

高超声速尖双锥流动高精度数值模拟*

王东方¹, 邓小刚¹, 王光学^{1,2}, 刘化勇³

(1. 国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073;

2. 中山大学 物理学院, 广东 广州 510006;

3. 中国空气动力研究与发展中心, 四川 绵阳 621000)

摘要:以 $25^\circ/55^\circ$ 尖双锥外形的高超声速低焓层流流动模拟为例,对高阶加权紧致非线性格式模拟激波/边界层干扰流动的能力进行验证和确认。空间离散采用二阶 MUSCL 和三阶、五阶加权紧致非线性格式,时间离散采用二阶精度双时间步方法,通量函数采用混合 Roe-Rusanov, AUSMPW+, Van Leer 等,对比了不同精度空间离散格式对时间、网格收敛特性和通量函数耗散特性的影响。数值模拟结果表明采用高精度空间离散格式能在较疏的网格上获得收敛解,并能消除结果对通量函数的敏感性,但收敛需要推进更久的计算时间。数值模拟结果与实验测量结果吻合良好,满足工程精度要求。

关键词:验证与确认;激波/边界层干扰;高精度方法;高超声速流动

中图分类号:V211.3 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2016)04-054-10

Numerical simulation of hypersonic double cone flows with high-order methods

WANG Dongfang¹, DENG Xiaogang¹, WANG Guangxue^{1,2}, LIU Huayong³

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. School of Physics, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510006, China;

3. China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

Abstract: Hypersonic low enthalpy laminar flows of double cone with $25^\circ/55^\circ$ geometry were simulated by using high-order WCNS (weighted compact nonlinear schemes), and their capabilities to accurately predict laminar shock wave/boundary layer interaction were examined. The simulations were performed through adopting the second order MUSCL, the third-order and the fifth-order WCNS as spatial discretization schemes, employing the second-order dual time-stepping approach for time integration and using different flux functions, such as hybrid Roe-Rusanov, AUSMPW+ and Van Leer, for comparison. The effects of high-order methods on time and grid convergence, as well as the dissipation characteristics of flux functions, were analyzed. The numerical simulation results indicate that the high-order methods can obtain well-resolved results on coarse grid and eliminate the sensitivity of flux functions. However, the high-order methods need longer computational time to reach convergence. The computed results show good agreement with the experimental data, and the computational accuracy may be characterized as reasonable for most engineering purposes.

Key words: verification and validation; shock wave/boundary layer interaction; high-order methods; hypersonic flow

激波/边界层干扰 (Shock Wave/Boundary Layer Interaction, SWBLI) 在高超声速飞行器流场中普遍存在并对飞行器的气动力、热特性产生重要影响,因而在过去几十年得到了广泛研究^[1]。干扰激波会在飞行器表面产生很高的局部气动热载荷,可能破坏热防护系统。激波干扰会诱导边界层分离,改变飞行器气动特性,限制其机动能力,若分离发生在控制舵前方将会降低控制舵效

率。因而在高超声速飞行器设计中需要重点考虑激波/边界层干扰现象。

未来高超声速飞行器的发展依赖高保真的数值模拟工具进行设计和优化。目前的计算流体力学 (Computational Fluid Dynamics, CFD) 方法已能预测真实高超声速飞行中的大部分流动现象,但准确模拟 SWBLI 对 CFD 来说依然是一个严峻挑战^[1]。因此,十多年来国内外一直在持续不断地

* 收稿日期:2016-04-06

基金项目:国防科学技术大学科研计划资助项目(ZDYYJCYJ20140101)

作者简介:王东方(1987—),男,河南周口人,博士研究生,E-mail:dongfanghnmj313@163.com;

邓小刚(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:xgdeng2000@vip.sina.com

开展 CFD 预测 SWBLI 的确认研究活动^[2-3]。

25°/55°尖双锥外形是 SWBLI 确认研究的基础外形之一,广泛用于考核数值方法和物理模型,国际上已对其开展了系统的研究。Holden 等^[4-6]对该外形进行了系列精细实验,为 CFD 确认工作提供了高精度的实验数据。通过精心地调整自由流总焓、雷诺数和实验气体介质,突出不同的物理现象。2000 年开展的盲比确认活动重点关注没有化学反应的层流分离流动^[4,7-8]。2013 年开展的盲比确认活动关注真实气体效应对层流区壁面力、热特性的影响,考核 CFD 中化学反应和振动松弛等物理模型的准确性^[5]。

这些研究显示双锥流动模拟对数值方法提出的挑战主要有 3 个方面:数值耗散、时间积分和物理模型。数值耗散主要体现为数值模拟结果对空间格式精度、通量函数和网格分辨率的敏感程度,采用高分辨率低耗散的数值方法更利于获得准确的流场结构。高效的时间积分方法用于解决激波/激波干扰和分离区的耦合振荡导致的收敛困难^[9]。在高焓条件下,流场中存在热化学非平衡,现已开展了很多研究来确认和改进热化学模型^[10-12]。总的来说,来流焓值越高,CFD 模拟结果与实验结果差异越大,尤其是实验介质包含氧气的时候。此外壁面催化也对热流结果产生重要影响。

Druguet 等^[13]基于二阶精度算法系统研究了数值方法对双锥流场模拟的影响,发现模拟结果对采用的通量函数和斜率限制器很敏感。粗网格结果显示分离区大小强烈依赖于数值方法的耗散,低耗散的通量函数和斜率限制器模拟的分离区更大。网格收敛性研究发现分离区大小对网格加密程度很敏感。因此,双锥流动模拟应采用高分辨率低耗散的数值方法,同时要要进行仔细的网格收敛性研究以确保网格分辨率足够。

Gaitonde 等^[14]的时间收敛性研究表明双锥流动模拟至少要推进 100 个特征时间长度才能达到收敛。为确保计算收敛,除了监测残差,还要监测分离区大小和气动力系数。隐式时间方法常用来加速收敛,应注意局部时间步长可能会导致非物理解,此外较大的时间步长可能使计算发生振荡而不能收敛^[9,13]。

本文重点考察数值方法因素对双锥流动模拟的影响。数值模拟结果对限制器、通量函数以及网格敏感,其主要与二阶精度方法耗散较大而不能准确模拟分离区大小有关。高精度方法分辨率高耗散低,对分离涡等多尺度结构具有良好的捕捉能力。Tissera^[15]采用高阶加权本质无振荡

(Weighted Essentially NonOscillatory, WENO) 格式模拟尖双锥流动的研究表明采用高精度方法比加密网格能更高效地改善模拟结果。因而有必要对高精度方法模拟双锥流动的特性进行系统研究。

近年来,高精度方法研究已受到广泛关注,其在直接数值模拟(Direct Numerical Simulations, DNS)、大涡模拟(Large Eddy Simulations, LES)、计算声学(Computational AeroAcoustics, CAA)等领域获得了大量应用^[16]。但应用于高超声速流动模拟时,高精度方法必须具备健壮的激波捕捉能力。常通过引入加权技术构造非线性的高精度方法,如 WENO 格式^[17]和加权紧致非线性格式(Weighted Compact Nonlinear Schemes, WCNS)^[18]。WCNS 由 Deng 等^[18]基于紧致非线性格式(Compact Nonlinear Schemes, CNS)^[19]构造,目前已成功应用于各种类型亚跨声速复杂外形流动模拟^[20-22],其不但能满足几何守恒律(Geometric Conservation Law, GCL)^[23-24],还具有曲线网格下的自由流和涡保持特性^[25]。典型的高超声速流动模拟表明 WCNS 还具有健壮的激波捕捉能力,本文重点考核其在高超声速激波/边界层干扰流动模拟中的特性。

1 数值方法

1.1 控制方程

在笛卡尔坐标系下,不考虑体积力和外部热源,无量纲形式的三维可压缩 Navier-Stokes 方程为:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (E - E_v)}{\partial x} + \frac{\partial (F - F_v)}{\partial y} + \frac{\partial (G - G_v)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

式中: $\mathbf{Q} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho e]^T$; E, F, G 和 E_v, F_v, G_v 为无黏和黏性通量。方程式(1)转换至曲线坐标系下变为:

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}}{\partial t} + \frac{\partial (\hat{E} - \hat{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \zeta} = 0 \quad (2)$$

式中, $\hat{\mathbf{Q}} = J^{-1} \mathbf{Q}$, J 为坐标变换雅克比行列式。曲线坐标系下通量为:

$$\begin{cases} \hat{E} = \hat{\xi}_x E + \hat{\xi}_y F + \hat{\xi}_z G \\ \hat{E}_v = \hat{\xi}_x E_v + \hat{\xi}_y F_v + \hat{\xi}_z G_v \\ \hat{F} = \hat{\eta}_x E + \hat{\eta}_y F + \hat{\eta}_z G \\ \hat{F}_v = \hat{\eta}_x E_v + \hat{\eta}_y F_v + \hat{\eta}_z G_v \\ \hat{G} = \hat{\zeta}_x E + \hat{\zeta}_y F + \hat{\zeta}_z G \\ \hat{G}_v = \hat{\zeta}_x E_v + \hat{\zeta}_y F_v + \hat{\zeta}_z G_v \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\hat{\xi}_x = J^{-1}\xi_x$ 等为度量系数。为保证计算精度和健壮性,采用对称守恒网格导数方法 (Symmetrical Conservative Metric Method, SCMM)^[24,26] 计算度量系数和雅克比。

1.2 空间格式

空间离散包含三部分:加权插值、数值通量计算、通量差分。由于显式差分格式计算高效、便于矢量化和并行化,Deng 等^[27] 建议在通量差分采用显式差分格式。以 ξ 方向离散为例说明本文的空间离散方法。

四阶显式差分格式 WCNS-E4 为:

$$\frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} = \frac{9}{8\Delta\xi}(\hat{E}_{i+\frac{1}{2}} - \hat{E}_{i-\frac{1}{2}}) - \frac{1}{24\Delta\xi}(\hat{E}_{i+\frac{3}{2}} - \hat{E}_{i-\frac{3}{2}}) \quad (4)$$

六阶显式差分格式 WCNS-E6 为:

$$\frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} = \frac{75}{64\Delta\xi}(\hat{E}_{i+\frac{1}{2}} - \hat{E}_{i-\frac{1}{2}}) - \frac{25}{384\Delta\xi}(\hat{E}_{i+\frac{3}{2}} - \hat{E}_{i-\frac{3}{2}}) + \frac{3}{640\Delta\xi}(\hat{E}_{i+\frac{5}{2}} - \hat{E}_{i-\frac{5}{2}}) \quad (5)$$

其中 $\hat{E}_{i+1/2}$ 为单元边界处的数值通量:

$$\hat{E}_{i+\frac{1}{2}} = \hat{E}(Q_{i+\frac{1}{2}}^L, Q_{i+\frac{1}{2}}^R, \hat{\xi}_{x,i+\frac{1}{2}}, \hat{\xi}_{y,i+\frac{1}{2}}, \hat{\xi}_{z,i+\frac{1}{2}}, \hat{\xi}_{i,i+\frac{1}{2}}) \quad (6)$$

通量矢量分裂格式 (Flux Vector Splitting schemes, FVS) 和通量差分格式 (Flux Difference Schemes, FDS) 都能用于式(6)。 $Q_{i+1/2}^L$ 和 $Q_{i+1/2}^R$ 为单元边界的左右状态变量,根据单元中心值插值得到。插值变量可以选择守恒变量、原始变量和特征变量。为了方便计算,这里选用原始变量。

以 $Q_{i+1/2}^L$ 插值计算为例说明本文采用的插值方法,为便于说明下文省略上标“L”。基于五点偏置模板 $S_5 = (x_{i-2}, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, x_{i+2})$ 的五阶显式线性插值为:

$$Q_{i+\frac{1}{2}}^{\text{Linear}} = \frac{1}{128}(3Q_{i-2} - 20Q_{i-1} + 90Q_i + 60Q_{i+1} - 5Q_{i+2}) \quad (7)$$

将模板 S_5 分为三个子模板: $S_3^0 = (x_{i-2}, x_{i-1}, x_i)$, $S_3^1 = (x_{i-1}, x_i, x_{i+1})$, $S_3^2 = (x_i, x_{i+1}, x_{i+2})$ 。各子模板上的三阶线性插值公式为:

$$\begin{cases} Q_{i+\frac{1}{2}}^0 = \frac{1}{8}(3Q_{i-2} - 10Q_{i-1} + 15Q_i) \\ Q_{i+\frac{1}{2}}^1 = \frac{1}{8}(-Q_{i-1} + 6Q_i + 3Q_{i+1}) \\ Q_{i+\frac{1}{2}}^2 = \frac{1}{8}(3Q_i + 6Q_{i+1} - Q_{i+2}) \end{cases} \quad (8)$$

式(7)可表达成式(8)的线性组合:

$$Q_{i+\frac{1}{2}}^{\text{Linear}} = \sum_{k=0}^2 C_k Q_{i+\frac{1}{2}}^k \quad (9)$$

式中,

$$\begin{cases} C_0 = \frac{1}{16} \\ C_1 = \frac{10}{16} \\ C_2 = \frac{5}{16} \end{cases} \quad (10)$$

称为最优权或线性权。

非线性插值是将三个子模板的线性插值进行非线性加权组合:

$$Q_{i+\frac{1}{2}}^\omega = \sum_{k=0}^2 \omega_k Q_{i+\frac{1}{2}}^k \quad (11)$$

在光滑区,非线性权应趋于线性权以达到最优精度;在间断附近,包含间断的子模板的非线性权应趋于零以避免跨间断插值。依此原则定义的非线性权为:

$$\begin{cases} \omega_k = \frac{\alpha_k}{\sum_{l=0}^2 \alpha_l} \\ \alpha_k = \frac{C_k}{(\beta_k + \varepsilon)^2} \end{cases} \quad (12)$$

式中, $\varepsilon = 10^{-6}$ 是避免分母为零的小量, β_k 为各子模板的光滑因子:

$$\begin{cases} \beta_0 = \frac{1}{4}(-Q_{i-2} + 4Q_{i-1} - 3Q_i)^2 + (Q_{i-2} - 2Q_{i-1} + Q_i)^2 \\ \beta_1 = \frac{1}{4}(Q_{i-1} - Q_{i+1})^2 + (Q_{i-1} - 2Q_i + Q_{i+1})^2 \\ \beta_2 = \frac{1}{4}(3Q_i - 4Q_{i+1} + Q_{i+2})^2 + (Q_i - 2Q_{i+1} + Q_{i+2})^2 \end{cases} \quad (13)$$

数值模拟发现式(12)所示的权函数耗散较大,并且在光滑区极值点处不能恢复为最优权。为此,Liu 等^[28] 在 WCNS 中引入了 Borges 等^[29] 提出的最新的权函数:

$$\begin{cases} \omega_k = \frac{\alpha_k}{\sum_{l=0}^2 \alpha_l} \\ \alpha_k = C_k \left(1 + \frac{\tau_5}{\beta_k + \varepsilon}\right) \\ \tau_5 = |\beta_0 - \beta_2| \end{cases} \quad (14)$$

为改善五阶格式计算复杂外形时的特性,燕振国等^[30] 构造了三阶非线性插值。采用三点偏置模板 $S_3 = (x_{i-1}, x_i, x_{i+1})$, S_3 分为两个子模板: $S_2^0 = (x_{i-1}, x_i)$ 和 $S_2^1 = (x_i, x_{i+1})$ 。两个子模板的二阶线性插值为:

$$\begin{cases} Q_{i+\frac{1}{2}}^0 = \frac{1}{2}(3Q_i - Q_{i-1}) \\ Q_{i+\frac{1}{2}}^1 = \frac{1}{2}(Q_i + Q_{i+1}) \end{cases} \quad (15)$$

则三阶非线性插值为:

$$Q_{i+\frac{1}{2}}^\omega = \sum_{k=0}^1 \omega_k Q_{i+\frac{1}{2}}^k \quad (16)$$

非线性权定义为:

$$\begin{cases} \omega_k = \frac{\alpha_k}{\sum_{l=0}^1 \alpha_l} \\ \alpha_k = C_k \left(1 + \frac{\tau_5}{\beta_k + \varepsilon} \right) \end{cases} \quad (17)$$

其中 $C_0 = 1/4, C_1 = 3/4$ 是两个子模板的线性权。为提高格式的频谱特性,子模板 S_2^0 和 S_2^1 采用三点子模板 S_3^0 和 S_3^1 的光滑因子。

式(4)和式(16)标记为 WCNS-E4E3,式(5)和式(11)标记为 WCNS-E6E5。为了对比,还采用了二阶迎风格式 MUSCL (monotone upstream-centred scheme for conservation laws) 和 Minmod 限制器,标记为 MUSCL-MM。三种空间格式的近似色散分析 (Approximate Dispersion Relation, ADR) [31-32] 结果如图 1 所示 (其中 φ 为波数; Φ_R, Φ_I 分别为修正波数的实部和虚部,分别反映格式的色散和耗散特性),可以看出随着格式精度提高,格式耗散特性明显改善。

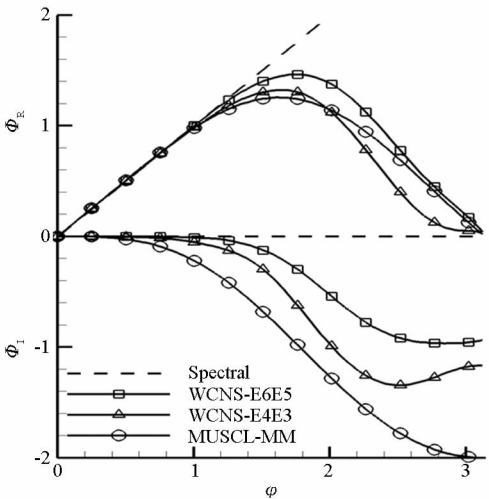


图1 不同格式的近似色散分析结果
Fig. 1 Approximate dispersion relation for various schemes

1.3 时间格式和边界条件

根据文献[1]中 Candler 的建议,采用二阶精度双时间步方法[33],子迭代采用隐式 LU-SGS 方法[34]。

本文将轴对称的尖双锥流动按三维问题求解。首先生成二维结构网格,再沿对称轴旋转生成三维计算域,周向取 5 个计算单元,因此两侧取对称边界条件。上边界取超声速入口条件,右侧出口按零梯度外推处理。壁面取无滑移等温壁条件。

2 计算条件

2.1 双锥几何参数

双锥模型几何参数如图 2 所示。前面是两个半锥角分别为 25° 和 55° 的锥体,后面是圆柱体。

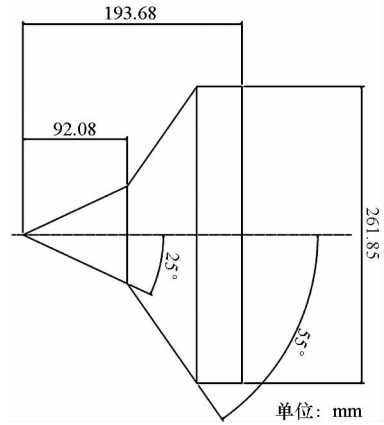


图2 双锥模型几何参数

Fig. 2 Double cone configuration

2.2 自由流条件

选取 Holden 等[4-5]的两个低焓实验状态作为自由流条件,以最小化真实气体效应的影响。具体参数如表 1 所示,其中 $u_\infty, \rho_\infty, T_\infty$ 分别为实验段来流的速度、密度和温度, T_{wall} 为实验模型表面温度。

表1 双锥实验自由流条件

Tab. 1 Free stream conditions for double cone experiments

	实验状态	
	LENS I Run28	LENS XX Run1
实验介质	Nitrogen	Air
Ma	9.59	12.2
Re/m^{-1}	1.4×10^5	1.4×10^5
$u_\infty/(m/s)$	2664	3264
$\rho_\infty/(g/m^3)$	0.655	0.499
T_∞/K	185.6	175
T_{wall}/K	293.3	300

2.3 网格

双锥流动对网格很敏感,因而生成了四套逐渐加密的网格进行网格收敛性研究(流向 \times 法

向): $128 \times 128, 256 \times 128, 512 \times 256, 1024 \times 256$ 。网格分布如图 3 所示。边界层内加密以更好刻画边界层和壁面热流特性,流向上在锥前缘、分离和再附点处都适当加密。对 512×256 的网格,近壁第一层网格高度为 1×10^{-5} m,计算结果显示所有位置的 y^+ 都小于 1,满足气动热计算要求。

总体来说,三种格式基于 1024×256 网格模拟的流场特性均达到网格收敛性要求。但对 Run28 状态,二阶格式没有明显的网格收敛现象,仍需要进一步加密网格。

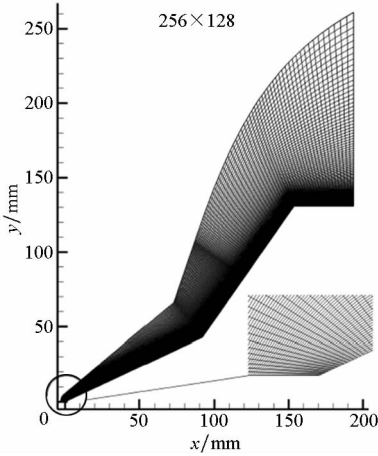


图 3 256×128 网格分布
Fig. 3 Structure of grid 256×128

3 结果分析

本节先讨论双锥流场结构,再分析不同空间格式对时间和网格收敛性的影响,随后分析计算效率和通量函数的影响,最后与实验数据对比评估高精度方法的准确性。

为便于和实验对比将数据进行无量纲化。长度按前锥轴向长度 $L = 92.08$ mm 无量纲化,壁面压力 p 和热流率 Q_w 特性按式 (18) 无量纲化:

$$\begin{cases} C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2} \\ St = \frac{Q_w}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^3} \end{cases} \quad (18)$$

3.1 流场结构分析

这里结合高精度数值模拟结果对双锥流场结构做系统总结。以 Run28 状态下五阶 WCNS-E6E5 格式和 AUSMPW + 通量函数在 1024×256 网格上计算的结果为例分析双锥流场结构,数值纹影结果如图 4 所示。

前锥产生的附着激波与后锥产生的脱体激波

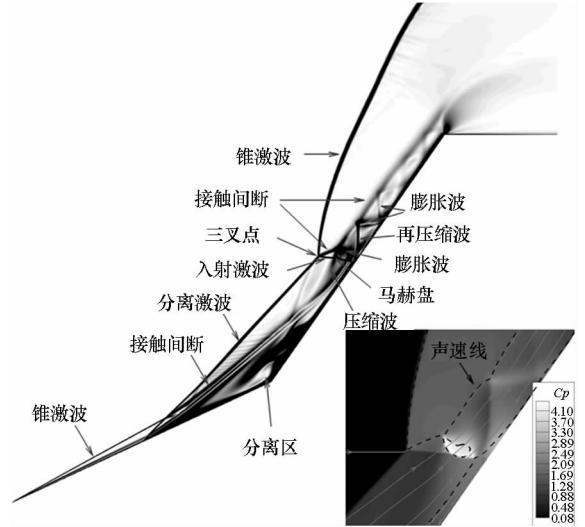


图 4 Run28 流场结构
Fig. 4 Flowfield structure for Run28

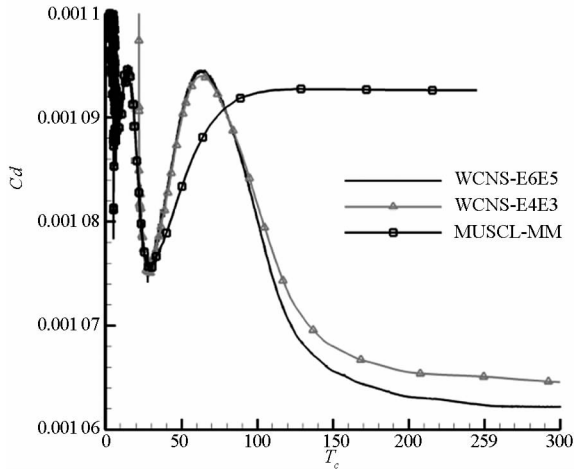
相互干扰并形成局部高压区,逆压梯度在两锥交界附近形成分离区,分离区将形成分离激波。前锥激波与分离激波干扰将强化分离激波并形成接触间断。分离激波与后锥脱体激波干扰属于 V 类激波干扰,在三叉点处形成入射激波和接触间断。该接触间断将后锥脱体激波后的亚声速区和近壁附近的超声速区分开。分离区上方的区分流线有轻微下凹,其形成的压缩波在激波层中间汇聚,与三叉点处发出的入射激波干扰形成马赫盘,其后方是两道入射激波包围着的高压亚声速区。上传的入射激波与三叉点处发出的接触间断干扰反射为膨胀波,下传的入射激波在分离区尾部终止。分离区尾部的亚声速区快速膨胀,促使分离区上方流动加速冲向壁面,压缩边界层导致局部压力和热流剧烈增加,随后形成壁面再压缩激波,其在前锥上方超声速区域内不断反射:压缩波从壁面反射为压缩波,从接触间断反射为膨胀波;膨胀波从壁面反射为膨胀波,从接触间断反射为压缩波。总的流动结构与 Gnoffo 等^[9,11,35] 分析的结果一致,但热流和压力峰值产生的原因是分离区再附点后的流动冲击壁面导致的,而非三叉点处的入射激波导致。

3.2 时间收敛性

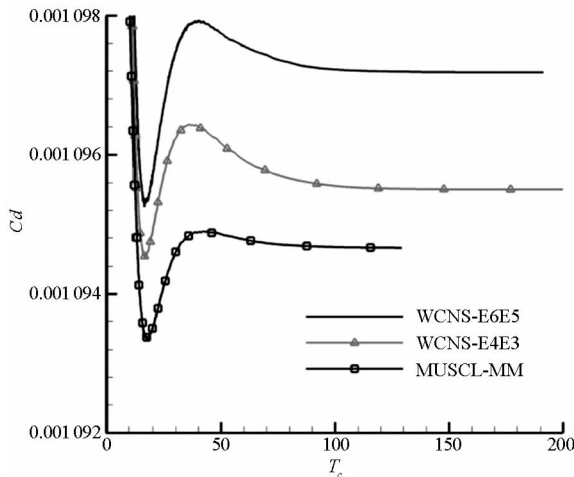
本小节讨论空间格式和网格因素对时间收敛特性的影响。根据文献 [1] 中 Candler 的建议采用二阶时间精度的双时间步方法计算以避免非物理振荡。Druguet 等^[13-14] 将以自由流速度经过特征长度的时间定义为特征时间 ($t_{char} = l/u_\infty$),以非定常计算推进时间与特征时间的比值 T_c 来衡量时间收敛性,这里特征长度取 0.2 m。通过检

测残差和阻力系数判断收敛。

对 Run28 和 Run1 状态,基于 1024×256 网格分别采用不同精度的空间格式进行计算,通量函数统一采用混合 Roe-Rusanov。阻力系数的收敛历史如图 5 所示。对 Run28 状态,二阶 MUSCL 格式收敛需要推进 150 个特征时间,而三阶和五阶 WCNS 需要推进 250 个以上特征时间。对 Run1 状态,三种格式推进 100 个特征时间都能收敛,彼此差异不大。这说明计算需要的收敛时间强烈依赖流动状态,采用高阶格式时推进需更多的时间。对 Run1 状态还对比了三阶 WCNS 在不同网格上的收敛特性,如图 6 所示。由图可见密网格收敛需要更多的计算时间。流动收敛的过程也是分离区演化至稳态的过程,提高格式精度和加密网格都会减小数值耗散,不利于消除流场中的扰动,因而需要更久的时间才能收敛。



(a) Run28



(b) Run1

图 5 阻力系数收敛历史

Fig. 5 Drag coefficient convergence histories

3.3 网格收敛性

本小节讨论空间格式对网格收敛性的影响。

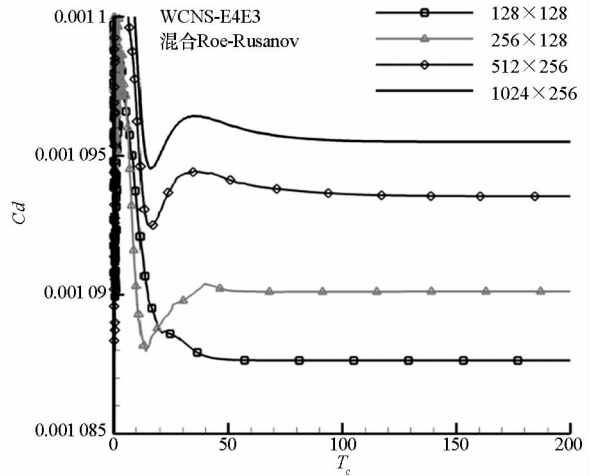


图 6 不同网格的阻力收敛特性

Fig. 6 Drag coefficient convergence characteristics on different grids

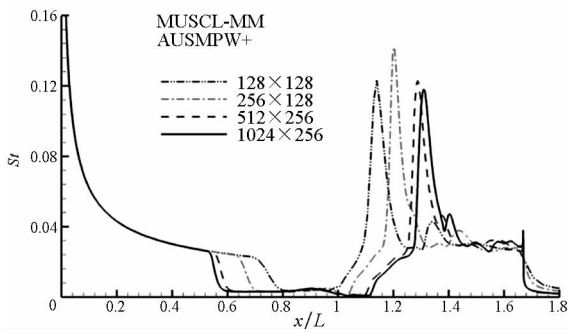
通过对比壁面特性随网格的变化来判断网格收敛性,这里只给出壁面热流特性。Run28 和 Run1 状态不同空间格式的网格收敛性分别如图 7、图 8 所示。可见随着网格加密,分离区逐渐增大,干扰点产生的峰值热流位置逐渐后移。

分离区大小对网格很敏感,可作为评估网格收敛性的定量指标。这里定义分离区大小 Δs_{sep} 为分离点和再附点间的轴向距离。不同空间格式计算的分离区大小随网格变化如图 9 所示(其中 $h = \sqrt{N_{cell}}$, N_{cell} 为网格单元总数)。

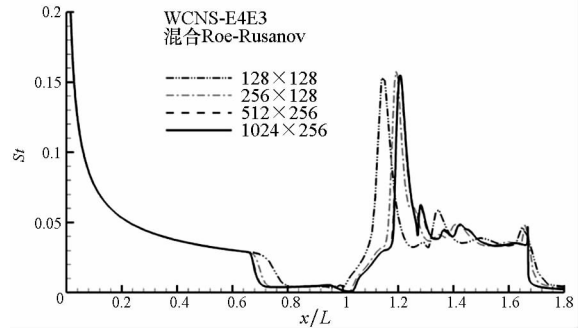
综合壁面热流特性和分离区大小进行分析可见,格式精度越高越容易在较粗的网格上获得收敛。对 Run1 状态,二阶格式在 1024×256 网格上收敛,三阶格式在 512×256 网格上收敛,五阶格式在 256×128 网格上收敛。Run28 状态较难收敛,就五阶格式在 512×256 网格上结果而言,尽管分离区大小还在变化,但壁面热流已看不出明显差异,可认为达到网格收敛。二阶格式在 1024×256 网格上计算的分离区大小与高阶收敛结果相比明显偏小,因而认为未达到网格收敛,还需进一步加密网格。

3.4 计算效率

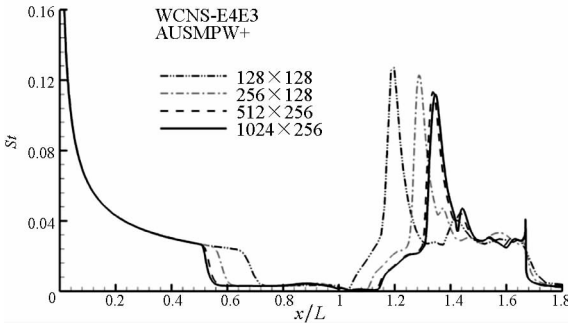
对推进 10 000 步的计算时间统计表明,WCNS-E4E3 和 WCNS-E6E5 要比 MUSCL-MM 格式分别多消耗 5% 和 25% 的 CPU 时间。若以二阶格式基于 128×128 网格推进一个特征时间所需的 CPU 时间为标准,将各阶格式获得收敛结果所需的 CPU 时间归一化,结果如表 2 所示,可见提高格式精度能更高效得到收敛解。



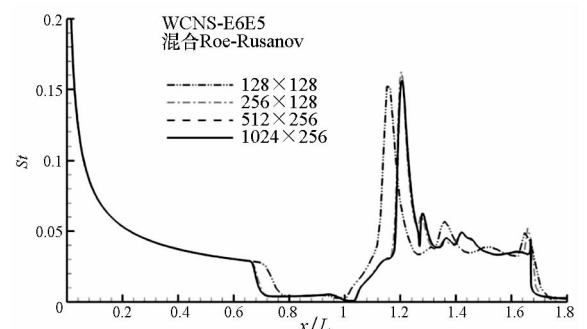
(a) 二阶格式
(a) MUSCL-MM



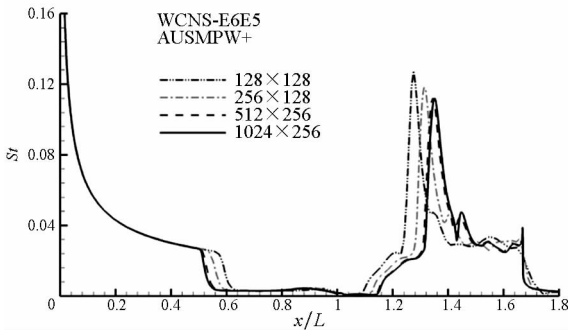
(b) 三阶格式
(b) WCNS-E4E3



(b) 三阶格式
(b) WCNS-E4E3



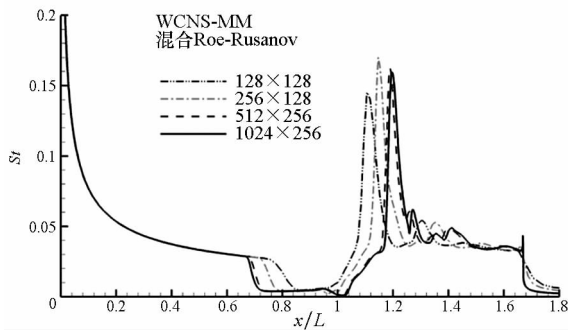
(c) 五阶格式
(c) WCNS-E6E5



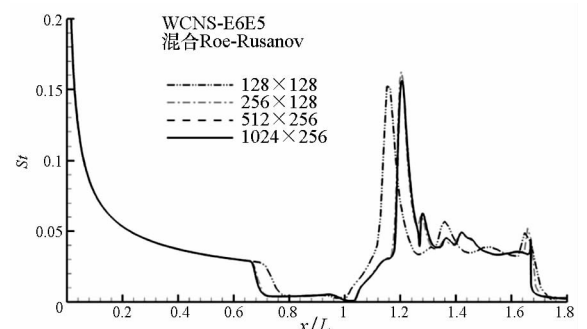
(c) 五阶格式
(c) WCNS-E6E5

图 7 Run28 壁面热流网格收敛性

Fig. 7 Grid convergence of heat transfer rate for Run28



(a) 二阶格式
(a) MUSCL-MM



(c) 五阶格式
(c) WCNS-E6E5

图 8 Run1 壁面热流网格收敛性

Fig. 8 Grid convergence of heat transfer rate for Run1

3.5 通量函数影响

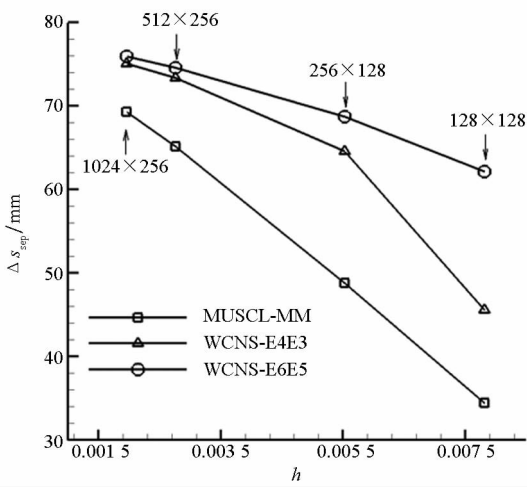
通量函数的耗散是数值耗散的重要部分。本小节评估采用不同精度空间格式对通量函数的影响。在 512×256 网格上对 Run28 状态采用不同的空间格式和通量函数组合进行模拟, 如 Van Leer 通量^[36]、Mod. SW 通量^[13]、AUSMPW + 通量^[37]、混合 Roe-Rusanov 通量^[38]。分离区大小如表 3 所示。可见通量函数耗散越小, 相应的分离区越大, 与 Druguet 等^[13]的结论一致。但是不同通量间分离区大小的差异随着空间格式精度的提高而越来越小。

五阶 WCNS 和不同通量函数计算的壁面热流率特性如图 10 所示。可见不同通量函数计算的峰值热流几乎一致。这说明空间格式精度的提高使计算结果对通量函数的敏感性大大降低。

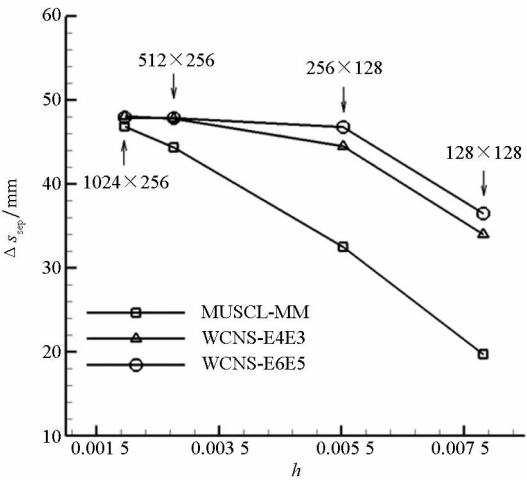
3.6 结果确认

三阶和五阶 WCNS 都计算得到了网格收敛的结果, 壁面压力和热流率特性与实验数据^[4,6]对比如图 11、图 12 所示。

总的来说,前锥和分离区压力特性与实验符合很好。前锥的壁面热流率特性与实验有差异。Run28 状态计算的干扰点比实验靠后,峰值大小与实验接近。Run1 状态计算的干扰点位置与实验差异不大,但峰值偏大。



(a) Run28



(b) Run1

图9 不同网格分离区大小对比

Fig. 9 Size of separation zone on different grids

表2 获得收敛解的计算时间对比

Tab. 2 Required CPU time of convergent results

	MUSCL-MM	WCNS-E4E3	WCNS-E6E5
Run28	1 × 32 × 150 = 4800	1.05 × 16 × 300 = 5040	1.25 × 8 × 300 = 3000
Run1	1 × 16 × 100 = 1600	1.05 × 8 × 150 = 1260	1.25 × 2 × 150 = 375

表3 不同通量函数计算的分离区大小

Tab. 2 Size of separation zone for different flux functions

	$\Delta s_{sep}/mm$		
	MUSCL-MM	WCNS-E4E3	WCNS-E6E5
Van Leer	58.44	73.45	74.89
Mod. SW	65.76	73.80	75.00
AUSMPW +	65.10	73.38	74.60
混合 Roe-Rusanov	66.74	74.47	75.63

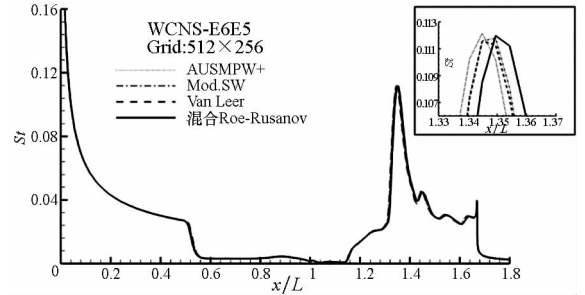
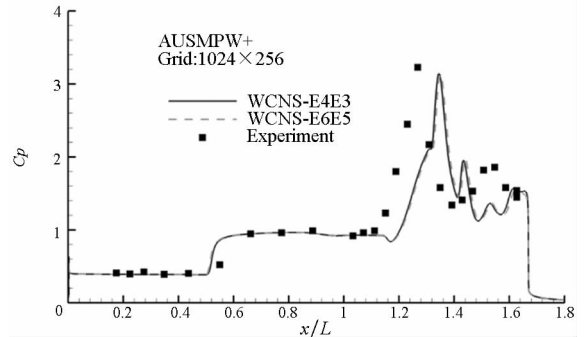


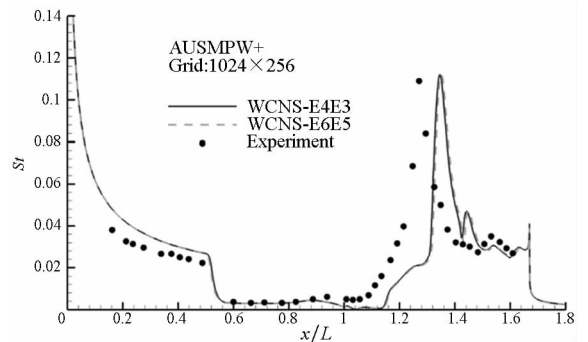
图10 不同通量壁面热流率特性对比

Fig. 10 Wall heat transfer rate computed with different flux functions



(a) 壁面压力特性

(a) Surface pressure

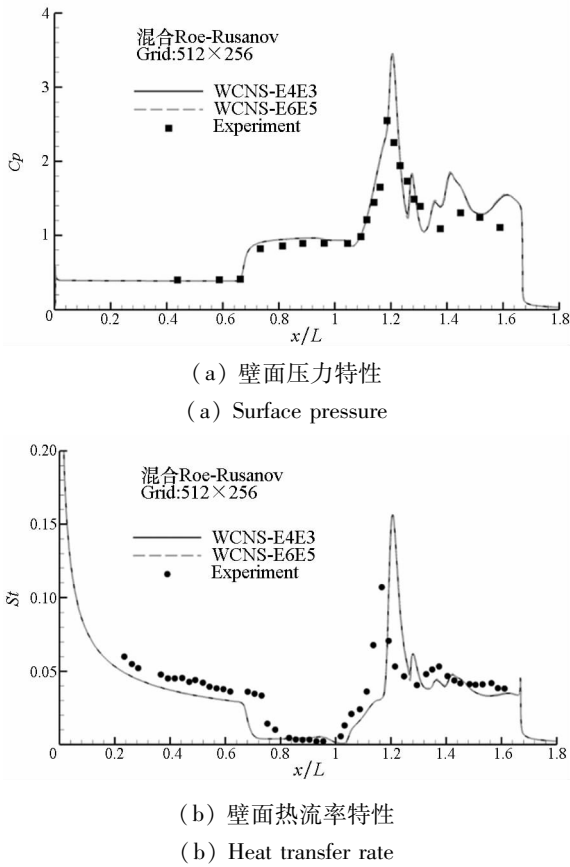


(b) 壁面热流率特性

(b) Heat transfer rate

图11 Run28 状态计算与实验结果对比

Fig. 11 Comparison between experimental measurements and numerical predictions for Run28



(a) 壁面压力特性
(a) Surface pressure

(b) 壁面热流率特性
(b) Heat transfer rate

图 12 Run1 状态计算与实验结果对比

Fig. 12 Comparison between experimental measurements and numerical predictions for Run1

4 结论

采用二阶 MUSCL、三阶和五阶 WCNS 格式模拟了高超声速 $25^\circ/55^\circ$ 尖双锥流场,研究了空间格式对时间收敛性、网格收敛性和通量耗散特性的影响。随着空间格式精度提高,收敛需要推进的计算特征时间会增加,需要的网格量会减少,对通量函数的敏感性会降低。不同来流状态收敛需要的计算时间和网格不一致,这可能与流场中的分离区大小有关。分离区越大,计算越难收敛,网格要求越高。因而在推广到相关问题模拟时仍有必要开展时间和网格收敛性研究。

高阶格式尽管需要推进更多的特征时间才能获得收敛解,但需要的网格量少会使计算量减小,综合来看高阶格式获得收敛解的计算效率还是优于二阶格式的。

数值模拟结果与实验对比整体符合较好,满足工程精度要求。但干扰区峰值特性预测还与实验存在较大差异,需要进一步研究。

参考文献 (References)

[1] Babinsky H, Harver J K. Shock wave-boundary-layer

interactions[M]. USA:Cambridge University Press, 2011.

[2] Knight D. RTO WG10: test cases for CFD validation of hypersonic flight[C]//Proceedings of 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, 2006.

[3] Gaitonde D V. Progress in shock wave/boundary interactions[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2015, 72: 80 - 99.

[4] Harvey J K, Holden M S, Wadhams T P. Code validation study of laminar shock/boundary layer and shock/shock interactions in hypersonic flow. Part a: experimental measurements[C]//Proceedings of 39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA 2001 - 1031, 2001.

[5] Holden M S, Wadhams T P, MacLean M G, et al. Measurements of real gas effects on regions of laminar shock wave/boundary layer interaction in hypersonic flows for blind code validation studies [C]//Proceedings of 21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, AIAA 2013 - 2837, 2013.

[6] MacLean M G, Holden M S, Dufrene A. Measurements of real gas effects on regions of laminar shock wave/boundary layer interaction in hypervelocity flows [C]. AIAA Aviation 2014, Atlanta, GA, 2014.

[7] Candler G V, Nompelis I, Holden M S. Computational analysis of hypersonic laminar viscous-inviscid interactions [C]// Proceedings of 38th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA 2000 - 0532, 2000.

[8] Harvey J K, Holden M S, Wadhams T P. Code validation study of laminar shock/boundary layer and shock/shock interaction in hypersonic flow. Part b: comparison with Navier-Stokes and DSMC solutions [C]//Proceedings of 39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA 2001 - 1031, 2001.

[9] Nompelis I. Computational study of hypersonic double-cone experiments for code validation [D]. USA: University of Minnesota, 2004 .

[10] Nompelis I, Candler G V, MacLean M, et al. Numerical investigation of double-cone flow experiments with high-enthalpy effects [C]//Proceedings of 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, AIAA 2010 - 1283, 2010.

[11] Knight D, Longo J, Drikakis D, et al. Assessment of CFD capability for prediction of hypersonic shock interactions[J]. Progress in Aerospace Science, 2012, 48: 8 - 26.

[12] Nompelis I, Candler G V. US3d predictions of double-cone and hollow cylinder-flare flows at high enthalpy [C]// Proceedings of 44th AIAA Fluid Dynamics Conference, AIAA 2014 - 3366, 2014.

[13] Druguet M C, Candler G V, Nompelis I. Effects of numerics on Navier-Stokes computations of hypersonic double-cone flows[J]. AIAA Journal, 2005, 43(3): 616 - 623.

[14] Gaitonde D V, Canupp P W, Holden M S. Heat transfer predictions in a laminar hypersonic viscous/inviscid interaction [J]. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 2002, 16(4): 481 - 489.

[15] Tissiera S. Assessment of high-resolution methods in hypersonic real-gas flows [D]. USA: Cranfield University, 2010.

[16] Wang Z J, Fidkowski K, Abgrall R, et al. High-order CFD methods: current status and perspective [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2013, 72 (8): 811 - 845.

[17] Jiang G S, Shu C W. Efficient implementation of weighted ENO schemes[J]. Journal of Computational Physics, 1996, 126: 202 - 228.

[18] Deng X G, Zhang H X. Developing high-order weighted compact nonlinear schemes [J]. Journal of Computational

- Physics, 2000, 165(1): 22–44.
- [19] Deng X G, Maekawa H. Compact high-order accurate nonlinear schemes [J]. *Journal of Computational Physics*, 1997, 130(1): 77–91.
- [20] Liu X, Deng X G, Mao M L. High-order behaviors of weighted compact fifth-order nonlinear schemes [J]. *AIAA Journal*, 2007, 45(8): 2093–2097.
- [21] Deng X G, Mao M L, Tu G H, et al. Extending weighted compact nonlinear schemes to complex grids with characteristic-based interface conditions [J]. *AIAA Journal*, 2010, 48(12): 2840–2851.
- [22] Deng X G, Mao M L, Tu G H, et al. High-order and high accurate CFD methods and their applications for complex grid problems [J]. *Communications in Computational Physics*, 2012, 11(4): 1081–1102.
- [23] Deng X G, Mao M L, Tu G H, et al. Geometric conservation law and applications to high-order finite difference schemes with stationary grids [J]. *Journal of Computational Physics*, 2011, 230(4): 1100–1115.
- [24] Deng X G, Min Y B, Mao M L, et al. Further studies on geometric conservation law and applications to high-order finite difference schemes with stationary grids [J]. *Journal of Computational Physics*, 2013, 239: 90–111.
- [25] Nonomura T, Iizuka N, Fujii K. Freestream and vortex preservation properties of high-order WENO and WCNS on curvilinear grids [J]. *Computer & Fluids*, 2010, 39(2): 197–214.
- [26] Deng X G, Zhu H J, Min Y B, et al. Symmetric conservation metric method; a link between high order finite-difference and finite-volume schemes for flow computations around complex geometries [C]//Proceedings of Eighth International Conference on Computational Fluid Dynamics (ICCFD8), ICCFD8–2014–0005, Chengdu, China, 2014.
- [27] Deng X G, Liu X, Mao M L, et al. Investigation on weighted compact fifth-order nonlinear scheme and applications to complex flows [C]//Proceedings of 17th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, AIAA 2005–5246, 2005.
- [28] Liu H Y, Ma Y K, Yan Z G, et al. A shock-capturing methodology based on high order compact interpolation [C]//Proceedings of Eighth International Conference on Computational Fluid Dynamics (ICCFD8), ICCFD8–2014–0082, Chengdu, China, 2014.
- [29] Borges R, Carmona M, Costa B, et al. An improved weighted essentially non-oscillatory scheme for hypersonic conservation laws [J]. *Journal of Computational Physics*, 2008, 227(6): 3191–3211.
- [30] 燕振国, 刘化勇, 毛枚良, 等. 三阶 HWCNS 格式的构造及在高超流动中的应用 [J]. *航空学报*, 2015, 36(5): 1460–1470.
YAN Zhenguo, LIU Huayong, MAO Meiliang, et al. Development of 3rd order HWCNS schemes and its application in hypersonic flow simulation [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2015, 36(5): 1460–1470. (in Chinese)
- [31] Pirozzoli S. On the spectral properties of shock-capturing schemes [J]. *Journal of Computational Physics*, 2006, 219(2): 489–497.
- [32] 毛枚良, 燕振国, 刘化勇, 等. 高阶加权非线性格式的拟线性频谱分析方法研究 [J]. *空气动力学学报*, 2015, 33(1): 1–9.
MAO Meiliang, YAN Zhenguo, LIU Huayong, et al. Study of quasi-linear spectral analysis method of high-order weighted nonlinear schemes [J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2015, 33(1): 1–9. (in Chinese)
- [33] Pulliam T H. Time accuracy and the use of implicit methods [C]//Proceedings of 11th Computational Fluid Dynamics Conference, AIAA 1993–3360, 1993.
- [34] Yoon S, Jameson A. Lower-upper symmetric-Gauss-Seidel method for the Euler and Navier-Stokes equations [J]. *AIAA Journal*, 1988, 26(9): 1025–1026.
- [35] Gnoffo P A. CFD validation studies for hypersonic flow prediction [C]//Proceedings of 39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA 2001–1025, 2001.
- [36] Van Leer B. Flux-vector splitting for the Euler equations [C]//Proceedings of Eighth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Springer, 1982: 507–512.
- [37] Kim K H, Kim C, Rho O H. Methods for the accurate computations of hypersonic flows; I. AUSMPW+ scheme [J]. *Journal of Computational Physics*, 2001, 174(1): 38–80.
- [38] Wang D F, Deng X G, Wang G X, et al. Developing a hybrid flux function suitable for hypersonic flow simulation with high-order methods [J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2016, 81(5): 309–327.