doi:10.11887/j.cn.201604008

http://journal. nudt. edu. cn

雷诺应力模型的初步应用。

董义道¹,王东方¹,王光学^{1,2},邓小刚¹ (1. 国防科技大学 航天科学与工程学院,湖南长沙 410073; 2. 中山大学 物理学院,广东广州 510006)

摘 要:针对 SSG/LRR - ω 雷诺应力模型,选取 NASA 湍流资源网站上的四个典型算例,即湍流平板边界 层流动、带凸起管道流动、翼型尾迹区流动和 NACA0012 不同攻角绕流,开展初步的验证与确认工作,将部分 结果和 CFL3D 进行对比。对于 NACA0012 翼型绕流,对比雷诺应力模型和 SA 模型的升力系数,结果表明:在 失速攻角附近,雷诺应力模型明显优于 SA 模型。在此基础上,将该模型应用于 DLR - F6 翼身组合体的数值 模拟,计算得到的机翼表面典型站位压力分布和实验值吻合良好,同时该模型捕捉到翼身交汇位置的小范围 分离。

关键词:雷诺应力模型;验证与确认;复杂外形应用 中图分类号:TN95 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2016)04-046-08

Preliminary application of Reynolds stress model

DONG Yidao¹, WANG Dongfang¹, WANG Guangxue^{1,2}, DENG Xiaogang¹

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. School of Physics, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510006, China)

Abstract: For the verification and validation of SSG/LRR – ω Reynolds stress model, four typical two dimensional cases from NASA turbulence resources website were chosen, including zero pressure gradient flat plate, bump-in-channel, airfoil near-wake and flow over NACA0012 airfoil. A part of numerical results were in good agreement with that of CFL3D. For flow over NACA0012 airfoil, lift coefficients of Reynolds stress model and SA model were compared. It is obvious that near the stall angle of attack, Reynolds stress model has advantages over SA model. Based on these results, SSG/LRR – ω Reynolds stress model was applied to the simulation of complex DLR – F6 wing-body configuration. Pressure coefficient in typical stations is comparable to that of experiment. Besides, small range of separation in the wing-body intersection is well captured.

Key words: Reynolds stress model; verification and validation; application in complex configuration

大涡模拟和直接数值模拟能够精细捕捉流动 特征,但是由于其计算量大,开展的相关研究还局 限于学术领域。目前广泛使用的求解器大多基于 雷诺平均 NS (Reynolds Averaged Navier Stokes, RANS)方程,即将湍流的贡献抽象为雷诺应力张 量。为了求解雷诺应力张量,需要引入湍流模型。 绝大多数湍流模型基于线性 Boussinesq 假设,应 用比较广泛的线性模型包括一方程 SA 模型^[1]和 两方程 SST 模型^[2]。

线性涡黏模型在很多简单的流动问题中能够 得到可靠的模拟结果,但是无法捕捉复杂的流场 特征,包括大范围流动分离,流线弯曲效应以及流 场的各向异性。为此,发展了能够更好反映流动 物理特征的雷诺应力模型。雷诺应力模型又称为 二阶矩封闭模型,不同于传统的基于 Boussinesq 假设的线性模型,该模型直接求解雷诺应力输运 方程,理论上能够改善对分离流动、曲面流动以及 各向异性效应明显的流动问题的模拟精度。但 是,基本的雷诺应力输运方程无法封闭。Chou^[3] 和 Rotta^[4]最早研究雷诺应力输运方程的封闭性 问题,之后,许多学者开展了方程封闭性研究,并 形成了比较系统的设计准则。Donaldson 等^[5]提 出了"模型不变性"(invariant modeling)的概念, 即封闭性近似应当严格满足坐标不变性。 Lumley^[6]尝试发展了一套系统的步骤进行封闭性 近似以保证流动的可实现性,即所有物理上为正 的湍流相关变量在计算过程中保证正值。 Speziale 等^[7]进一步讨论了雷诺应力模型的可实

* 收稿日期:2015-09-18

• 47 •

现性问题,并提出了简化的设计准则。基于上述 准则,不同学者对雷诺应力输运方程中的未知项, 如湍流耗散项、压力应变关联项的建模进行了研 究,其中压力应变关联项的建模是雷诺应力模型 研究的核心和关键。原因之一在于压力应变关联 项的量级和生成项相当,其在很多工程应用方面 的流动问题中十分重要;此外,由于压力应变关联 项很难通过实验测量得到,如何建立一个合理的 模型需要极大的创造力。目前应用比较广泛的压 力应变关联项模型包括 LRR 模型和 SSG^[8]模型。 此外,在对雷诺应力输运方程未知项建模过程中, 不可避免地会涉及湍流尺度,因此为了最终实现 模型封闭,还需要额外引入湍流尺度方程,如湍动 能耗散率 ε 方程或比耗散率 ω 方程。基于不同 的关联项模型和尺度方程,发展了一系列雷诺应 力模型。包括 Launder 等最早发展的基于 ε 方程 的 LRR 模型,在此基础上, Wilcox 使用比耗散率 ω方程代替 ε 方程,发展了 Stress – ω 模型^[9], Eisfeld 等基于 Menter 的思想,将 LRR 模型和 SSG 模型进行了混合,同时对尺度方程也进行了混合, 发展了 SSG/LRR - ω 模型^[10]。

1 控制方程与数值方法

1.1 控制方程

控制方程包括雷诺平均 NS 方程^[9]和雷诺应 力模型方程。

$$\frac{\partial(\bar{\rho}R_{ij})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\bar{\rho}\tilde{R}_{ij}\tilde{U}_k) = \bar{\rho}P_{ij} + \bar{\rho}\Pi_{ij} - \bar{\rho}\partial_{ij} + \bar{\rho}D_{ij}$$
(1)

其中: $\bar{\rho}$, \tilde{U}_k , \tilde{R}_{ij} 分别表示 Favre 平均的密度、速度 分量和雷诺应力张量,不加特殊说明,下面出现的 变量均为 Favre 平均后的量; $\bar{\rho}\Pi_{ij}$, $\bar{\rho}\delta_{ij}$, $\bar{\rho}D_{ij}$ 分别表 示压力应变关联项、耗散项和输运项。生成项可 以直接计算得到。

$$\bar{\rho}P_{ij} = -\bar{\rho}\tilde{R}_{ik}\frac{\partial\tilde{U}_j}{\partial x_k} - \bar{\rho}\tilde{R}_{jk}\frac{\partial\tilde{U}_i}{\partial x_k}$$

耗散项一般建模为:

$$\bar{\rho}\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3}\bar{\rho}\varepsilon\delta_{ij}$$

其中, *ε* 表示湍动能耗散率, 需要通过额外的湍流 尺度方程求解得到。输运项包括分子黏性输运和 湍流输运, 黏性输运张量可以直接计算得到。

$$\bar{\rho}D_{ij}^{(\nu)} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\bar{\mu} \frac{\partial \tilde{R}_{ij}}{\partial x_k} \right)^{(\nu)}$$

其中, *µ*表示分子黏性系数。湍流输运一般采用 梯度输运模型计算。

$$\bar{\rho}T_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(D \frac{\bar{\rho} \ \tilde{k} \widetilde{R}_{kl}}{\partial} \ \frac{\partial \widetilde{R}_{ij}}{\partial x_l} \right)$$

其中, $\hat{k} = \frac{1}{2}\tilde{R}_{ii}$ 表示湍动能。最终的输运项为:

$$\bar{\rho}D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \Big[\left(\bar{\mu}\delta_{ij} + D \frac{\bar{\rho} \ \tilde{k} \widetilde{R}_{kl}}{\partial} \right) \frac{\partial \widetilde{R}_{ij}}{\partial x_l} \Big]$$

其中,D表示湍流输运系数。Wilcox研究表明,如 果将LRR模型中的壁面反射项略去得到的方程 形式和SSG模型相同。

$$\begin{split} \bar{\rho} \Pi_{ij} &= -\left(C_{1} \bar{\rho} \varepsilon + \frac{1}{2} C_{1}^{*} \bar{\rho} P_{kk}\right) \tilde{a}_{ij} + C_{2} \bar{\rho} \left(\tilde{a}_{ik} \tilde{a}_{kj} - \frac{1}{3} \tilde{a}_{kl} \tilde{a}_{kl} \delta_{ij}\right) + \\ &\left(C_{3} - C_{3}^{*} \sqrt{\tilde{a}_{kl} \tilde{a}_{kl}}\right) \bar{\rho} \tilde{k} \tilde{S}_{ij}^{*} + \\ &C_{4} \bar{\rho} \tilde{k} \left(\tilde{a}_{ik} \tilde{S}_{jk} + \tilde{a}_{jk} \tilde{S}_{ik} - \frac{2}{3} \tilde{a}_{kl} \tilde{S}_{kl} \delta_{ij}\right) + \\ &C_{5} \bar{\rho} \tilde{k} \left(\tilde{a}_{ik} \widetilde{W}_{jk} + \tilde{a}_{jk} \widetilde{W}_{ik}\right) \end{split}$$

其中各向异性张量为 $\tilde{a}_{ij} = \frac{R_{ij}}{\tilde{k}} - \frac{2}{3}\delta_{ij}$,其他各项定

义如下:
$$\tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_i} \right), \tilde{S}_{ij}^* = \tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \tilde{S}_{kk} \delta_{ij},$$

 $\tilde{W}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_i} \right) \circ$

对于 SSG 模型,上述表达式中的系数为: $C_1 = 1.7, C_1^* = 0.9, C_2 = 1.05, C_3 = 0.8, C_3^* = 0.65, C_4 = 0.625, C_5 = 0.2, D = 0.22$ 。对于 LRR 模型,上述表达式中的系数为: $C_1 = 1.8, C_1^* = 0,$ $C_2 = 0, C_3 = 0.8, C_3^* = 0, C_4 = \frac{9c_2^{LRR} + 6}{11}, C_5 = \frac{-7c_2^{LRR} + 10}{11}, D = 0.75C_{\mu^{\circ}}$ 其中, $C_{\mu} = 0.09, c_2^{LRR} = 0.52$ 。为了封闭上述模型,需要额外引入尺度方

 $E_{\rm s}$ (1.52。为了封闭工还模型,需要额外引入尺度力 程,SSG/LRR – ω 模型借鉴了 Mentor 的思路,对 ω 方程和 ε 方程进行了混合。

$$\sigma = C_{\mu}\kappa\omega$$

式(2)中的其他系数 $\phi = \alpha_{\omega}, \beta_{\omega}, \sigma_{\omega}, \sigma_{d}$ 通过混合
函数计算得到。

 $\phi = F_1 \phi^{(\omega)} + (1 - F_1) \phi^{(\delta)}$ (3) 混合函数定义为: (4)

$$\zeta = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{\tilde{k}}}{C_{\mu}\omega d}, \frac{500\mu}{\rho\omega d^2}\right), \frac{4\sigma_{\omega}^{(\delta)}\bar{\rho}\tilde{k}}{\sigma_{d}^{(\delta)}}, \frac{\bar{\rho}}{\omega}\max\left(\frac{\partial\tilde{k}}{\partial x_{k}}, \frac{\partial\omega}{\partial x_{k}}, 0\right) d^2\right]$$

 $F_1 = \tanh(\zeta^4)$

d 为距壁面法向距离。 ω 方程的系数 $\alpha_{\omega} = 0.44$, $\beta_{\omega} = 0.082 \ 8, \sigma_{\omega} = 0.856, \sigma_{d} = 1.712; \varepsilon$ 方程的系 数 $\alpha_{\omega} = 0.555 \ 6, \beta_{\omega} = 0.075, \sigma_{\omega} = 0.5, \sigma_{d} = 0$ 。

对于压力应变关联项中的系数 φ',采用同样 的混合策略,即

$$\phi' = F_1 \phi^{(\text{LRR})} + (1 - F_1) \phi^{(\text{SSG})}$$
(5)

1.2 数值方法

采用二阶 MUSCL 格式,平均运动方程对流 通量采用 Roe 通量差分分裂。黏性项离散采用二 阶中心格式。时间推进采用LU-SGS隐式时间推 进,具体公式参考文献[11]。

关于边界条件处理,壁面边界采用无滑移条 件,即速度分量为0;雷诺应力分量在壁面位置为 0,比耗散率ω在壁面位置满足:

$$\omega_{\text{wall}} = \frac{6\mu}{\tilde{\rho}\beta_1 \left(\Delta d_1\right)^2} \tag{6}$$

其中, $\beta_1 = 0.075$, Δd_1 表示第一层网格距壁面距 离。远场边界的处理基于 Riemann 不变量, 具体 方法参考文献[11]。

2 算例验证与确认

为了验证 SSG/LRR - ω 模型程序实现的正确性,选择 NASA 湍流资源网站^[12]上的四个标准 算例,包括零压力梯度(Zero Pressure Gradient, ZPG)湍流平板边界层流动,带凸起管道流动,翼 型尾迹区流动和 NACA0012 翼型绕流。数值计算 均采用全湍流模拟,计算结果和同等网格上相应 的 CFL3D 结果进行对比。

2.1 零压力梯度湍流平板边界层流动

2.1.1 算例说明

该算例主要研究零压力梯度平板湍流边界层的 发展,来流马赫数 M = 0.2,来流温度 $T_{ref} = 300$ K,参 考长度 L = 1 m,基于参考长度的雷诺数 $Re_L = 5 \times 10^6$ 。不加特殊说明,下标 ref 表示来流参考值。

平板长2m,前缘位于x=0位置,入口边界 设置在平板前缘上游x=-1/3m位置。对于该 算例的条件,最大边界层厚度大约为0.03m,计 算域纵向高度取H=1m是合理的。沿平板流向 分布545个网格点,法向分布385个网格点,图1 为网格及边界条件示意图。

对于入口边界(Inflow, x = -1/3 m), 总压 $P_i =$



图 1 而孤十极四倍及边介尔什小息图 Fig. 1 Grid and boundary conditions for ZPG flat-plate

1.028 28 P_{ref} , 总 温 $T_t = 1.008T_{ref}$; 出 口 边 界 (Outflow, x = 2 m), 背压 $P = P_{ref}$, 计算域上部边界 采用远场黎曼条件(Riemann farfield), 平板壁面 ($x \ge 0, y = 0$)设置为绝热壁(Adiabatic wall), 平板 前缘上游(x < 0, y = 0)采用对称面条件(Sym)。 2.1.2 相关变量定义

相关变量的定义及其计算公式为:

$$\begin{cases} Re_{\theta} = \frac{\rho_{\infty} u_{\infty} \theta}{\mu_{\infty}} \\ \theta = \int_{0}^{\infty} \frac{\rho}{\rho_{\infty}} \frac{u}{u_{\infty}} \left(1 - \frac{u}{u_{\infty}}\right) dy \\ C_{f} = \frac{\tau_{w}}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} u_{\infty}^{2}} \\ \tau_{w} = \mu_{w} \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{w} \\ u^{+} = \frac{u}{u_{\tau}} = \frac{u}{\sqrt{\tau_{w} / \rho_{w}}} \\ y^{+} = \frac{yu_{\tau}}{\nu_{w}} = \frac{y \sqrt{\tau_{w} / \rho_{w}}}{\nu_{w}} \end{cases}$$
(7)

其中:下标 ∞ 表示来流, w 表示壁面; ρ , u, θ , μ , τ , Re_{θ} , C_{f} 分别表示密度、流向速度、动量厚度、黏性系数、切应力、基于动量厚度的雷诺数和摩阻系数; u_{τ} , u^{+} , y^{+} 分别表示摩擦速度、基于摩擦速度的无量纲速度和旋涡典型雷诺数。

测试主要关注以下两条曲线:

1) 壁面摩阻系数 C_f 随雷诺数 Re_{θ} 的变化;

2) u^+ 随 y^+ 的变化($Re_{\theta} = 10\ 000$)。

对于曲线 2,基于 Coles 平均速度型的壁面律 公式(Coles 理论^[13])为:

$$u^{+} = \frac{1}{\kappa} \ln(y^{+}) + C + \frac{2\Pi}{\kappa} \left[\sin\left(\frac{\pi y}{2\delta}\right) \right]^{2} \quad (8)$$

其中,κ为冯卡门常数,Π为型面参数。

2.1.3 数值计算结果对比与分析

 1)壁面摩阻对比。图 2 给出了当前程序计 算的壁面摩阻系数 C_f 和 CFL3D 计算结果的对 比,二者吻合得很好。

2) u⁺ 随 y⁺ 的变化曲线。图 3 给出了线性 -





对数律层壁面律曲线,横坐标表示对 y⁺取对数。 从图 3 中可以看出,当前程序计算得到的分布和 CFL3D 吻合得很好,同时和 Coles 理论拟合的曲 线基本一致。







3) 典型站位速度型对比。图 4 给出了 x = 0.970 08 和 x = 1.903 34 两个站位的速度型对

比,其中横坐标 u/U_{inf}表示无量纲流向速度。当 前程序计算结果和 CFL3D 吻合得很好。





2.2 带凸起管道流动

2.2.1 算例说明

该算例下壁面为曲线边界,因此流动存在压 力梯度。壁面曲线函数表达式为:

$$\begin{cases} y = 0.05 \left[\sin\left(\frac{\pi x}{0.9} - \frac{\pi}{3}\right) \right]^4, 0.3 \le x \le 1.2 \\ y = 0, \quad 0 \le x < 0.3 \text{ and } 1.2 < x \le 1.5 \end{cases}$$

显然,凸起位置区间 0.3 $\leq x \leq 1.2$,壁面起始 和终止位置分别为 $x_{wall_{st}} = 0$ 和 $x_{wall_{ed}} = 1.5$ 。沿 着壁面起始和终止位置分别向上游和下游延伸至 $x_{in} = -25 \text{ m}$ 和 $x_{out} = 25 \text{ m}$ 位置,延伸部分设置为 对称面边界(Sym),计算域高度取 H = 5 m,上边 界同样设置为对称面,入口及出口边界条件设置 和湍流平板边界层算例相同。沿平板流向分布 1409 个网格点,法向分布 641 个网格点。图 5 为 网格分布及边界条件示意图。

2.2.2 数值计算结果对比与分析

图6给出了凸起位置压力系数 C, 分布和摩





阻系数 C_f分布,从图 6 中可以看出,当前程序计 算得到的压力系数分布和 CFL3D 几乎完全重合, 计算得到的摩阻系数在峰值位置略小,但总体分 布吻合得很好。此外,由于壁面前缘位置对应对 称面边界向绝热壁边界的过渡,因此解在前缘位 置存在奇性,导致摩阻系数一定程度的振荡,这种 振荡在 CFL3D 以及当前程序计算结果中均可以 观察到。而在壁面后缘位置,存在同样的奇性。





2.3 二维翼型尾迹区流动

2.3.1 算例说明

该算例主要考察湍流模型对于翼型尾迹区流 动的模拟能力,翼型选择 10% 厚度的非对称常规 翼型(Model-A 翼型)。Nakayama 的实验^[14] 对该 翼型的流场进行了测量,需要指出的是,实验中对 翼型上下表面的转捩位置进行了控制,而数值计 算采用全湍流模拟。

来流马赫数M = 0.088,来流温度T = 300 K, 翼型弦长c = 1 m,基于弦长的雷诺数 $Re_c = 1$ 200 000。数值计算时远场取 20 倍弦长,网格 C 型拓扑,周向分布 1121 个网格点,法向分布 193 个网格点。图 7 为壁面附近网格分布示意图,壁 面设置为绝热壁,远场采用黎曼远场条件。主要 关注尾迹区典型站位(x/c = 1.01, 1.05, 1.20, 1.40, 1.80, 2.19)的流向速度分布。



图 7 翼型尾迹区流动近壁面网格示意图

Fig. 7 Near-wall grid of airfoil near-wake flow

2.3.2 数值计算结果对比与分析

图 8 给出了尾迹区典型站位的速度型分布, 其中实线表示当前程序计算结果,虚线表示 CFL3D 计算结果,实验测量值用符号表示,横坐 标 *u*/*U*_{inf}表示无量纲流向速度。从图 8 中可以明



Fig. 8 Velocity distribution of airfoil near-wake flow

显看出,当前程序计算结果和 CFL3D 结果基本吻合,且在峰值区和实验值吻合得更好。

2.4 NACA0012 翼型绕流

2.4.1 算例说明

该算例主要考察 NACA0012 翼型在不同攻 角下的表面压力及升阻力特性,来流马赫数*M* = 0.15,参考长度 *c* = 1 m,基于参考长度的雷诺数 *Re* = 6 × 10⁶,来流温度 300 K,来流攻角分别取 0,10,15 三个状态。计算域取 500 倍弦长以消 除远场的影响,翼型流向分布 897 个网格点,法 向分布 257 个网格点,翼型表面采用绝热壁条 件,远场采用黎曼远场条件。翼型表面压力分 布实验值来源文献[15],不同攻角下的升阻力 来源文献[16]。图 9 为近壁面网格分布示 意图。



图 9 NACA0012 近壁面网格示意图 Fig. 9 Near-wall grid of NACA0012 airfoil

2.4.2 数值计算结果对比与分析

1)不同攻角下的表面压力系数分布。从图 10中可以看出,当前程序计算得到的压力系数分 布曲线和 CFL3D 的几乎完全重合,并且和实验值 吻合得很好。





图 10 NACA0012 翼型表面压力系数分布 Fig. 10 Surface pressure coefficient of NACA0012

2)升力曲线和极曲线对比。图 11 给出了升 力曲线(*C_L* - *a*)和极曲线(*C_L* - *C_d*),包括失速攻 角附近的升力系数。当前程序计算得到的升阻力 特性和实验值以及 CFL3D 吻合得很好。此外, 图 11还给出了 SA 一方程模型的计算结果,从局 部放大图可以看出,在失速攻角附近,雷诺应力模 型计算结果明显优于 SA 模型。







图 11 升力曲线和极曲线对比 Fig. 11 Comparison of lift and polar curve

3 雷诺应力模型在 DLR-F6 翼身组合体 中的应用

3.1 计算构型及网格说明

本算例几何外形为 AIAA 第二次阻力预测工 作组(DPW II)选择的 DLR-F6 翼身组合体。该 翼身组合体展长 b = 1.171 3 m,平均气动弦长 0.141 2 m,全模参考面积为 0.145 4 m²,坐标选 择 X 轴沿机身轴线向后, Y 轴位于飞机纵向对称 平面内, Z 轴垂直于对称面,满足右手法则。

计算网格由 ICEM 软件生成的多块对接结构 网格,网格块数为148,图 12 为对称面、机身和机



图 12 DLR-F6 翼身组合体对称面及表面网格示意图 Fig. 12 Surface and symmetry grid of DLR-F6

翼表面网格示意图。

3.2 结果对比与分析

图 13 给出了翼身交汇位置的流线,从图 13 中可以看出,采用的雷诺应力模型能够捕捉到该 位置的小范围分离。





图 14 为机翼典型站位 y/b 分别为 0.239, 0.331,0.377,0.411 的压力分布 C_p 和实验值 Exp 的对比曲线。从图 14 中可以看出,数值计算结果 和实验值总体吻合得较好。





图 14 DLR-F6 翼身组合体机翼典型站位压力分布 Fig. 14 Pressure distribution in typical stations of DLR-F6

4 结论

1)主要针对 SSG/LRR - ω 雷诺应力模型,选 择四个典型算例开展了初步验证与确认工作。为 了验证模型实现的正确性,将本文计算结果和同 等网格上的 CFL3D 计算结果进行了对比,数值模 拟结果表明了该模型实现正确。对于部分算例, 数值计算结果和实验进行了对比,证明了该模型 能够很好地捕捉流场特征。

2)对 DLR-F6 翼身组合体开展了数值模拟, 典型站位压力分布和实验值吻合得很好,同时该 模型能够捕捉到翼身交汇位置的小范围分离。

3) 对于 NACA0012 翼型绕流, 对比了雷诺应 力模型和 SA 模型的升力系数。在失速攻角附 近, 雷诺应力模型计算的升力系数和实验更加吻

合。从而为后续将雷诺应力模型应用于大攻角大 范围分离流动,例如大攻角三角翼流动奠定基础。

参考文献(References)

- [1] Spalart P R, Allmaras S R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows [C]//Proceedings of 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 1994.
- Menter F R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications [J]. AIAA Journal, 1994, 32(8): 1598-1605.
- [3] Chou P Y. On the velocity correlations and the solutions of the equations of turbulent fluctuation [J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1945, 3: 38.
- [4] Rotta J C. Statistische theorie nichthomogener turbulenz[J]. Zeitschrift für Physik, 1951, 29: 547 – 572.
- [5] Donaldson C, Rosenbaum H. Calculation of the turbulent shear flows through closure of the Reynolds equations by invariant modeling [R]. ARAP Report 127, Aeronautical Research Associates of Princeton, Princeton, NJ, 1968.
- [6] Lumley J L. Computational modeling of turbulent flows [J]. Advances in Applied Mechanics, 1978, 18: 123 – 176.
- [7] Speziale C G, Abid R, Durbin P A. On the realizability of Reynolds stress turbulence closures [J]. Journal of Scientific Computing, 1994, 9: 369 - 403.
- [8] Speziale C G, Sarkar S, Gatski T B. Modelling the pressurestrain correlation of turbulence: an invariant dynamical systems approach [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1991, 227: 245 – 272.
- [9] Wilcox D C. Turbulence modeling for CFD [M]. La Canada, CA: DCW Industries, Inc, 1998.
- [10] Cecora R D, Eisfeld B, Probst A, et al. Differential Reynolds stress modeling for aeronautics [J]. AIAA Journal, 2015, 53(3): 739-755.
- [11] 张毅锋.高阶精度格式(WCNS)加速收敛和复杂流动数 值模拟的应用研究[D].绵阳:中国空气动力研究与发展 中心,2008.
 ZHANG Yifeng. Investigations of convergence acceleration and complex flow numerical simulation for high-order accurate

scheme(WCNS)[D]. Mianyang; China Aerodynamics Research and Development Center, 2008. (in Chinese)

- [12] Rumsey C L. NASA langley research center turbulence modeling resource [DB/OL]. [2015 - 08 - 28]. http:// turbmodels.larc.nasa.gov/index.html.
- [13] Coles D. The law of the wake in the turbulent boundary layer[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1956, 1: 191-226.
- [14] Nakayama A. Characteristics of the flow around conventional and supercritical airfoils [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1985, 160: 155 - 179.
- [15] Gregory N, O' Reily C L. Low-speed aerodynamic characteristics of NACA0012 aerofoil sections, including the effects of upper-surface roughness simulation hoar frost [R]. NASA R&M 3716, 1970.
- [16] Ladson C L. Effects of independent variation of Mach and Reynolds numbers on the low-speed aerodynamic characteristics of the NACA0012 airfoil section [R]. NASA TM 4074, 1988.