

最大值指标截尾正态分布精度换算方法*

韩旭^{1,2}, 孙翱¹

(1. 中国人民解放军91550部队, 辽宁大连 116023;

2. 中国人民解放军92493部队博士后工作站, 辽宁葫芦岛 125001)

摘要:提出了面向最大值指标的截尾正态分布精度换算方法,为最大值指标与常用精度指标间的精度换算以及真值测量系统精度指标的确定提供了参考依据。该方法假设系统输出序列中各观测点的合格概率服从对数截尾正态分布;根据给定最大值指标的置信水平及序列样本量,证明并推导了截尾正态分布之截尾上限、截尾下限、均值及标准偏差的计算公式,导出了最大值精度指标与 1σ 等常用精度指标间的换算关系;结合精密仪器有关理论给出了最大值指标下真值测量系统精度指标的确定方法。实例应用的实验结果表明,该方法是可行的。

关键词:精度换算;截尾正态分布;最大值指标

中图分类号: N94 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2015)05-110-06

Precision conversion methodology with truncated normal distribution theory assumption oriented to maximum-error specification

HAN Xu^{1,2}, SUN Ao¹

(1. The PLA Unit 91550, Dalian 116023, China; 2. Postdoctoral Workstation of the PLA Unit 92493, Huludao 125001, China)

Abstract: A precision conversion methodology with truncated normal distribution theory assumption oriented to maximum-error specification was brought forward, and it could be taken as a reference frame for the precision conversion between maximum-error specification and other precision measurement specifications, so that the precision class of according true value measurement systems could be determined in advance. The method assumes that the conformity probability of the observation sequence is subjected to logarithmic truncated normal distribution; based on the aimed confidence level for maximum-error specification and the given sample size of target sequence, the calculation formulation of upper truncated limit, lower truncated limit, mean and standard deviation of the truncated normal distribution were proved and derived, thus the precision conversion relationships between maximum-error specification and other precision measurement specifications, such as 1σ , were turned out; through referring to the corresponding theories on precision instrument fields, the determination methodology for precision class of true value measurement systems under maximum-error specification was given. The application on related example cases proved the feasibility of the proposed method.

Key words: precision conversion; truncated normal distribution; maximum-error specification

现代武器系统对于武器在极端条件下的长期可靠性工作能力要求越来越高,这也对系统的试验、测试实施等提出了更高的要求,以至于有些沿用多年的试验方法、试验理论也必须随之做出调整。最大值指标就是在这样的历史条件下为适应武器实战需求而产生的。文献[1-2]中通过大量的理论与实例分析,为最大值指标的实践应用提供了较好的理论支撑。但最大值指标与其他精度指标度量基准间的精度换算仍是一个亟待解决的问题。由最大值指标的定义可知,最大值指标的精度换算问题并不是简单的恒等换算就能解决的。而从科学研究的层面看,各领域中有关

此类复杂、非恒定等价换算关系的研究也容易形成热点。例如,在软件工程领域,文献[3]对功能点分析(Function Point Analysis, FPA)及通用软件度量国际协会(Common Software Measurement International Consortium, COSMIC)准则之间的功能点估算规模换算问题进行了研究;文献[4-6]则对视频处理领域二维、三维视频标准的数据格式换算问题进行了探讨;而在微处理器电路设计领域,文献[7-8]则对信号处理领域中定、浮点数据间的格式换算问题进行了研究;文献[9-13]也分别针对各自领域生产实践中遇到的坐标变换问题进行了研究。总而言之,尽管人们对于这类复杂、

* 收稿日期:2014-11-14

基金项目:教育部博士点新教师基金资助项目(200802881012)

作者简介:韩旭(1975—),男,辽宁开原人,工程师,博士, E-mail: china_hanxu@163.com

非恒定等价换算关系的研究手段有所不同,但其基本解题思路却是一致的,即采取设定某些约束条件的方法将复杂问题简单化,从而求得有条件的等价换算关系,为特定工程实践提供参考。

1 最大值指标的精度换算

1.1 问题分析

由文献[1]中最大值指标的定义可以看出:在给定的最大值指标 H_0 的条件下,最大值指标之高低由样本区间及其给定的置信水平决定。事实上,样本区间对于最大值指标的影响主要是经由被测系统样本量 n 来体现的。从而,当给定置信水平 $1 - \alpha$ 时,若被测系统的最大值指标也等于 H_0 ,则对于单个样本观测点,其合格概率(即不超过最大值指标 H_0 的概率)应介于区间 $(1 - \alpha, 1)$ 内。设对于单个样本观测点 i 而言,其合格概率为 $p_i \in (1 - \alpha, 1)$,则:

$$\prod_{i=1}^n p_i = 1 - \alpha \quad (1)$$

两边取对数后得到:

$$\sum_{i=1}^n \ln p_i = \ln(1 - \alpha) \quad (2)$$

从而可得样本观测点的总体平均对数合格概率:

$$\overline{\ln p} = \frac{1}{n} \ln(1 - \alpha) \quad (3)$$

故可做如下假设:设所有样本观测点的对数合格概率都服从均值为 $\frac{1}{n} \ln(1 - \alpha)$ 的双侧截尾正态分布,其截尾下限 $A = \ln(1 - \alpha)$,截尾上限 $B = \ln 1 = 0$ 。由于当 $n > 2$ 时,总有 $-\frac{1}{n} \ln(1 - \alpha) < -\frac{n-1}{n} \ln(1 - \alpha)$,且分布的均值点更接近于截尾上限,故该截尾分布为非对称的双侧截尾正态分布。

1.2 原正态分布与截尾正态分布函数关系推导

原正态分布与截尾正态分布的主要区别在于其自变量的取值范围不同,原正态分布为 $(-\infty, +\infty)$,截尾正态分布为 $[A, B]$ 。假设截尾正态分布的均值及标准偏差分别为 μ_c 和 σ_c ,原正态分布的均值和标准偏差为 μ_0 和 σ_0 。则由式(3)可得:

$$\mu_c = \overline{\ln p} = \frac{1}{n} \ln(1 - \alpha) \quad (4)$$

而对原正态分布 $N(\mu_0, \sigma_0)$ 而言,其概率密度函数为:

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{-\frac{(x-\mu_0)^2}{2\sigma_0^2}} = \frac{1}{\sigma_0} \varphi\left(\frac{x-\mu_0}{\sigma_0}\right) \quad (5)$$

累积分布函数为:

$$F_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu_0)^2}{2\sigma_0^2}} dt = \Phi\left(\frac{x-\mu_0}{\sigma_0}\right) \quad (6)$$

工程实践中,若被试系统工作稳定,其最大值指标下各观测点合格概率也不会差别过大,即分布 $N(\mu_0, \sigma_0)$ 的标准偏差 σ_0 变化不大。因此,可假设截尾正态分布的截尾上限 B 为原正态分布 $N(\mu_0, \sigma_0)$ 的 3σ 分界点,即:

$$\sigma_0 = \frac{1}{3}(B - \mu_0) \quad (7)$$

则根据条件概率计算公式,当自变量 $x \in [A, B]$ 时,截尾正态分布之概率密度函数及累积分布函数分别为:

$$f(x) = \frac{1}{K_c} f_0(x) = \frac{1}{K_c \sigma_0} \varphi\left(\frac{x-\mu_0}{\sigma_0}\right) \quad (8)$$

$$F(x) = \frac{1}{K_c \sqrt{2\pi}\sigma_0} \int_A^x e^{-\frac{(t-\mu_0)^2}{2\sigma_0^2}} dt = \frac{1}{K_c} \left[\Phi\left(\frac{x-\mu_0}{\sigma_0}\right) - \Phi\left(\frac{A-\mu_0}{\sigma_0}\right) \right] \quad (9)$$

其中, K_c 为截尾条件概率系数,且有:

$$K_c = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \int_A^B e^{-\frac{(t-\mu_0)^2}{2\sigma_0^2}} dt = \Phi\left(\frac{B-\mu_0}{\sigma_0}\right) - \Phi\left(\frac{A-\mu_0}{\sigma_0}\right) \quad (10)$$

下面推导原正态分布与截尾正态分布均值及方差的关系。假设原正态分布为 $N(\mu_0, \sigma_0)$,则截尾正态分布均值:

$$\begin{aligned} \mu_c &= \int_A^B x f(x) dx \\ &= \frac{1}{K_c \sqrt{2\pi}\sigma_0} \int_A^B x e^{-\frac{(x-\mu_0)^2}{2\sigma_0^2}} dx \end{aligned} \quad (11)$$

由分部积分可得:

$$\mu_c = \sigma_0 \left[\frac{\varphi\left(\frac{A-\mu_0}{\sigma_0}\right) - \varphi\left(\frac{B-\mu_0}{\sigma_0}\right)}{\Phi\left(\frac{A-\mu_0}{\sigma_0}\right) - \Phi\left(\frac{B-\mu_0}{\sigma_0}\right)} \right] + \mu_0 \quad (12)$$

下面推导截尾正态分布的方差。首先求取截尾正态分布二阶原点矩:

$$\begin{aligned} E(x^2) &= \int_A^B x^2 f(x) dx \\ &= \frac{1}{K_c \sqrt{2\pi}\sigma_0} \int_A^B x^2 e^{-\frac{(x-\mu_0)^2}{2\sigma_0^2}} dx \end{aligned} \quad (13)$$

令 $z = \frac{x-\mu_0}{\sigma_0}$,并代入式(13),则有:

$$E(x^2) = \frac{1}{K_c \sqrt{2\pi}} \cdot \int_{\frac{A-\mu_0}{\sigma_0}}^{\frac{B-\mu_0}{\sigma_0}} (\sigma_0^2 z^2 + 2\sigma_0 z \mu_0 + \mu_0^2) e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (14)$$

分部积分后可得:

$$E(x^2) = \sigma_0^2 + \mu_0^2 + \frac{(A + \mu_0)\sigma_0}{K_c} \varphi\left(\frac{A - \mu_0}{\sigma_0}\right) - \frac{(B + \mu_0)\sigma_0}{K_c} \varphi\left(\frac{B - \mu_0}{\sigma_0}\right) \quad (15)$$

$$\sigma_c = \sqrt{DX} = \sqrt{\sigma_0^2 + \mu_0^2 + \frac{(A + \mu_0)\sigma_0}{K_c} \varphi\left(\frac{A - \mu_0}{\sigma_0}\right) - \frac{(B + \mu_0)\sigma_0}{K_c} \varphi\left(\frac{B - \mu_0}{\sigma_0}\right) - \mu_c^2} \quad (17)$$

从前面的推导过程看,由式(4)可计算得到截尾正态分布均值 μ_c ; 由式(7)可得到原正态分布均值 μ_0 与标准偏差 σ_0 的函数解析式; 若再能利用截尾正态分布均值 μ_c 推导得到 μ_0 , 则根据式(17)即可解算出 σ_c , 从而得到截尾正态分布的分布函数。

1.3 求解截尾正态分布标准偏差

由于根据式(12)直接由 μ_c 求解 μ_0 的函数关系过于复杂, 这里以式(12)为依托, 使用数值方法求取函数 $\mu_0(\mu_c)$ 的近似解。首先验证式(12)中函数的单调性。

将式(7)代入式(12), 有:

$$\mu_c = \frac{B - \mu_0}{3} \left[\frac{\varphi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) - \varphi(3)}{\Phi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) - \Phi(3)} \right] + \mu_0 \quad (18)$$

再对式(18)做求导运算, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{\mu}_c &= -\frac{(A - \mu_0)(A - B)}{(B - \mu_0)^2} \cdot \frac{\varphi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right)}{\Phi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) - \Phi(3)} - \\ &\frac{A - B}{B - \mu_0} \cdot \frac{\left[\varphi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) - \varphi(3)\right] \cdot \varphi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right)}{\left[\Phi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) - \Phi(3)\right]^2} - \\ &\frac{1}{3} \cdot \frac{\varphi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) - \varphi(3)}{\Phi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) - \Phi(3)} + 1 \quad (19) \end{aligned}$$

因为 $3(B - \mu_0)^2 \cdot \left[\Phi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) - \Phi(3)\right]^2 \geq 0$

故对式(19)两侧同乘 $3(B - \mu_0)^2 \cdot \left[\Phi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) - \Phi(3)\right]^2$ 后, 不会改变 $\dot{\mu}_c$ 的符号, 因

从而求得截尾正态分布的方差为:

$$\begin{aligned} DX &= E(x^2) - \mu_c^2 \\ &= \sigma_0^2 + \mu_0^2 + \frac{(A + \mu_0)\sigma_0}{K_c} \varphi\left(\frac{A - \mu_0}{\sigma_0}\right) - \frac{(B + \mu_0)\sigma_0}{K_c} \varphi\left(\frac{B - \mu_0}{\sigma_0}\right) - \mu_c^2 \quad (16) \end{aligned}$$

进而得到截尾正态分布标准偏差如式(17)所示:

此, 令 $Y = 3(B - \mu_0)^2 \cdot \left[\Phi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) - \Phi(3)\right]^2 \dot{\mu}_c$, 可得:

$$Y = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 \quad (20)$$

式中, $Y_1 = -3(A - \mu_0)(A - B)\varphi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) \cdot$

$$\left[\Phi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) - \Phi(3)\right]$$

$$Y_2 = -3(B - \mu_0)(A - B)\varphi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) \cdot$$

$$\left[\varphi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) - \varphi(3)\right]$$

$$Y_3 = -(B - \mu_0)^2 \left[\varphi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) - \varphi(3)\right] \cdot$$

$$\left[\Phi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) - \Phi(3)\right]$$

$$Y_4 = 3(B - \mu_0)^2 \left[\Phi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) - \Phi(3)\right]^2$$

这里, 已知 $\Phi(3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^3 e^{-\frac{t^2}{2}} dt \approx 0.9987$,

$$\varphi(3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{3^2}{2}} \approx 0.0044$$

而当 $\ln(1 - \alpha) = A \leq \mu_0 \leq B = 0$ 时,

$\Phi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right)$ 随 μ_0 单调递减, 且有:

$$0 < \Phi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) \leq 0.5 \quad (21)$$

而 $\varphi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right)$ 也是 μ_0 的单调递减函数, 并且:

$$0 < \varphi\left(3 \frac{A - \mu_0}{B - \mu_0}\right) \leq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \approx 0.3989 \quad (22)$$

因此可得:

$$\begin{cases} -0.0044 < \varphi\left(3\frac{A-\mu_0}{B-\mu_0}\right) - \varphi(3) \leq \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} - 0.0044 \approx 0.3945 \\ -0.9987 < \Phi\left(3\frac{A-\mu_0}{B-\mu_0}\right) - \Phi(3) \leq -0.4987 \end{cases} \quad (23)$$

故对任意 $\mu_0 \in [A, B]$, 总有 $\Phi(3) - \Phi\left(3\frac{A-\mu_0}{B-\mu_0}\right) > \varphi\left(3\frac{A-\mu_0}{B-\mu_0}\right) - \varphi(3)$ 。从而对式(20), 总有: $\begin{cases} Y_1 + Y_2 > 0 \\ Y_3 + Y_4 \geq 0 \end{cases}$, 即对任意 $\mu_0 \in [A, B]$ 总有:

$$Y = 3(B - \mu_0)^2 \cdot \left[\Phi\left(3\frac{A-\mu_0}{B-\mu_0}\right) - \Phi(3) \right]^2 \dot{\mu}_c > 0 \quad (24)$$

故总有 $\dot{\mu}_c > 0$, 即当 $\mu_0 \in [A, B]$ 时, 函数 $\mu_c(\mu_0)$ 是自变量 μ_0 的单调递增函数, 可使用数值方法求取函数 $\mu_0(\mu_c)$ 的近似解, 再将 μ_c, μ_0, σ_0 代入式(17), 即可解算出截尾正态分布的标准偏差 σ_c 。数值方法近似求解 σ_c 的流程如图1所示。

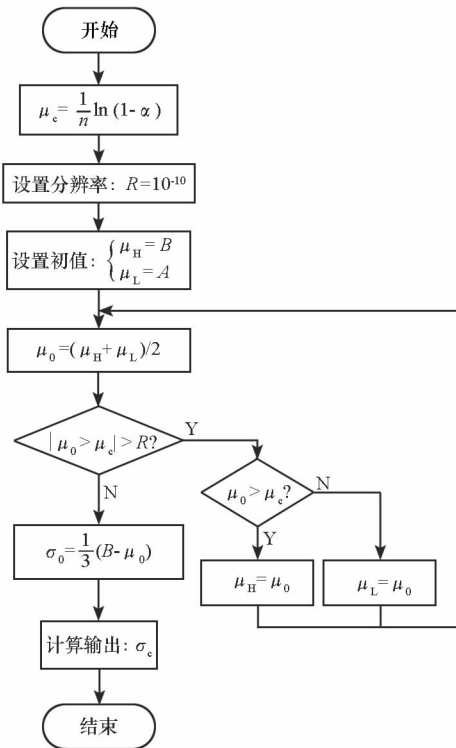


图1 截尾正态分布标准偏差数值求解流程
Fig. 1 Workflow for approximate solution of standard error under truncated normal distribution

1.4 精度换算关系的推导

根据图1流程, 可求得各观测点在合格概率

p_i 下的对数截尾正态分布均值 μ_c 及标准偏差 σ_c 。故, 当取截尾正态分布置信水平为 β_c 时, 根据单边正态分布的有关特性, 截尾正态分布的分位数:

$$x_c = \mu_c + k\sigma_c, \quad (k \geq 0, A < x_c < B) \quad (25)$$

式中, $k = \Phi^{-1}(\beta_c)$ 。则合格概率分位水平 β_c 下观测点的保精度合格概率:

$$p = e^{x_c} = e^{\mu_c + \sigma_c \Phi^{-1}(\beta_c)} \quad (26)$$

这样, 当取最大值指标为 H_0 时, 其最大值指标度量基准换算为 1σ 度量基准下的精度指标为:

$$\begin{aligned} H_{1\sigma} &= \frac{H_0}{\Phi^{-1}[1 - (1-p)/2]} \\ &= \frac{H_0}{\Phi^{-1}[(1 + e^{\mu_c + \sigma_c \Phi^{-1}(\beta_c)})/2]} \end{aligned} \quad (27)$$

根据式(27), 图2、图3分别给出了给定截尾正态分布置信水平 $\beta_c = 0.5$ 及给定最大值指标置信水平 $1 - \alpha = 0.9$ 条件下最大值指标与 $k\sigma$ ($k > 0$) 精度度量基准间的换算关系。

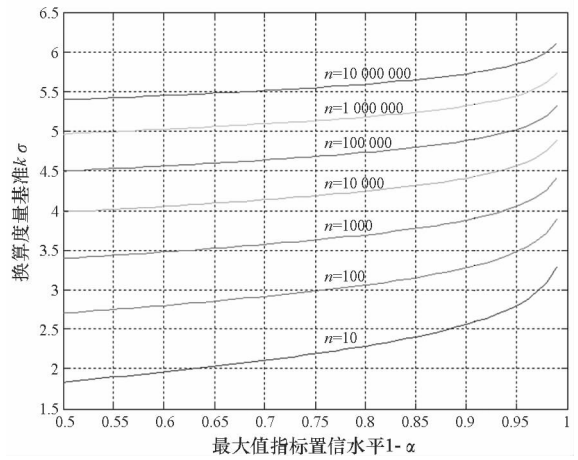


图2 $\beta_c = 0.5$ 时, 最大值指标与 $k\sigma$ 基准的换算关系

Fig. 2 Precision conversion relationship between maximum-error specification and $k\sigma$ specification when $\beta_c = 0.5$

由图2、图3可知, 当样本量 $n > 10\,000$ 时, 最大值指标与 $k\sigma$ 度量基准的精度换算主要受样本量 n 影响, 截尾正态分布置信水平 β_c 对精度换算的影响小于10%, 而最大值指标置信水平 $1 - \alpha$ 对精度换算的影响也不超过20%。当样本量 $n > 10^7$ 时, 最大值指标与 $k\sigma$ 度量基准的精度换算受样本量 n 的影响更为显著, 截尾正态分布置信水平 β_c 对精度换算的影响小于5%, 最大值指标置信水平 $1 - \alpha$ 对精度换算的影响则小于10%。可见, 样本量越大, $\beta_c, 1 - \alpha$ 取值对精度换算的影响就越小。当样本量大于10000时, 可忽略 β_c 的影

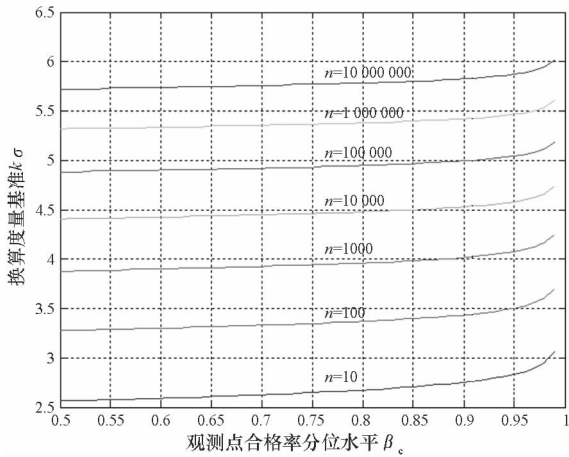


图 3 $1 - \alpha = 0.9$ 时,最大值指标与 $k\sigma$ 基准的换算关系
Fig. 3 Precision conversion relationship between maximum-error specification and $k\sigma$ specification when $1 - \alpha = 0.9$

响,此时,若令 $\beta_c = 0.5$,则有 $k = \Phi^{-1}(\beta_c) = 0$,则由式(26)、式(4)得 $p = (1 - \alpha)^{\frac{1}{n}}$,代入式(27)可得大样本量下最大值指标 H_0 换算为 1σ 度量基准下精度指标:

$$H_{1\sigma}^{[0.5]} = \frac{H_0}{\Phi^{-1}\{[1 + (1 - \alpha)^{1/n}]/2\}} \quad (28)$$

2 真值测量系统精度指标的确定

2.1 常值精度指标的确定方法

真值测量系统精度指标的选定应主要参照精密仪器领域的“1/3 法则”或“1/10 法则”^[14]进行。这样,结合式(27)、式(28)后,即可确定出能够满足最大值指标设备标定的 1σ 度量基准下真值测量系统的最低精度指标需求。方法如下:

设真值测量系统调节系数为 $c \in (1/10, 1/3)$,根据式(28),大样本条件下,按 1σ 度量基准统计时,真值测量系统的最低精度指标要求:

$$\tilde{H}_{1\sigma}^{[0.5]} = \frac{cH_0}{\Phi^{-1}\{[1 + (1 - \alpha)^{1/n}]/2\}} \quad (29)$$

而当样本量不大时,根据式(27),可按式(30)确定 1σ 度量基准下的真值测量系统最低精度指标:

$$\tilde{H}_{1\sigma}^{[\beta_c]} = \frac{cH_0}{\Phi^{-1}\{[1 + e^{\mu_c + \Phi^{-1}(\beta_c) \cdot \sigma_c}]/2\}} \quad (30)$$

这里要注意,最大值指标条件下的“低精度”在工程实践中可能并非就是低精度。由图 2、图 3 可知,当样本量大于 1000 时,最大值指标总是高于 3σ 条件下的相应标准,此时的最大值指标应按照通常意义下的高精度测量标准对待,式

(29)、式(30)中调节系数 c 应参照“1/3 法则”取值。真值测量系统精度指标的选择必须综合考查实践成本等现实因素。

2.2 带有时间协变量的精度指标的确定方法

对于带有时间协变量的情形,设协变量序列为 X_i ,设协变量 X 与最大值指标 H 间的函数关系为:

$$H = H_0 f(X) \quad (31)$$

式中: H_0 为最大值指标的常值部分; $f(X)$ 为变值部分,由时间协变量决定。由此,带有时间协变量的最大值指标真值测量系统精度指标可按式(32)确定:

$$\tilde{H} = \tilde{H}_0 f(X) \quad (32)$$

式中, \tilde{H}_0 为真值测量系统的常值精度指标,可由 H_0 代入式(29)、式(30)求得。带有时间协变量的条件下,还需考虑协变函数 $f(X)$,高精度测量中可取:

$$\tilde{H} = \tilde{H}_0 E(f(X)) \quad (33)$$

式中, $E(f(X))$ 为协变函数 $f(X)$ 均值。低精度测量中可取:

$$\tilde{H} = \tilde{H}_0 \lfloor f(X) \rfloor \quad (34)$$

式中, $\lfloor f(X) \rfloor$ 为协变函数 $f(X)$ 值域下界。

3 应用举例

下面参照美国 MK39 MOD3C 型激光陀螺惯性导航系统^[1]的精度指标,对最大值指标下的真值测量系统精度指标确定方法进行举例说明。

例 1 假设被测高精度惯导的数据输出频率为 100Hz,其 240h 内的最大值精度指标为:

航向角: $7' / \cos\varphi$, 其中, $-85^\circ \leq \varphi \leq 85^\circ$, 为载体所在纬度;位置: 10 海里;线速度: 0.6 节;纵/横摇角: $3'$;角速度变化率: $0.003^\circ/s$ 。

计算样本量 $n = 240 \times 3600 \times 100 = 8.64 \times 10^7 \gg 10\ 000$, 属大样本。由式(29),令 $\alpha = 0.1, \beta_c = 0.5, c = 1/3$,求得该型惯导的真值测量设备按 1σ 精度度量基准考量时的最低精度指标分别为:

航向角: $23.33'' / \cos\varphi$;位置: 0.55 海里;线速度: 0.033 节;纵/横摇角: $10.0''$;角速度变化率: $0.6''/s$ 。

设协变函数 $f(X) = \frac{1}{\cos\varphi}$ 均值为 1.25,代入式(33),即可求得航向角真值测量设备精度指标最低为 $23.33'' \times 1.25 \approx 29.16''$ 。

例 2 假设被测低精度惯导数据输出频率为 1Hz,其 2h 内的最大值精度指标如下:

航向角: $15' / \cos\varphi$, 其中, $-85^\circ \leq \varphi \leq 85^\circ$, 为

载体所在纬度;位置:5海里;线速度:1.2节;纵/横摇角:7';角速度变化率:0.005°/s。

计算样本量 $n = 2 \times 3600 \times 1 = 7200 < 10\ 000$, 属小样本。对低精度被试品,可适当增加 β_c 取值,令 $\alpha = 0.1, \beta_c = 0.8$,则由式(4)可得截尾正态

分布均值 $\mu_c = \frac{\ln 0.9}{7200} \approx -1.463\ 34 \times 10^{-5}$ 。再参

照图1流程,由式(12)可用数值方法求解原正态分布的均值 $\mu_0 = -1.465\ 5 \times 10^{-5}$,将其代入式(7),可得原正态分布标准偏差 $\sigma_0 = 4.885\ 0 \times 10^{-6}$ 。再将 μ_c, μ_0, σ_0 代入式(17)可得截尾正态分布的标准偏差 $\sigma_c = 4.981\ 7 \times 10^{-7}$ 。最后,根据式(27),将 $\alpha, \beta_c, \mu_c, \sigma_c$ 代入后可求得该最大值指标与 4.4σ 度量基准近似等价,就惯导领域而言,该指标已属高精度指标。故考虑到现实真值测量条件,仍取 $c = 1/3$,代入式(30)后,即可求得 1σ 基准下真值测量系统的最低精度指标:

航向角:1.14'/ $\cos\varphi$;位置:1.36海里;线速度:0.076节;纵/横摇角:31.82";角速度变化率:1.36"/s。

当工作于赤道附近($\varphi = 0^\circ$)时,协变函数 $f(X) = \lfloor f(X) \rfloor = 1$ 为值域下限。这样,根据式(34)得:其航向角真值测量设备最低精度指标为1.14'。

4 结论

对最大值指标的精度换算问题进行了研究,并以此为基础提出了面向最大值指标的真值测量系统精度指标确定方法,给出了该方法在惯性导航系统真值测量设备精度指标遴选中的应用实例。实验分析及实践应用的结果表明,该方法是可行的。

参考文献(References)

[1] 韩旭,王建宇,祖先锋. 基于时间序列模型的系统最大值指标评定方法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(4): 839-845.
HAN Xu, WANG Jianyu, ZU Xianfeng. System maximum-error specification oriented testing methodology basing on timing series model[J]. Systems Engineering and

Electronics, 2012, 34(4):839-845. (in Chinese)
[2] 韩旭,王建宇,祖先锋. 基于极值理论的系统最大值指标评定方法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(5): 1073-1084.
HAN Xu, WANG Jianyu, ZU Xianfeng. System maximum-error specification oriented testing methodology basing on extreme value theory[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 34(5):1073-1084. (in Chinese)
[3] Abualkishik A Z, Desharnais J M, Khelifi A, et al. An exploratory study on the accuracy of FPA to COSMIC measurement method conversion types[J]. Information and Software Technology, 2012, 54(11): 1250-1264.
[4] Zhang L, Vázquez C, Knorr S. 3D-TV content creation: automatic 2D-to-3D video conversion[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2011, 57(2): 372-383.
[5] Vosters L, de Haan G. Efficient and stable sparse-to-dense conversion for automatic 2-D to 3-D conversion[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2013, 23(3): 373-386.
[6] Yedlin M, Vorst D V, Virieux J. Uniform asymptotic conversion of Helmholtz data from 3D to 2D[J]. Journal of Applied Geophysics, 2012, 78: 2-8.
[7] Liu Z G, Du S Y, Yang Y, et al. A fast algorithm for color space conversion and rounding error analysis based on fixed-point digital signal processors[J]. Computers and Electrical Engineering, 2014, 40(4):1405-1414.
[8] Menard D, Rocher R, Sentieys O. Analytical fixed-point accuracy evaluation in linear time-invariant systems[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 2008, 55(10): 3197-3208.
[9] Coogler R A, Smith D, Blair W D. Debaised coordinate conversion of bistatic radar measurements[C]//ProcEedings of IEEE National Radar Conference on Ubiquitous Radar, Atlanta, GA, United States, 2012:383-388.
[10] Zhang R F, Zhang X M, Qin G X, et al. Novel three-dimensional data conversion technique and profile measurement system for engine cylinder head blank[J]. Optics & Laser Technology, 2013, 45: 697-701.
[11] Bernhard H W, Herbert L, Elmar W. GNSS-global navigation satellite systems; GPS, GLONASS, Galileo, and more[M]. USA:Springer Wien NewYork, 2008.
[12] Williams C E. A comparison of circular error probable estimators for small samples[D]. USA: Air Force Institute of Technology, 1997.
[13] Zelenkov A, Kluga A, Grab E. Accuracy estimation of GPS receiver parameters with re-reference system in static mode[J]. Telecommunications and Electronics, 2008, 88(80): 31-36.
[14] Auromotive Industry Action Group. Measurement systems analysis reference manual[M]. 4th ed. USA: Auromotive Industry Action Group, 2010.