参考文献[15]。为分析 控制系统对弹体稳定性的影响,将制导控制环节 作为弹体攻角方程的一部分,采用李雅普诺夫稳 定性判定方法分析弹体的稳定特性。



图1 导弹纵向通道控制结构

Fig. 1 Control structure of the missile longitudinal channel

1.1 控制回路对导弹的影响分析

通常导弹采用轴对称气动布局,因而纵向与 侧向通道的控制结构相同,锥形运动控制的控制 律为

$$\begin{cases} \delta_{yc} = (n_{zc} - n_z) \cdot K_{\alpha} K_{\omega} (1 + \frac{\omega_n}{s}) + \omega_z K_{\omega} \\ \delta_{zc} = -(n_{yc} - n_y) \cdot K_{\alpha} K_{\omega} (1 + \frac{\omega_n}{s}) + \omega_y K_{\omega} \end{cases}$$
(1)

导弹的实际过载可表示为

$$n_y = \frac{V}{g} \theta_V, \quad n_z = -\frac{V}{g} \dot{\varphi}_c$$

导弹锥形运动控制的导引指令包括两部分, 分别为锥形运动指令和比例导引指令,如式(2) 所示,其中锥形运动指令在纵向和侧向平面分别 采用正弦和余弦的过载指令。

$$\begin{cases} n_{\delta yc} = n_{\delta} \sin \omega t + \Delta n_{yc} \\ n_{\delta xc} = n_{\delta} \cos \omega t + \Delta n_{zc} \end{cases}$$
(2)

式中, ω 为交变角速度, n_{δ} 为指令攻角对应的过载指令。将式(2)带入式(1)可得:

$$\begin{cases} \delta_{yc} = K_{\alpha}K_{\omega} \frac{V}{g}\dot{\varphi} + K_{\omega}\omega_{z} + \frac{V}{g}\omega_{n}\varphi K_{\alpha}K_{\omega} + \\ K_{\alpha}K_{\omega} \frac{V}{g}(\Delta n_{zc} + n_{\delta}\cos\omega t) \\ \delta_{zc} = K_{\alpha}K_{\omega} \frac{V}{g}\dot{\theta}_{V} + K_{\omega}\omega_{y} + \frac{V}{g}\omega_{n}\theta_{V}K_{\alpha}K_{\omega} - \\ K_{\alpha}K_{\omega} \frac{V}{g}(-\Delta n_{yc} - n_{\delta}\sin\omega t) \end{cases}$$
(3)

令 $\Phi = \theta_v + i\varphi$,下标 *C* 表示复平面的控制信息,则 $\delta_c = \delta_{xc} + \delta_{yc} \cdot i$, $n_c = n_{yc} + n_{zc} \cdot i$, $\omega_c = \omega_z + \omega_y \cdot i_o$ 将式(3)合并可得复平面的控制律:

$$\delta_{c} = K_{\alpha}K_{\omega}\frac{V}{g}\dot{\Phi} + \omega_{n}K_{\alpha}K_{\omega}\frac{V}{g}\Phi + K_{\omega}(\dot{\Phi} + \dot{\sigma}) + K_{\alpha}K_{\omega}\frac{V}{g}\left(\int_{t_{0}}^{t_{s}}\frac{1}{\omega}n_{\delta}\mathrm{cos}\omega tdt + \left[\int_{t_{0}}^{t_{s}}(\Delta n_{yc})dt + \frac{1}{\omega}n_{\delta}\mathrm{sin}\omega t\right]i\right)$$
(4)

由导弹复平面的姿态关系,文献[15]通过详 细的推导得到如下关系:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{V} = (a_{11} + a_{12}\sigma^{2})\alpha - a_{13}\alpha \\ \dot{\varphi} = (a_{11} + a_{12}\sigma^{2})\beta + a_{13}\beta \\ \dot{\vartheta} = (b_{11} + b_{12}\sigma^{2})\alpha + b_{22}\vartheta + c_{\sigma}\delta_{z} \\ \ddot{\psi} = (b_{11} + b_{12}\sigma^{2})\beta + b_{22}\dot{\psi} + c_{\sigma}\delta_{y} \end{cases}$$
(5)

$$\ddot{\boldsymbol{\sigma}} = \begin{bmatrix} b_{11} + b_{12} |\boldsymbol{\sigma}|^2 + b_{22}(a_{11} + a_{12} |\boldsymbol{\sigma}|^2) \end{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} + (b_{22} - a_{11} - a_{12} |\boldsymbol{\sigma}|^2) \dot{\boldsymbol{\sigma}} + c_{\sigma} \delta$$
(6)

将式(8)带入式(6),消去 δ_c ,可得关于复攻角的二阶非齐次微分方程

$$\begin{split} \ddot{\sigma} &= \Big[(b_{11} + b_{12} |\sigma|^2) + b_{22}(a_{11} + a_{12} |\sigma|^2) + \\ &c_{\sigma}K_{\alpha}K_{\omega}\frac{V}{g}(a_{11} + a_{12} |\sigma|^2) + \omega_nK_{\alpha}K_{\omega}\frac{V}{g}\Phi + \\ &c_{\sigma}K_{\omega}(a_{11} + a_{12} |\sigma|^2) \Big]\sigma + \\ &[b_{22} - a_{11} + a_{12} |\sigma|^2 + c_{\sigma}K_{\omega}(a_{11} + a_{12} |\sigma|^2)]\dot{\sigma} + \\ &K_{\alpha}K_{\omega}\frac{V}{g}\Big(\int_{t_0}^{t_*}(\Delta n_{sc})dt + \frac{1}{\omega}n_{\delta}\cos\omega tdt + \\ &[\int_{t_0}^{t_*}(\Delta n_{sc})dt + \frac{1}{\omega}n_{\delta}\sin\omega t]i\Big)_{\circ} \end{split}$$

控制系统的稳定性是指弹体受到干扰后,长 周期和短周期运动幅值均具有收敛趋势,从数学 意义讲,就是要求齐次运动方程特征根具有负实 部。对于上式所示的非齐次运动方程,其稳定性可 以通过齐次微分方程的特征根判定。

$$\ddot{\sigma} - \begin{bmatrix} b_{11} + b_{12} |\sigma|^2 + b_{22}(a_{11} + a_{12} |\sigma|^2) + c_{\sigma}K_{\alpha}K_{\omega}\frac{V}{g}(a_{11} + a_{12} |\sigma|^2) + c_{\sigma}K_{\omega}(a_{11} + a_{12} |\sigma|^2)]\sigma - [b_{22} - a_{11} + a_{12} |\sigma|^2 + c_{\sigma}K_{\omega}(a_{11} + a_{12} |\sigma|^2 - a_{13})]\dot{\sigma} + \omega_n K_{\alpha}K_{\omega}\frac{V}{g}\Phi = 0$$
(9)

为方便推导,定义

$$p_1 = -[b_{22} - a_{11} + a_{12} |\sigma|^2 + c_{\sigma} K_{\omega}(a_{11} + a_{12} |\sigma|^2)],$$

$$p_2 = -[b_{11} + b_{12} |\sigma|^2 + b_{22}(a_{11} + a_{12} |\sigma|^2) +$$

式(10)的特征多项式为

$$\lambda^{3} + p_{1}\lambda^{2} + p_{2}\lambda - \omega_{n}K_{\alpha}K_{\omega}\frac{V}{g}c_{\sigma}(a_{11} + a_{12}|\sigma|^{2}) = 0$$
(11)

$$\Rightarrow p_3 = -\omega_n K_{\alpha} K_{\omega} c_{\sigma} \left(a_{11} + a_{12} |\sigma|^2 \right) \frac{V}{g},$$

式(10)可化简为

$$\lambda^{3} + p_{1}\lambda^{2} + p_{2}\lambda + p_{3} = 0$$
 (12)

根据数值分析理论^[16],式(12)的所有特征 根均在复平面负半轴的充分必要条件为

$$\begin{cases} p_1 > 0 \\ p_1 p_2 - p_3 > 0 \\ p_3 > 0 \end{cases}$$
(13)

忽略与 b22 的乘积项,整理可得:

$$\begin{cases} p_{1} = -\left[b_{22} + \left(c_{\sigma}K_{\omega} - 1 \right) \left(a_{11} + a_{12} \mid \sigma \mid^{2} \right) \right] \\ p_{2} = -\left[b_{11} + b_{12} \mid \sigma \mid^{2} + \left(a_{11} + a_{12} \mid \sigma \mid^{2} \right) \left(b_{22} + c_{\sigma}K_{\alpha}K_{\omega} \frac{V}{g} + c_{\sigma}K_{\omega} \right) \right] \\ p_{3} = -\omega_{n}K_{\alpha}K_{\omega} \frac{V}{g}c_{\sigma}\left(a_{11} + a_{12} \mid \sigma \mid^{2} \right) \end{cases}$$
(14)

设
$$y = 1 + \frac{V}{g} K_{\alpha}, x = a_{11} + a_{12} |\sigma|^2$$
,式(14)的

$$p_{1}p_{2} - p_{3} = x(c_{\sigma}K_{\omega} - 1)(b_{11} + b_{12} |\sigma|^{2} + c_{\sigma}K_{\omega}xy) + \omega_{n}K_{\omega}c_{\sigma}x(y - 1) = (c_{\sigma}K_{\omega} - 1)(b_{11} + b_{12} |\sigma|^{2} + c_{\sigma}K_{\omega}xy) + \omega_{n}K_{\omega}c_{\sigma}(y - 1) = (c_{\sigma}K_{\omega} - 1)(b_{11} + b_{12} |\sigma|^{2}) + (c_{\sigma}K_{\omega} - 1) - c_{\sigma}K_{\omega}xy + \omega_{n}K_{\omega}c_{\sigma}y - \omega_{n}K_{\omega}c_{\sigma} = (c_{\sigma}K_{\omega} - 1)c_{\sigma}K_{\omega}x + \omega_{n}K_{\omega}c_{\sigma}y + (c_{\sigma}K_{\omega} - 1)(b_{11} + b_{12} |\sigma|^{2}) - \omega_{n}K_{\omega}c_{\sigma} \circ \\ \oplus \mp p_{1}p_{2} - p_{3} > 0, \\ \oplus \mu \neq 0, p_{3} > 0 \\ \begin{cases} p_{1} > 0, p_{3} > 0 \\ p_{1}p_{2} - p_{3} > 0 \end{cases}$$

(15)

$$\Rightarrow \begin{cases} y > \frac{\omega_n K_\omega c_\sigma - (c_\sigma K_\omega - 1)P}{(c_\sigma K_\omega - 1)c_\sigma K_\omega x + \omega_n K_\omega c_\sigma} \\ p_1 = -[b_{22} + (c_\sigma K_\omega - 1)(a_{11} + a_{12} |\sigma|^2)] > 0_{\circ} \\ & \textcircled{H} \longrightarrow \textcircled{H} \stackrel{\text{deg}}{=} \ \end{aligned} \\ \begin{cases} K_\omega > \left(\frac{-b_{22}}{(a_{11} + a_{12} |\sigma|^2)} + 1\right) \frac{1}{c_\sigma} \\ K_\alpha > \left(\frac{\omega_n K_\omega c_\sigma - (c_\sigma K_\omega - 1)(b_{11} + b_{12} |\sigma|^2)}{(c_\sigma K_\omega - 1)c_\sigma K_\omega (a_{11} + a_{12} |\sigma|^2) + \omega_n K_\omega c_\sigma} - 1\right) \frac{g}{V} \end{cases}$$

稳定性条件式(15)具有明显的物理意义:即 要求做锥形运动时保持弹体复攻角σ所需的控 制力矩必须大于复攻角σ产生的气动力不稳定 力矩,才能保证导弹受到干扰后依然能够回到初 始运动状态。在实际情况中,导弹控制系统不仅 要求满足稳定性条件,还必须:①具有一定的稳定 裕度,以提高系统抗干扰能力;②补偿系统元件惯 性和弹性特性;③具有较好的动态响应特性,即较 快的收敛特性和较小的过渡时间和超调量等。

1.2 阻尼回路对导弹的影响分析

根据式(15)推导得到的锥形运动控制稳定 性必要条件,采用基于增益调度的自适应控制方 法^[17]设计飞行控制系统控制回路的控制参数 K_{α} 。令 K_{α} 保持不变,对比不同阻尼回路控制参 数对弹体稳定性的影响。以表1所示的特征点为 例研究控制系统性能,根据式(15)所示的稳定性 判定方法,若基于锥形运动控制的导弹能够保持 稳定,阻尼回路参数 K_{α} 必须大于0.12。

Tab 1 Dynamic coefficients of a feature point			
Tab. 1 Dynamic coefficients of a feature point			
h∕km	18	T_{1d}	20. 22
<i>V</i> /(m/s)	468	a_{11}	0.069
K_d/s	0.06	a_{12}	- 12. 5
T_{d}	0. 282	b_{22}	-0.003
${m \xi}_d$	0. 01	c_{δ}	-0.022

导弹其特征占的动力学系数

分别选取 $K_{\omega} = 0.2 \ \pi K_{\omega} = 0.1$,绘制特征点 控制系统的频域响应曲线,结果如图 2、图 3 所示。

以某一段弹道为例进行锥形运动控制仿真, 过载指令仅包含保持锥形运动的控制指令,复攻 角的变化曲线如图4、图5所示。

由仿真结果可见,当控制参数 K_w满足式(7) 的边界条件时,导弹锥形运动能够保持弹体稳定。 反之,若控制参数 K_w不满足条件,则复攻角呈发





Fig. 2 Frequency response curve when $K_{\omega} = 0.2$





Fig. 3 Frequency response curve when $K_{\omega} = 0.1$



图 4 K_w = 0.2 时的复攻角变化曲线



2 基于锥形运动控制的弹道仿真

以导弹末制导为例研究锥形运动控制对弹体







Fig.5 Curve of the complex attack angle when $K_{\omega} = 0.1$ 稳定性的影响。假设末制导时的初速为 450m/s, 初始位置(0, 10km, 0),初始弹道倾角 – 20°,弹 道偏角 0°,目标位置(14km, 10km, 0)。根据 式(15)所示的控制系统稳定性判定方法,绘制控 制器参数 K_{α}, K_{ω} 的关系曲线,建立控制系统的边 界条件,如图 6 所示。当控制器参数位于图中空 白区域内时,导弹的复攻角将保持收敛趋势,反之 将发生发散现象。



图 6 控制系统稳定区间 Fig. 6 Stable range of the control system

设锥形运动总攻角指令 $|\sigma_c| = 8^\circ$,摆动角频 率 $\omega = 1$ rad/s,采用经典控制理论设计的控制器 参数为 $K_{\omega} = 0.5, K_{\alpha} = 0.8$,满足控制系统设计的 边界条件,在考虑气动非线性影响的条件下,将速 度控制导引与比例导引的弹道仿真结果进行对 比,结果如图7 至图9 所示。

如图7所示,导弹攻角始终绕速度矢量旋转, 形成了一个以速度矢量为中心的圆锥面,导弹保 持锥形运动飞行。

如图9所示,相比于单纯的比例导引,导弹飞 行速度大幅降低。仿真结果表明,所设计的控制



图 7 复攻角的变化曲线





图 8 弹道倾角与时间的关系







Fig. 9 Relation between missile velocity and time

器能够克服干扰,使姿态角偏差限制在容许范围 内,并根据导引指令改变弹体姿态,满足控制系统 稳定性的边界条件。

作为对比,降低控制器带宽,设计不满足稳定 性的边界条件的控制器,取 K_{ω} =0.5, K_{α} =0.3,仿 真结果如图 10 至图 12 所示。

阻尼回路的作用是提高系统阻尼,增强弹体



图 10 复攻角的变化曲线





图 11 俯仰通道的过载曲线 Fig. 11 Curve of overload in pitch channel





的飞行稳定性,使弹体在受到干扰后依然能够恢 复到原来的稳定状态,因此必须设计合理的控制 参数。当控制回路的控制参数 K_α 位于不稳定区 间时,由图 11、图 12 仿真结果可见,起始 10s 内, 导弹仅采用比例导引,尚未加入锥形运动导引指 令时,俯仰、偏航通道的过载跟踪曲线逐渐偏离, 特别是锥形运动开始后,导弹虽然能够保持相对 稳定,但与设计结果相差甚远,出现明显的控制偏差,导弹在做第八个圆锥运动时,偏航过载指令曲 线发散,说明所设计的控制器不能实现导弹锥形 运动控制。将图 10 和图 7 的复攻角结果仿真对 比可以看出,控制参数分别位于稳定与不稳定区 域的控制器具有完全不同的控制性能,验证了该 导弹稳定性判定方法的可行性。

3 结论

本文从锥形运动控制降低导弹飞行速度的需 求出发,开展了导弹锥形运动控制的稳定性判定 方法研究,建立了导弹锥形运动的控制模型,揭示 了控制系统阻尼回路和控制回路对提高导弹锥形 运动稳定性的影响规律,提出了一种判定导弹控 制系统稳定性的方法。该方法结构简单、思路清 晰,能够适应工程实践的应用要求,可以用来判定 导弹锥形运动控制时的控制器稳定性,为导弹锥 形运动的制导控制系统设计提供了理论基础。

参考文献(References)

- (1) 姜玉宪,崔静.导弹摆动式突防策略的有效性[J].北京航空航天大学学报,2002,28(2):133-136.
 JIANG Yuxian, CUI jing. Effectiveness of weaving maneuver strategy of a missile[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2002, 28(2):133-136. (in Chinese)
- [2] 闫晓勇,杨树兴,张成.基于章动运动理论的火箭弹锥形运动稳定性分析[J]. 兵工学报,2009,30(10): 1291-1296.

YAN Xiaoyong, YANG Shuxing, ZHANG Cheng. Analysis of stability for coning motion of rockets based on theory of nutation movement[J]. Acta Armamentarii, 2009, 30 (10): 1291 – 1296. (in Chinese)

- [3] Mao X R, Yang S X, Xu Y. Coning motion stability of wrap around fin rockets[J]. Science in China Series E: Technological Sciences, 2007,50(3): 343-350.
- [4] 徐浩军,朱建太,曾凡. 飞机纵向摆动及飞行安全评估[J]. 航空学报,2003,24 (3): 255-258.
 XU Haojun, ZHU Jiantai, ZENG Fan. Longitudinal oscillation and flying security evaluation[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2003,24(3): 255-258. (in Chinese)
- [5] Peterson V L, Schiff L B, Tobak M. Aerodynamics of bodies of revolution in coning motion [J]. AIAA Journal, 1969,7(1): 95-99.
- [6] Schiff L B. Nonlinear aerodynamics of bodies in coning motion[J]. AIAA Journal, 1972, 10(11): 1517-1522.
- [7] Nicolaides J D, Ingram C W, Clare T A. Investigation of the non-linear flight dynamics of ordnance weapons[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1970,7(10):1241-1243.
- [8] 赵良玉,杨树兴,焦清介.提高卷弧翼火箭弹圆锥运动渐近 稳定性的几个方法[J].固体火箭技术,2010,33(4): 369-372.

ZHAO Liangyu, YANG Shuxing, JIAO Qingjie. Several methods for improving asymptotic stability of coning motion of wrap-around-fin rockets[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2010,33(4): 369 - 372. (in Chinese)

 [9] 李臣明,刘怡昕. 非对称赤道阻尼力矩对远程火箭弹道的 影响[J]. 弹道学报,2009,21(2):36-39.
 LI Chengming, LIU Yixin. Influence of unsymmetrical equatorial damp moment on long-range rockets trajectory[J].

Journal of Ballistics, 2009,21(2): 36 – 39. (in Chinese)

- [10] Livshits D S, Yaniv S, Karpel M. Dynamic stability and free flight rockets[J]. AIAA – 1996 – 1344 – CP.
- [11] Liano R. Analysis of control and guidance of rolling missiles with a single plane of control fins[J]. AIAA – 2000 – 3971.
- [12] Mao X R, Yang S X, Xu Y. Research on the coning motion of wrap around fin projectiles [J]. Canadian Aeronautics and Space Journals, 2006, 52(3):119-125.
- [13] 韩子鹏. 弹箭外弹道学[M]. 北京:北京理工大学出版 社,2008:127-201.

HAN Zipeng. Arrow external ballistics [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2008:127 - 201. (in Chinese) [14] 闫晓勇.旋转弹动态稳定性与控制研究[D].北京:北京 理工大学,2010.
 YAN Xiaoyong. Rotating cylinder dynamic stability and control research[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology,2010.

[15] Li K Y, Yang S X, Zhao L Y. Stability of spinning missiles with an acceleration autopilot [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2012,35(3): 774 – 786.

(in Chinese)

- [16] Frank E. On the zeros of polynomials with complex coefficients [J]. Bulletin of the American Mathematical Society, 1946, 52: 144 - 157
- [17] 刘鹏云,孙瑞胜,李伟明,等. 基于锥形运动的制导火箭 速度控制导引律设计[J]. 航空学报,2014,35(4):933 -941.

LIU Pengyun, SUN Ruisheng, LI Weiming, et al. A coning motion-based guidance law for guided rocket with velocity control[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 35(4): 933-941. (in Chinese)