

# 基于高精度加权紧致非线性格式的 $\gamma - Re_\theta$ 转捩模型标定与应用\*

王圣业<sup>1</sup>, 王光学<sup>1,2</sup>, 董义道<sup>1</sup>, 邓小刚<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073;

2. 中山大学 物理学院, 广东 广州 510006)

**摘要:**为准确模拟航空工程中的转捩问题,在高精度数值风洞平台上采用低速平板试验数据对基于高精度加权紧致非线性格式的  $\gamma - Re_\theta$  转捩模型进行了标定,并在二维低速问题中进行了应用。计算结果与试验的对比表明:基于高精度加权紧致非线性格式的  $\gamma - Re_\theta$  转捩模型可准确模拟自然转捩、旁路转捩及分离转捩的位置,并且具有较低的网格敏感性;在中等雷诺数范围,层流区域和湍流区域有相同量级时,计算必须采用转捩模型才能准确模拟阻力系数。

**关键词:**转捩模型;高精度格式;加权紧致非线性格式;湍流模型

中图分类号:TN95 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2016)04-014-07

## Calibration and application of $\gamma - Re_\theta$ transition model based on high-order weighted compact nonlinear scheme

WANG Shengye<sup>1</sup>, WANG Guangxue<sup>1,2</sup>, DONG Yidao<sup>1</sup>, DENG Xiaogang<sup>1</sup>

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. School of Physics, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** In order to accurately simulate the transition in aeronautical engineering, the low speed flat plate data was adopted for the calibration of  $\gamma - Re_\theta$  transition model based on high-order WCNS (weighted compact nonlinear scheme) on the platform of high-order numerical wind tunnel. Based on the calibrated transition model, the flow over the low speed airfoil was investigated. Comparison between the calculated results and the experiment data indicates that the  $\gamma - Re_\theta$  transition model based on WCNS can predict the location of nature transition, bypass transition or separation transition very well and has low mesh sensitivity; only the transition model can calculate the drag coefficient accurately within a moderate Reynolds number range where the length of the laminar flow region is comparable to that of the turbulent flow region.

**Key words:** transition model; high-order scheme; weighted compact nonlinear scheme; turbulence model

转捩机理非常复杂,包含了自然转捩、旁路转捩、分离诱导转捩以及湍流边界层在顺压梯度下可能再层流化等<sup>[1]</sup>,故而对转捩的模拟十分困难。近年来,在计算流体力学(Computational Fluid Dynamics, CFD)中,高精度数值方法和高性能计算机的迅速发展,使直接数值模拟和大涡数值模拟在转捩机理研究中的应用取得了很大成功,但距离工程应用仍存在很长距离。目前,工程应用中仍然依靠求解雷诺平均 Navier-Stokes (Reynolds Average Navier-Stokes, RANS) 方程,转捩主要依靠经验或半经验公式确定。其中, Menter 和 Langtry 等<sup>[2-3]</sup>提出的基于当地关联的  $\gamma - Re_\theta$  转捩模型,凭借其与现代 CFD 方法良好的兼容性,在工程领域得到了广泛的应用。

$\gamma - Re_\theta$  转捩模型将经验关联方法和间歇因子方法有机结合起来,通过经验关联函数控制边界层内间歇因子的生成,再通过间歇因子控制湍流模型中湍流的生成。该模型并不试图模拟边界层转捩的物理机理,其中的经验关联函数依靠风洞实验数据得到,并且对使用的 CFD 软件平台的差异十分敏感。Menter 等在提出该模型时,依据 T3 系列低速平板试验对经验关联函数进行了标定,并应用到 CFX 软件平台中,但出于商业秘密直到 2009 年才公开<sup>[4]</sup>。Sorensen<sup>[5]</sup>、Martin<sup>[6]</sup>、张玉伦<sup>[1]</sup>、张毅峰<sup>[7]</sup>等分别采用不同的经验关系式,在各自的软件平台上进行了标定,并取得了较为理想的转捩模拟结果,但其对 RANS 方程的离散均为低阶精度方法。

\* 收稿日期:2016-03-01

基金项目:国防科学技术大学科研计划资助项目(ZDYYJCYJ20140101)

作者简介:王圣业(1991—),男,河北衡水人,博士研究生,E-mail:wangshengye0415@sina.com;

邓小刚(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:xgdeng2000@vip.sina.com

本文以国防科学技术大学的高精度数值风洞平台为基础,通过 T3 系列低速平板试验对  $\gamma-Re_\theta$  模型中的经验关联函数  $Re_{\theta c}$  和  $F_{\text{length}}$  进行了标定。RANS 方程的离散采用了基于对称守恒网格导数方法 (Symmetrical Conservative Metric Method, SCMM) 的五阶精度加权紧致非线性格式 (Weighted Compact Nonlinear Scheme, WCNS)。

## 1 $\gamma-Re_\theta$ 转捩模型及高精度数值方法简介

### 1.1 $\gamma-Re_\theta$ 转捩模型方程

无量纲  $\gamma-Re_\theta$  输运方程的守恒形式:

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\gamma u_j)}{\partial x_j} = \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\gamma \mu_t) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] + P_\gamma - E_\gamma \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \tilde{Re}_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \tilde{Re}_{\theta t} u_j)}{\partial x_j} = \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{Re}_{\theta t}}{\partial x_j} \right] + P_{\theta t} \quad (2)$$

其源项及系数具体参见文献[4]。

$\gamma-Re_\theta$  模型包含三个关键的经验关联函数: 转捩动量厚度雷诺数  $Re_{\theta t}$ 、转捩区长度  $F_{\text{length}}$  和临界动量厚度雷诺数  $Re_{\theta c}$ 。 $Re_{\theta t}$  是湍流度  $Tu$  和压力梯度参数  $\lambda_\theta$  的函数, 本文采用 Menter 等给出的  $Re_{\theta t}$  经验关系式。 $F_{\text{length}}$  和  $Re_{\theta c}$  对数值平台的依赖性很强, 它们通过数值试验标定获得。

### 1.2 $\gamma-Re_\theta$ 转捩模型与 $k-\omega$ SST 模型的结合

无量纲  $k-\omega$  SST 模型输运方程的守恒形式:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_j)}{\partial x_j} = \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tilde{P}_k - \tilde{D}_k \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \omega u_j)}{\partial x_j} = \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + P_\omega - D_\omega \quad (4)$$

其源项及系数具体参见文献[8]。

$\gamma-Re_\theta$  模型和  $k-\omega$  SST 模型的结合主要是通过间歇函数  $\gamma$  来修正  $k$  方程的生成项和破坏项:

$$\begin{cases} \tilde{P}_k = \gamma_{\text{eff}} P_k \\ \tilde{D}_k = \min[1.0, \max(\gamma_{\text{eff}}, \gamma_{D, \min})] D_k \\ F_1 = \max(F_{1, \text{orig}}, F_3) \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $P_k$ ,  $D_k$  和  $F_{1, \text{orig}}$  是  $k-\omega$  SST 模型中原来的生成项、破坏项和混合函数;  $\gamma_{\text{eff}}$  是  $\gamma-Re_\theta$  模型经过分离诱导转捩修正后的间歇函数;  $\gamma_{D, \min}$  和  $F_3$  说明参见文献[4]。 $\omega$  方程不做修正。

## 1.3 高精度数值方法简介

高精度数值风洞平台中对 RANS 方程的求解采用了高阶精度的 WCNS。该格式首先由 Deng 等<sup>[9]</sup>在 2000 年提出。其后, 不同学者<sup>[10-12]</sup>发展了多种形式的 WCNS, 并在广泛的流动问题中证明了格式的优势。本文采用的是 WCNS 系列格式中一种典型的五阶显式离散格式 WCNS-E-5。WCNS-E-5 格式由于其低耗散、高鲁棒和优秀的自由流和涡保持特性, 被广泛应用于各种实际流动问题的高精度数值模拟中。时间格式方面, 本文采用了隐式 LU-SGS 方法。

在计算网格导数及雅克比时, 平台中采用了满足几何守恒律的 SCMM<sup>[13]</sup>, 有利于提高高精度有限差分方法的鲁棒性并减小数值误差。

## 2 $\gamma-Re_\theta$ 转捩模型经验关联函数的确定

### 2.1 经验关联函数的标定

$\gamma-Re_\theta$  转捩模型中经验关联函数的标定是指利用 T3 系列低速平板试验的试验数据确定  $F_{\text{length}}$ ,  $Re_{\theta c}$  与  $\tilde{Re}_{\theta t}$  的函数关系式。一方面, 由于该转捩模型并不试图模拟转捩过程, 并且工程上更关心转捩位置的模拟, 因此本文标定主要依据转捩位置兼顾转捩长度。另一方面,  $Re_{\theta c}$  和  $F_{\text{length}}$  并不独立, 形式也不固定, 而  $Re_{\theta c}$  主要影响转捩位置, 因此本文重点描述对  $Re_{\theta c}$  的标定工作, 而  $F_{\text{length}}$  则采用和 Menter 类似的样条拟合曲线。

关联函数的标定一般选取低速平板试验中的 S&K, T3A, T3A- 和 T3B, 其中 S&K 和 T3A- 试验为低湍流度自然转捩, T3A 和 T3B 为高湍流度旁路转捩。

标定采用的计算网格如图 1 所示, 网格为  $486 \times 162$  (流向  $\times$  法向), 平板上分布 432 网格单元, 法向最小间距  $\Delta y_{\min} = 1.0 \times 10^{-6}$  m。标定计算采用 WCNS-E-5 格式, 并使用预处理技术以适应低速流动。

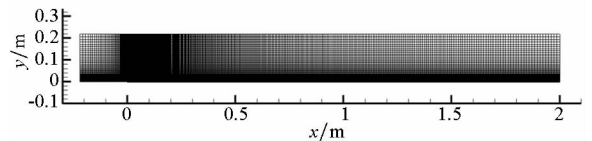


图 1 平板计算网格

Fig. 1 Computational mesh for the flat plate

标定采用的低速平板试验进口条件见表 1, 其中  $FSTI$  和  $\mu_t/\mu$  分别为平板前缘的湍流强度和涡黏性比。由于网格进口边界距前缘 0.22 m, 因

此计算中采用的进口条件需由式(6)计算得出, 具体值为表 1 中远场进口的  $FSTI$  和  $\mu_i/\mu_0$ 。

$$Tu = \left\{ Tu_{inlet}^2 \left[ 1 + \frac{3\rho V x \beta Tu_{inlet}^2}{2\mu(\mu_i/\mu)} \right]^{\beta^*/\beta} \right\}^{0.5} \quad (6)$$

式中,  $\beta = 0.09, \beta^* = 0.0828, x$  是下游距进口的流向距离,  $V$  是平均速度。

表 1 平板前缘及远场进口条件

Tab.1 Leading edge and far-field inlet condition for the flat plates

算例	来流速度/ (m/s)	平板前缘 ( $x = 0.0$ m)		远场进口 ( $x = -0.22$ m)	
		$FSTI/\%$	$\mu_i/\mu$	$FSTI/\%$	$\mu_i/\mu$
S&K	50.1	0.18	5.0	0.19	5.0
T3A -	19.8	0.874	8.72	1.18	8.3
T3A	5.4	3.5	13.3	7.31	15.0
T3B	9.4	6.5	100.0	9.51	110.0

关联函数  $F_{length}$  和  $Re_{\theta c}$  是耦合性很强的函数, 为较为便捷地确定其分布, 采用如下迭代步骤:

1) 以 Menter 文献中给出的  $F_{length}$  样条拟合曲线为初始值进行计算, 与试验结果比较并不断调整  $Re_{\theta c}$ , 最终记录下与试验吻合较好时的  $Re_{\theta c}$ ,  $F_{length}$  和  $\tilde{Re}_{\theta t}$ 。

2) 对 4 组  $Re_{\theta c} \sim \tilde{Re}_{\theta t}$  数据进行拟合, 其原则为  $Re_{\theta c} \leq \tilde{Re}_{\theta t}$ , 保证转捩能发生, 并且  $Re_{\theta c}$  在低雷诺数转捩区尽量大, 在高雷诺数转捩区适当小。本文中采用如式(7)所示形式:

$$\begin{cases} Re_{\theta c} = f_{\theta c} \tilde{Re}_{\theta t} \\ f_{\theta c} = 0.99 - 0.33 \left\{ 1 - \exp \left[ - \max \left( 0, \frac{\tilde{Re}_{\theta t} - 40}{320} \right) \right] \right\}^2 \end{cases} \quad (7)$$

3) 采用式(7)进行计算, 得到此时的  $F_{length} \sim \tilde{Re}_{\theta t}$  关系, 并修改  $F_{length}$  样条拟合曲线。

4) 将得到的  $Re_{\theta c} \sim \tilde{Re}_{\theta t}$  和  $F_{length} \sim \tilde{Re}_{\theta t}$  拟合曲线代入计算, 并与试验结果比较。如果吻合程度满足要求, 即完成标定工作; 如果不满足要求, 回到步骤 2 修改  $Re_{\theta c} \sim \tilde{Re}_{\theta t}$  关系, 重复上述过程直到满足要求。

本文标定过程只进行了一次迭代即满足要求, 表 2 给出了最终的  $Re_{\theta c}, F_{length}$  和  $\tilde{Re}_{\theta t}$  值。图 2 给出了拟合公式得到的曲线。

表 2 不同算例中  $Re_{\theta c}$  和  $F_{length}$  与  $\tilde{Re}_{\theta t}$  对应关系  
Tab.2 Correlations for  $Re_{\theta c}$  and  $F_{length}$  as a function of

算例	$\tilde{Re}_{\theta t}$ in different cases		
	$\tilde{Re}_{\theta t}$	$Re_{\theta c}$	$F_{length}$
S&K	939.7	656	0.40
T3A -	603.9	460	0.46
T3A	168.4	160	34.05
T3B	107.5	102	37.10

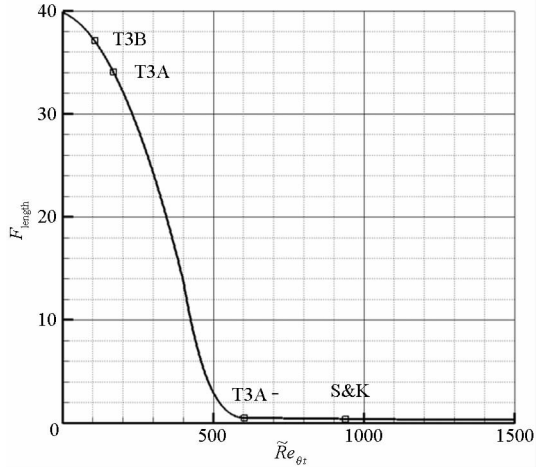
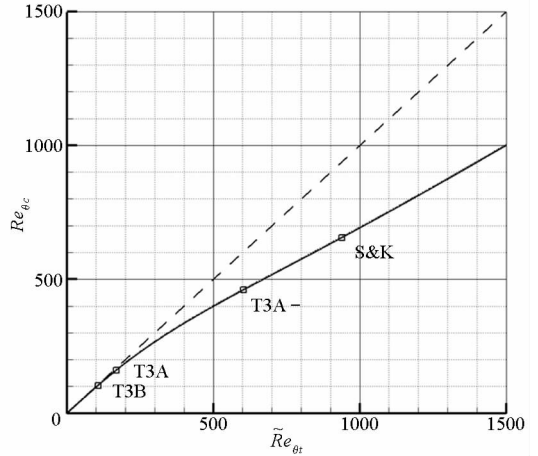


图 2  $Re_{\theta c} \sim \tilde{Re}_{\theta t}$  和  $F_{length} \sim \tilde{Re}_{\theta t}$  拟合曲线

Fig.2 Fitting curve of  $Re_{\theta c} \sim \tilde{Re}_{\theta t}$  and  $F_{length} \sim \tilde{Re}_{\theta t}$

### 2.2 $\gamma - Re_{\theta}$ 转捩模型的网格收敛性分析

湍流模型可信度研究的重要性毋庸置疑, 其基本方法是 CFD 的验证与确认。验证过程是对离散方法进行网格收敛性分析; 确认过程是将计算结果和实验数据进行比较, 研究模型的误差<sup>[14]</sup>。以往许多学者对转捩模型标定后只在单一网格上进行了确认, 并未对网格收敛性进行研究。本节将通过高精度数值风洞平台, 对高阶精度 WCNS 下转捩模型的网格收敛性进行研究, 同时与传统二阶精度 MUSCL 格式下的转捩模型进行对比。

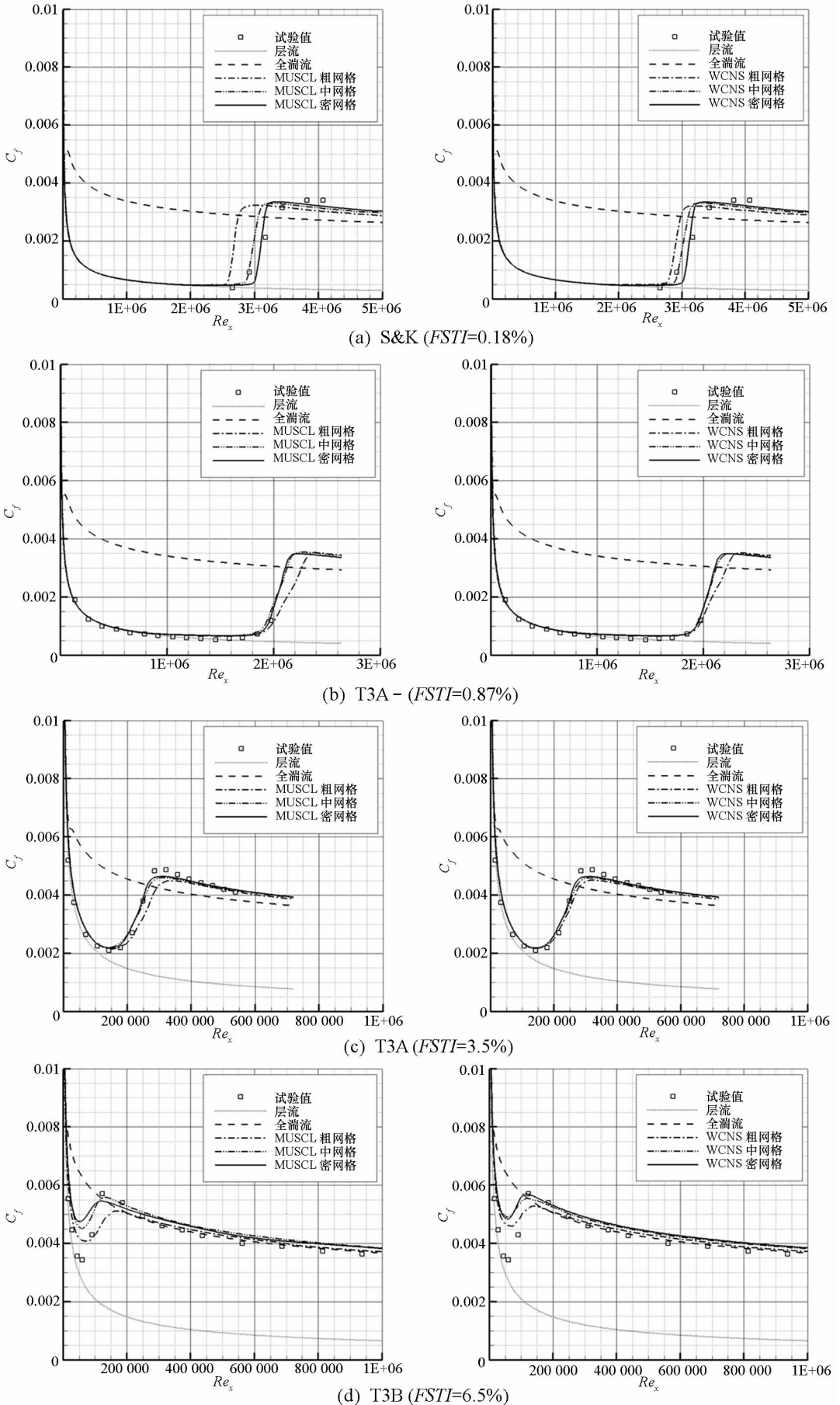


图3 两种格式在不同网格上的壁面摩擦系数结果与试验的比较

Fig.3 Comparisons of skin friction coefficient between CFD calculations for two schemes on three different grids and wind tunnel test

计算网格采用粗、中、密 3 套,包含  $216 \times 72$ ,  $324 \times 108$ ,  $486 \times 162$  网格单元。其中的密网格是上节标定时采用的标准网格;中网格各方向上网格单元为密网格的  $2/3$ ;粗网格各方向上网格单元为中网格的  $2/3$ 。图 3 给出了 WCNS 和 MUSCL 格式下转捩模型在 3 套网格上的计算结果(图中  $C_f$  为壁面摩擦系数)。可以看到:在密网格上,采用 WCNS 和 MUSCL 格式均能很好预测自然转捩(算例 S&K 和 T3A - )和旁路转捩(算例 T3A 和 T3B);中等网格时, MUSCL 格式和 WCNS 开始出现差异,但均仍与试验值符合得很好;而在粗网格上, MUSCL 格式与试验符合较差,尤其是算例 S&K 和 T3B,而 WCNS 仍然与试验值符合得较好。

以上网格收敛性对比,表明了基于高阶精度 WCNS 的转捩模型具有比传统二阶精度方法下更低的网格敏感性,在实际计算中可以减小对网格尺度的依赖,提高计算结果的可信度。

### 3 高精度 $\gamma - Re_\theta$ 转捩模型在二维低速问题上的应用

#### 3.1 S809 翼型

S809 翼型为厚度  $21\%c$  ( $c$  为弦长)的层流翼型,专门为横轴涡轮机设计。低速试验在荷兰代尔夫特工业大学(Delft University of Technology)的低湍流度风洞中完成<sup>[15]</sup>。试验中较大的迎角范围内,翼型上下表面均会出现层流分离—转捩—湍流再附的复杂流动现象,而传统的全湍流模型无法模拟。本节采用标定后的  $\gamma - Re_\theta$  转捩模型并且将其和全湍流 SST 模型进行对比。网格如图 4 所示,采用 C 型拓扑,网格单元数约 6.6 万,壁面第一排网格距离达到了  $1 \times 10^{-6}c$ ,远场边界取为  $120c$ ,入口条件见表 3。

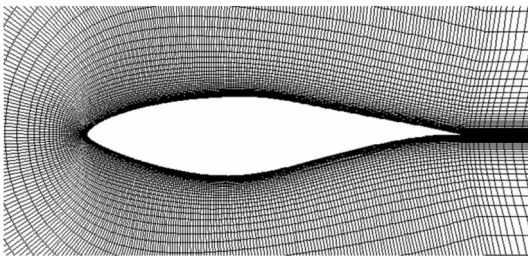


图 4 S809 翼型计算网格

Fig. 4 Computational mesh for the S809 airfoil

图 5 为 WCNS 下全湍流模型和转捩模型计算气动特性与试验的对比图。对于升力系数  $C_l$ ,全湍流模型和转捩模型均与试验符合得很好,

转捩模型仅在迎角  $\alpha$  较大时的非线性区稍优于全湍流模型。而对于阻力系数  $C_d$ ,全湍流模型明显偏大,而转捩模型与试验符合得很好。图 6 为 WCNS 计算所得转捩位置  $x_T$  随迎角变化曲线,计算结果与试验值符合得很好。

表 3 算例入口条件

Tab. 3 Inlet conditions for the test cases

算例	$Re_x [ \times 10^6 ]$	$Mach$	$FSTI/\%$	$\mu_t/\mu$
S809	2.0	0.1	0.2	10
NLR7301	2.51	0.185	0.2	10
30P-30N	9.0	0.2	0.6	2.5

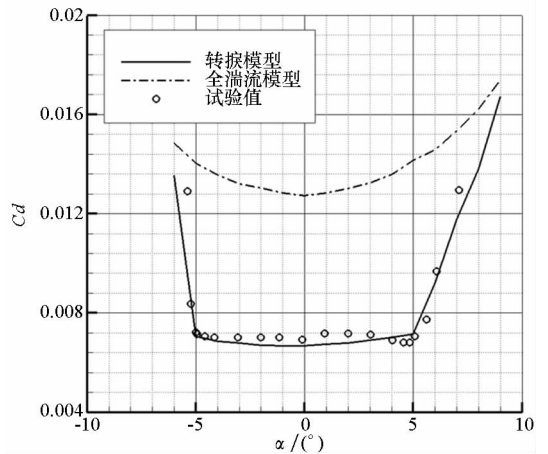
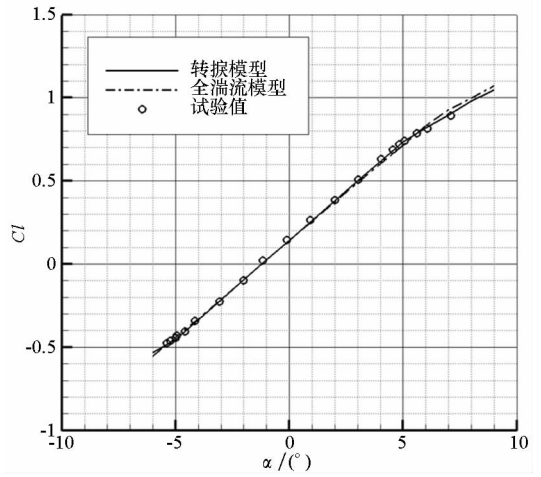


图 5 S809 翼型气动特性曲线

Fig. 5 Dynamic characteristic for the S809 airfoil

#### 3.2 NLR7301 两段翼型

NLR7301 两段翼型为典型的起飞构型,襟翼偏角为  $20^\circ$ 。风洞试验是 20 世纪 70 年代末期在 NLR  $3 \text{ m} \times 2 \text{ m}$  低速风洞中完成的<sup>[16]</sup>,试验构型包含了两种不同的缝隙宽度,一种为  $26\%c$ ,另一种为  $13\%c$ 。试验中观察到主翼的前缘有一个明显的层流分离泡,但其影响是局部的。

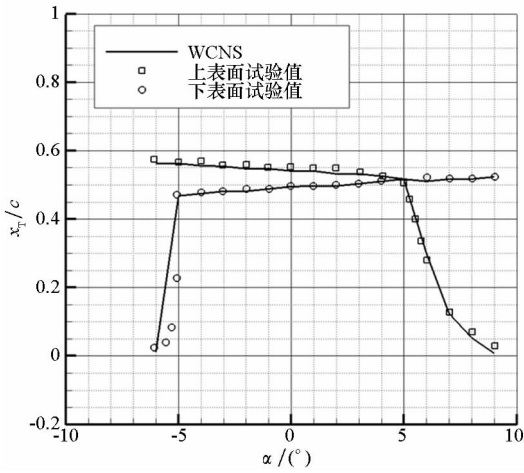


图6 S809翼型转捩位置随迎角变化曲线

Fig. 6 Transition location versus angle of attack for the S809 airfoil

本节采用标定后的  $\gamma - Re_\theta$  转捩模型并且将其和全湍流 SST 模型进行对比。选择主翼/襟翼的缝隙宽度为  $26\%c$  的构型,计算网格如图7所示,网格单元数约20万,壁面第一排网格距离达到  $1 \times 10^{-6}c$ 。为了降低远场边界对气动特性的影响,远场边界取为  $150c$ 。入口条件见表3。

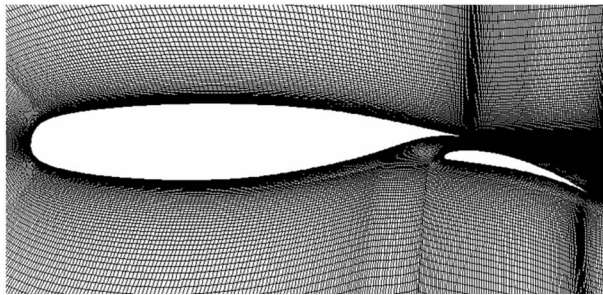


图7 NLR7301翼型计算网格

Fig. 7 Computational mesh for the NLR7301 airfoil

表4为气动力系数计算值和试验值的比较。对于阻力系数,转捩模型计算结果与试验值吻合得很好,而全湍流模型计算结果偏大;对于升力系数,转捩模型的结果稍高于试验值。文献[17]表明,采用  $\gamma - Re_\theta$  转捩模型后会高估NLR7301翼型的升力,而本文结果说明该问题和格式精度并无明显关系。

表4 NLR7301翼型气动力系数计算结果

Tab. 4 Computational results of dynamic coefficient for the NLR7301 airfoil

	迎角	$C_d$	$C_l$
转捩模型	$6^\circ$	0.022 5	2.498
全湍流模型	$6^\circ$	0.028 3	2.453
试验值	$5.984 \sim 7^\circ$	0.022 9	2.416
转捩模型	$10.1^\circ$	0.031 4	2.982
全湍流模型	$10.1^\circ$	0.040 2	2.881
试验值	$10.13^\circ$	0.032 3	2.877

图8给出了  $6^\circ$ 和  $10.1^\circ$ 迎角下转捩位置计算值与试验值的对比情况,主翼上下表面及襟翼上表面均为分离转捩。 $6^\circ$ 迎角下,WCNS计算值在主翼上与试验值吻合很好,在襟翼上比试验值稍靠前; $10.1^\circ$ 迎角下,WCNS计算值在主翼和襟翼上均和试验值吻合。

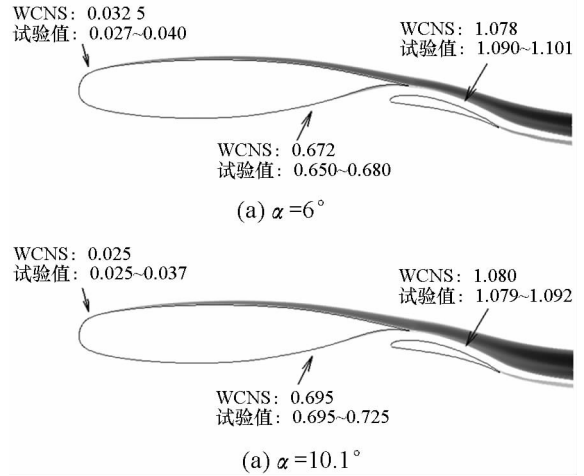


图8 NLR7301翼型  $6^\circ$ 及  $10.1^\circ$ 迎角时涡黏系数云图及转捩位置计算值与试验值对比

Fig. 8 Contour of eddy viscosity around NLR7301 airfoil at  $6^\circ$  and  $10.1^\circ$  angle of attack as well as the measured and predicted transition locations

### 3.3 30P-30N三段翼型

MDA 30P-30N翼型最初是美国国家航空航天局兰利研究中心在高升力专题活动中采用的一个测试模型<sup>[4]</sup>。低速试验是在兰利低湍流度风洞完成的,转捩位置由热膜法测量得到。由于在其物面周围有较大的压力梯度和自由流湍流度变化,因此对转捩模型非常具有挑战性。本节采用标定后的  $\gamma - Re_\theta$  转捩模型,计算迎角为  $8^\circ$ 。计算网格如图9所示,采用多块对接结构网格,网格单元数为21万,壁面第一排网格距离达到了  $1 \times 10^{-6}c$ 。入口条件见表3。

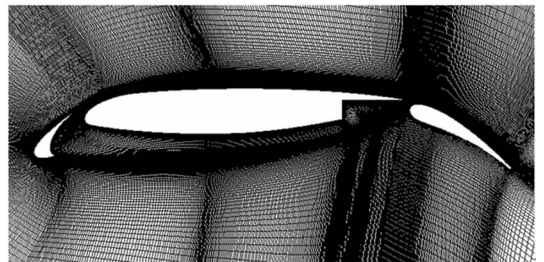


图9 30P-30N翼型计算网格

Fig. 9 Computational mesh for the 30P-30N airfoil

图10为涡黏系数云图及自然转捩位置计算值与试验值对比。可以看到缝翼和襟翼上表面转

换位置,WCNS 的计算值与试验值符合得很好;主翼上表面,WCNS 计算值和试验值也吻合得较好。三段翼表面压力梯度较大<sup>[4]</sup>,并且自由流湍流度的衰减对网格的疏密敏感<sup>[18]</sup>,因此容易造成主翼转捩位置预测不准确。本文之前的计算结果表明采用高精度格式可以降低转捩模型对网格的依赖性,因此采用 WCNS 得到了很好的模拟效果。

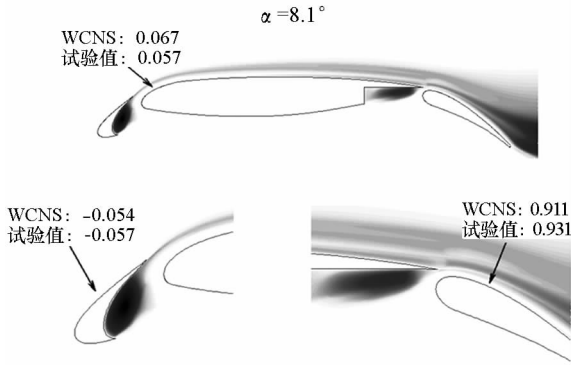


图 10 MDA 30P-30N 翼型 8.1°迎角时涡黏系数云图及转捩位置计算值与试验值对比

Fig. 10 Contour of eddy viscosity around MDA 30P-30N airfoil at 8° angle of attack as well as the measured and predicted transition locations

### 4 结论

- 1) 应用本文方法确定了一组关联函数,在平板算例中计算的摩阻系数分布与试验吻合得很好,说明本文标定方法的正确性;
- 2) 采用 3 套平板算例网格对  $\gamma - Re_\theta$  转捩模型进行了网格收敛性分析,并与传统二阶精度 MUSCL 格式下的转捩模型进行了对比,表明高精度格式下  $\gamma - Re_\theta$  转捩模型具有较低的网格敏感性。
- 3) 在二维低速问题中对比 WCNS 下的转捩模型和全湍流模型,表明中等雷诺数范围,层流区域和湍流区域有相同量级时,计算必须采用转捩模型才能准确模拟阻力系数。

### 参考文献 (References)

[1] 张玉伦,王光学,孟德虹,等.  $\gamma - Re_\theta$  转捩模型的标定研究[J]. 空气动力学学报, 2011, 29(3): 295 - 301.  
ZHANG Yulun, WANG Guangxue, MENG Dehong, et al. Calibration of  $\gamma - Re_\theta$  transition model[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2011, 29(3): 295 - 301. (in Chinese)

[2] Menter F R, Langtry R B, Likki S R, et al. A correlation based transition model using local variables: part I—model formulation [C]//Proceedings of ASME Turbo Expo 2004, Vienna, Austria, GT2004 -53452, 2004: 57 - 67.

[3] Langtry R B, Menter F R, Likki S R, et al. A correlation based transition model using local variables: part II—model

formulation [C]// Proceedings of ASME Turbo Expo 2004, Vienna, Austria, GT2004 -53454, 2004: 69 - 79.

[4] Langtry R B, Menter F R. Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamic codes[J]. AIAA Journal, 2009, 47(12): 2894 - 2906.

[5] Sorensen N N. CFD modeling of laminar-turbulent transition for airfoils and rotors using the  $\gamma - Re_\theta$  model [C] // Proceedings of 26th AIAA Applied Aerodynamics Conference, 2008: AIAA 2008 -7323.

[6] Martin K, Marek B, Josef B. Modeling of transition effects in hypersonic intake flows using a correlation-based intermittency model[C] // Proceedings of 15th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, 2008: AIAA 2008 -2598.

[7] 张毅锋,雷静,张益荣,等. 高超声速数值模拟平台转捩模型的标定[J]. 空气动力学学报, 2015, 33(1): 42 - 47.  
ZHANG Yifeng, LEI Jing, ZHANG Yirong, et al. Calibration of transition model for hypersonic simulation platform [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2015, 33(1): 42 - 47. (in Chinese)

[8] Menter F R, Kuntz M, Langtry R B. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model[J]. Turbulence, Heat and Mass Transfer 4, 2003: 625 - 632.

[9] Deng X G, Zhang H X. Developing high-order weighted compact nonlinear schemes [J]. Journal of Computational Physics, 2000, 165(1): 22 - 44.

[10] Nonomura T, Fujii K. Effects of difference scheme type in high-order weighted compact nonlinear schemes[J]. Journal of Computational Physics, 2009, 228(10): 3533 - 3539.

[11] Liu X, Deng X G, Mao M L. High-order behaviors of weighted compact fifth-order nonlinear schemes [J]. AIAA Journal, 2007, 48(8): 2093 - 2097.

[12] Deng X G, Mao M L, Tu G H, et al. Extending weighted compact nonlinear schemes to complex grids with characteristic-based interface conditions [J]. AIAA Journal, 2010, 48(12): 2840 - 2851.

[13] Deng X G, Min Y L, Mao M H, et al. Further study on geometric conservation law and application to high-order finite difference schemes with stationary grids [J]. Journal of Computational Physics, 2013, 239(4): 1100 - 1115.

[14] 邓小刚,宗文刚,张来平,等. 计算流体力学中的验证与确认[J]. 力学进展, 2007, 37(2): 279 - 288.  
DENG Xiaogang, ZONG Wengang, ZHANG Laiping, et al. Verification and validation in computational fluid dynamics [J]. Advances in Mechanics, 2007, 37(2): 279 - 288. (in Chinese)

[15] Somers D M. Design and experimental results for the S809 airfoil [R]. National Renewable Energy Laboratory, 1997: SR - 440 - 6918.

[16] Van den Berg B. Boundary layer measurements on a two-dimensional wing with flap [R]. Washington D. C.: National Aerospace Laboratory, 1979: NLR TR 79009U.

[17] 牟斌,江雄,肖中云,等.  $\gamma - Re_\theta$  转捩模型的标定与应用[J]. 空气动力学学报, 2012, 31(1): 103 - 109.  
MOU Bin, JIANG Xiong, XIAO Zhongyun, et al. Implementation and calibration of  $\gamma - Re_\theta$  transition model [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2012, 31(1): 103 - 109. (in Chinese)

[18] Pettersson K, Crippa S. Implementation and verification of a correlation based transition prediction method [C]// Proceedings of 38th Fluid Dynamics Conference and Exhibit, 2008: AIAA 2008 -4401.