

地球扰动引力对弹道导弹命中精度影响的等效补偿理论*

马宝林, 张洪波, 郑伟, 吴杰

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:为消除地球扰动引力的影响、提高弹道导弹的命中精度,根据地球扰动引力对弹道导弹运动影响的特性与控制系统理论,建立不直接补偿地球扰动引力对导弹运动参数的影响却能满足命中精度要求的等效补偿理论。根据不同补偿方式与补偿量的特点,提出嵌入式、分步式、分段式等补偿模式,为补偿地球扰动引力对导弹运动的影响提供了一个通用框架和理论基础。

关键词:地球扰动引力;等效补偿;嵌入式;分步式;分段式

中图分类号:V412.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2016)04-153-06

Equivalent compensation theory of the earth disturbance gravity on ballistic missile hit accuracy

MA Baolin, ZHANG Hongbo, ZHENG Wei, WU Jie

(College of Aerospace Science and engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In order to eliminate the effect of the disturbance gravity and improve the hit accuracy of ballistic missile, the equivalent theory based on the characteristics on the movement of ballistic missile and control system theory was established to compensate the effect of the earth disturbance gravity on motion parameters indirectly and meet the hit accuracy requirement. According to the characteristics of different compensation modes and compensation quantity, the compensation modes of embedded mode, fractional step mode and sectional mode, etc. were proposed, which provides a general framework and theoretical basis for compensating the influence of disturbance gravity to the movement of ballistic missile.

Key words: earth disturbance gravity; equivalent compensation; embedded mode; fractional step mode; sectional mode

由于地球扰动引力场的作用,在地球外部空间任意一点的实际引力加速度不同于正常引力加速度(与正常引力场对应的引力加速度),两者之差为扰动引力加速度,简称扰动引力^[1]。据资料显示,扰动引力对远程弹道导弹的运动有显著的影响,对于10 000 km左右射程的弹道导弹,扰动引力造成的落点偏差可达千米量级^[2-3]。因此,为消除扰动引力的影响、提高导弹的命中精度,在设计发射诸元和飞行控制特征量时,必须考虑扰动引力影响的补偿问题^[2]。

对于远程弹道导弹命中精度而言,扰动引力属于系统误差。理论上只要能准确找到其影响规律,经过补偿能减少或消除误差的影响。美国、俄罗斯在远程弹道导弹研制方面处于领先地位。其中,美国的先进型号洲际弹道导弹落点圆概率偏差(Circular Error Probability, CEP)已在百米以内;俄罗斯部分型号洲际弹道导弹的 CEP 也正在接

近百米目标^[4],这些间接证明了美、俄对扰动引力的影响进行了补偿。

但是,直接补偿扰动引力对弹道导弹运动的影响困难重重:一是主动段实时直接补偿扰动引力的影响需要消耗诸如燃料等大量弹上资源;二是弹载惯性器件对地球引力不敏感^[5],虽然地球外部的扰动引力可由地面重力异常推算获得^[1-2],但因计算量过大,对弹载计算机的性能提出了很大的挑战;三是依靠惯性制导的弹道导弹在被动段一般处于无动力飞行状态^[1],无法通过控制力对被动段扰动引力的影响进行直接补偿。

综上所述,如何避免采用直接抵消扰动引力的补偿方式,又能有效地补偿扰动引力对弹道导弹运动的影响,亟须一套完整的理论作为支撑。等效补偿理论和可能采用的补偿模式是实施等效补偿的理论基础和前提保证。

* 收稿日期:2015-09-18

基金项目:国家部委基金资助项目(613222)

作者简介:马宝林(1983—),男,内蒙古赤峰人,博士研究生,E-mail:xiangmaofeizhu@163.com;

张洪波(通信作者),男,副教授,博士,博士生导师,E-mail:wujie_nudt@sina.com

1 等效补偿理论

1.1 扰动引力对命中精度的影响分析

扰动引力对弹道导弹命中精度的影响是通过弹道传播的,可对主动段、被动段分别进行分析。

1) 主动段:采用惯性制导的导弹,需要通过积分实际加速度获得实际位置、速度信息。而导弹上的惯性敏感装置只能测得视加速度,这样,为获得实际加速度需要实时计算同一时刻的引力加速度^[6]。引力加速度需要通过引力模型计算获得,但在实际应用过程中弹载计算机上加装的引力模型往往是实际引力模型的简化版,模型提供的引力与地球实际引力有一定差异,由此将产生导航偏差,进而引起关机点状态偏差,并最终影响落点精度。

2) 被动段:由于再入段的飞行时间短、速度快且接近于目标点,再入段扰动引力引起的落点偏差十分有限,因而可将自由段和再入段扰动引力一同视为被动段扰动引力考虑^[1]。在被动段,导弹处于无动力、无控制的真空飞行状态,假设暂不考虑再入段空气动力的影响,被动段扰动引力的作用是造成落点偏差的主要原因,即被动段扰动引力模型与实际所受引力的差异所致。

1.2 正常系统、扰动系统与等效补偿系统

根据现代控制理论,补偿扰动引力对导弹运动影响的补偿算法实质上属于一个最优控制问题^[6]。制导系统按照是否考虑扰动引力而分为正常系统和扰动系统。

1) 正常系统。不考虑扰动引力的影响时,可将制导控制系统定义为正常系统,系统各要素间的关系如图 1 所示。

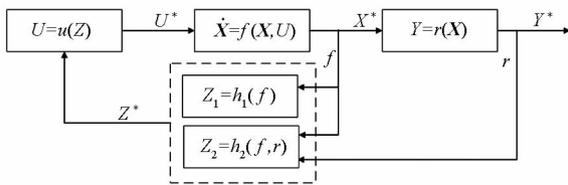


图 1 正常系统

Fig. 1 Nominal system

正常系统由状态方程、输出方程、观测方程和控制方程组成。

$\dot{X} = f(X, U)$ 为状态方程。 f 表示导弹主动段运动方程。其中, X 是状态量,包括导弹真实的位置矢量和速度矢量; U 是控制量,包括发动机推力方向、关机时间、发射诸元等。

$Y = r(X)$ 为输出方程。 r 表示被动段运动方程,根据导弹主动段关机点状态 X^* 用来计算导弹的落点信息。 Y 是反映落点信息的输出量,根据采用的制导方式,可将其定义为落点偏差或虚拟目标。

$Z_1 = h_1(f)$, $Z_2 = h_2(f, r)$ 统称为观测方程。其中 h_1 表示利用主动段运动模型 f 对 Z_1 (真速度、真位置) 的估计, h_2 表示利用主动段运动模型 f 和被动段运动模型 r 对导弹落点信息 Z_2 的估计。

$U = u(Z)$ 为控制方程,包括导引方程、关机方程两部分。 Z 为观测方程的估计值, U 表示控制方程输出的导引、关机信号,也可称为控制飞行的特征量。

在正常系统控制下生成的弹道可称为正常弹道,正常弹道不考虑扰动引力的影响、能够命中目标。

2) 扰动系统。将考虑扰动引力影响时的制导控制系统定义为扰动系统,如图 2 所示。 $\delta f, \delta r$ 分别表示主、被动段扰动引力项, $\delta f, \delta r$ 体现在状态方程和输出方程中即为系统的干扰项。在实际弹道计算中,因为制导方法设计的原因,往往简化、忽略了扰动引力项 $\delta f, \delta r$ 的计算,观测方程仍按原有模型 $Z_1 = h_1(f)$, $Z_2 = h_2(f, r)$ 对导弹飞行状态进行估计,估计结果 Z^* 通过控制信号 U^* 使得导弹在关机点处产生状态误差 δX , 并由此导致落点产生偏差 δY 。

在扰动系统控制下的弹道可称为扰动弹道,扰动弹道将会偏离正常弹道、无法准确命中目标点。

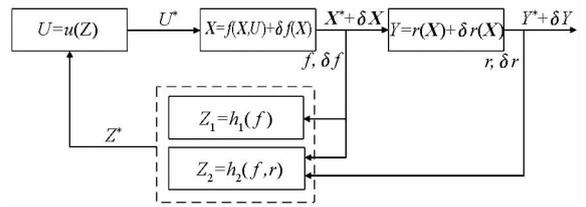


图 2 扰动系统

Fig. 2 Disturbance system

3) 等效补偿系统。如图 3 所示,等效补偿就是要通过改进观测器和控制器的设计实现对扰动引力影响的补偿。改进后的观测器和控制器可统称为等效补偿系统 $\tilde{U} = s(f + \delta f, r + \delta r)$ 。等效补偿系统的观测器考虑了扰动引力项 δf 和 δr , 通过修正后的控制信号为 $U^* + \Delta U$ 以及关机点状态修正量 ΔX 的补偿,使得扰动引力引起的落点偏差 $\Delta Y \rightarrow 0$ 。其中, δ 表示不受控, Δ 表示受控。

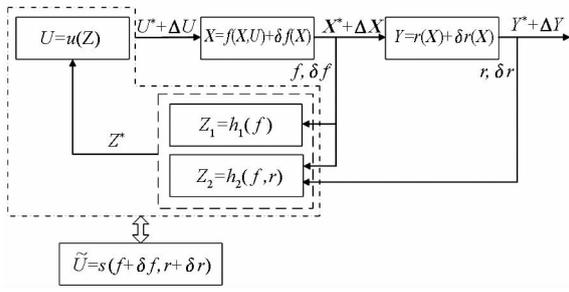


图3 等效补偿系统

Fig. 3 Equivalent compensation system

1.3 直接补偿与等效补偿

根据1.2节分析,如图4所示。

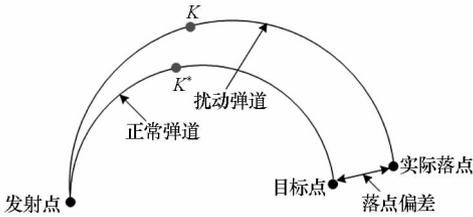


图4 正常弹道与扰动弹道

Fig. 4 Nominal trajectory and disturbance trajectory

正常弹道在正常系统的控制下可以命中目标。在扰动引力作用下的扰动弹道如仍采用正常系统控制。产生的关机点状态误差 $X_K - X_{K^*} \neq 0$ 将会导致落点偏差:

$$\begin{bmatrix} \Delta L \\ \Delta H \end{bmatrix} = f(X_K - X_{K^*} \neq 0) \quad (1)$$

1)直接补偿。如图5所示,直接补偿是通过控制力的作用,使得实际弹道参数 $X(t)$ 在任意时刻 t 都等于或逼近正常弹道参数 $X^*(t)$ 。由此实现落点偏差 $\Delta L \rightarrow 0, \Delta H \rightarrow 0$ 的目标。

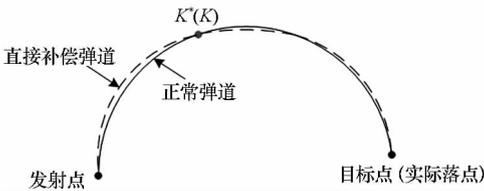


图5 正常弹道与直接补偿弹道

Fig. 5 Nominal trajectory and direct compensation trajectory

2)等效补偿。等效补偿是通过改变射击诸元或飞行特征量,等效地实现 $\Delta L \rightarrow 0, \Delta H \rightarrow 0$ 的目标,如图6所示。

以摄动制导关机方程为例:

$$\Delta L = \frac{\partial L}{\partial X} (X - X^*) \quad (2)$$

为了使 $\Delta L = 0$, 补偿有两种方法:一种是使

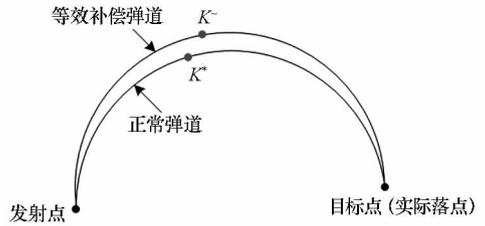


图6 正常弹道与等效补偿弹道

Fig. 6 Nominal trajectory and equivalent compensation trajectory

$X - X^* \rightarrow 0$, 这是直接补偿的思路;另一种思路为等效补偿,即在 $X - X^* \neq 0$ 的情况下,也能使得 $\Delta L = 0$ 。

综上所述,等效补偿的含义可表述为:根据扰动引力影响的特性,不直接生成抵消扰动引力的控制力,而是通过建立影响与修正量之间的映射关系来改变发射诸元或导引、关机控制量,使得导弹在扰动引力作用下仍能命中同一目标的补偿方法。

2 等效补偿模式

补偿模式是在等效补偿理论指导下所采用的具体补偿方法。针对地面和弹上补偿等不同应用需求,可能的补偿模式包括嵌入式补偿、分步式补偿、分段式补偿等。

2.1 嵌入式补偿

如果能够在弹上或地面弹道计算过程中装订扰动引力的计算模型,那么制导方法就可以顾及扰动引力的影响。嵌入式补偿是把扰动引力补偿直接嵌入到观测器的设计中,即在原有的诸元、制导计算中,把扰动引力的影响直接体现到弹道计算中,从而使得所得到的飞行特征量直接反映扰动引力的影响。图7为嵌入式补偿示意图。

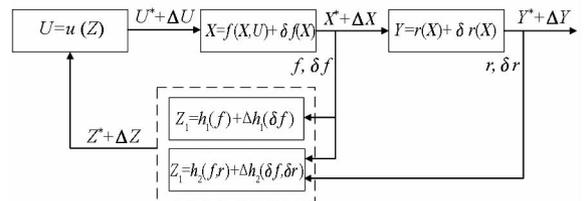


图7 嵌入式补偿模式

Fig. 7 Embedded compensation mode

在导弹飞行主动段,状态方程中出现的扰动引力项 δf 会影响真位置和真速度的计算;同理,被动段扰动引力项 δr 将会对落点(虚拟目标点)产生影响。嵌入式补偿的本质是设计新的观测器,将扰动引力计算模型嵌入观测器中,通过增加

修正量 Δh 估算考虑扰动引力影响下的导弹主动段运动状态和落点信息。这样输出的观测量(位置、速度、落点信息) $Z^* + \Delta Z$ 直接包含了扰动引力的影响。将补偿量引入控制系统并达到新的稳定状态后,最后输出得到期望的 $\Delta Y \rightarrow 0$ 。

2.2 分步式补偿

在许多情况下,可以较为容易地得到正常引

力模型下的弹道计算结果。在此基础上,可以充分利用已有条件,通过改变制导方法,实现对扰动引力影响的等效补偿。如图 8 所示,分步式补偿是把飞行特征量的计算分为两步:首先,不考虑扰动引力的影响,得到飞行特征量的初值 U^* ;而后,寻找快速计算方法^[2-7],得到飞行特征量在扰动引力影响下的修正量 ΔU 。

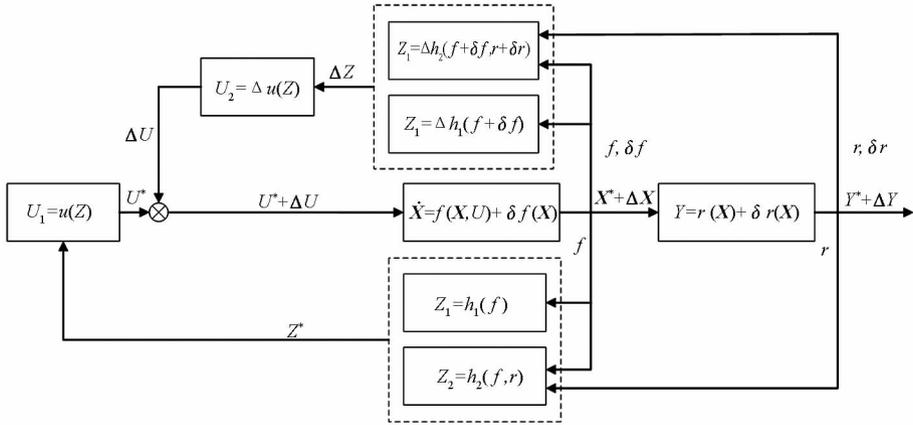


图 8 分步式补偿模式

Fig. 8 Fractional step compensation mode

分步式补偿的本质是在原有观测器和控制器的基础上,设计用于补偿的新的观测器和控制器。在第一步计算飞行特征量初值 U^* 时,观测器中仍然使用的是原有不考虑扰动引力时的模型 f, r ;而在计算飞行特征量的修正量 ΔU 时,在原有模型基础上考虑了扰动引力项 $\delta f, \delta r$,这样得到的修正量与原有特征量 U^* 交互后得到修正后的控制量 $U^* + \Delta U$,并由此通过关机点状态的修正量 ΔX 最终使得落点偏差 $\Delta Y \rightarrow 0$,达到了等效补偿的目的。

2.3 分段式补偿

如图 9 所示,导弹在主动段初始飞行阶段,可以暂不考虑扰动引力影响的补偿问题,按正常飞行程序飞行即可;在接近关机前的一段时间,利用主、被动段弹道快速计算方法计算扰动引力对命中精度的影响,同时生成扰动引力影响对应的目标位置或关机量修正量,这一阶段可称为扰动引力影响解算段;利用扰动引力影响解算求解修正量,在后续制导过程中对扰动引力的影响进行补偿,这一飞行阶段为扰动引力影响修正段。以基于虚拟目标的显式制导为例,利用制导系统对扰动引力的影响进行补偿,无须实时计算主、被动段扰动引力,只需在关机前一小段时间采用解算得

到的虚拟目标实时迭代^[7]计算即可,如之前采用地面装订的虚拟目标诸元制导。这就是分段式补偿的思路。

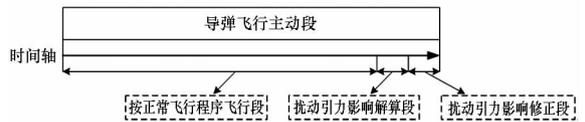


图 9 分段式补偿思路

Fig. 9 Thinking of sectional compensation

如图 10 所示,分段式补偿的核心是设计新的观测方程和控制器。这种方法在控制方程加入了选择条件且未达到补偿时刻 ($t < t_k$) 时,根据原有的观测量通过控制器 $U = u_1(Z)$ 进行制导控制;当到达补偿阶段 ($t \geq t_k$) 后,采用新观测器生成的观测量 $Z^* + Z$ 通过控制器 $U = u_2(Z)$ 进行控制,最终实现 $\Delta Y \rightarrow 0$ 的目标。

2.4 各种补偿模式的特点及适用范围

等效补偿按照补偿的时机可分为地面诸元补偿和弹上实时补偿两种;按诸元用途可分为弹道用诸元补偿和制导用诸元补偿。上述补偿模式在特点、适用范围和设计方法上均有所区别,对比结果如表 1 所示。

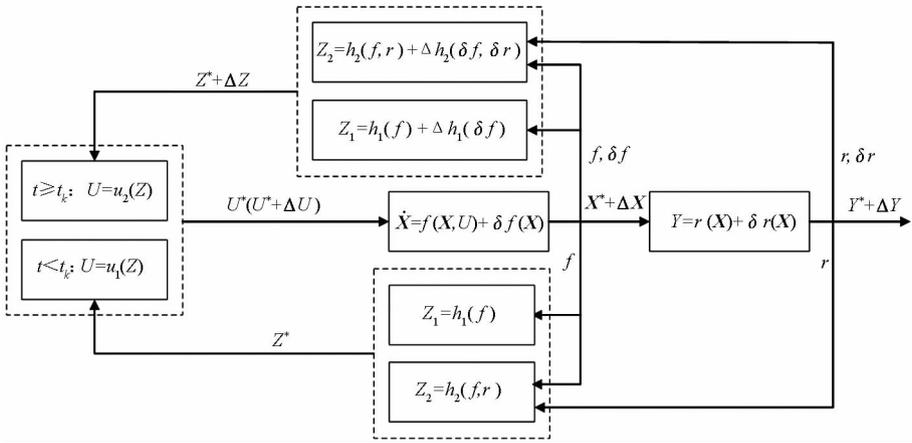


图 10 分段式补偿

Fig. 10 Sectional compensation mode

表 1 各种补偿模式的特点

Tab. 1 Characteristic of different compensation mode

补偿模式	适用范围	设计方法	特点
嵌入式	弹道诸元补偿、制导诸元补偿、 弹上实时补偿	在观测器或控制器中直接 嵌入补偿量	对弹上计算机性能要求较高
分步式	弹道诸元补偿、制导诸元补偿	增加一个新的观测器和一 个新的控制器	需迅速找到飞行特征量的初值, 为后续快速补偿奠定基础
分段式	制导诸元补偿、弹上实时补偿	设计两个观测器,同时控制器 增加了选择功能	可用于弹上实时补偿

嵌入式补偿思路清晰、简单明了,但因计算量和存储量过大,对弹载计算机的性能要求比较苛刻;同时,该补偿模式对扰动引力影响下的弹道快速计算方法也有着迫切的需求。随着计算机技术的发展和弹道计算方法的不断改进,嵌入式补偿实现的瓶颈将得以突破。

分步式补偿将大量的计算工作放在地面射前进行,简化了弹上计算、大大减轻了弹上计算机的运算负荷和存储压力,但该方法对标准弹道和诸元的初值有很高的要求。

分段式补偿在导弹发射初始阶段可以不考虑扰动引力的影响,仅在主动段末端快速计算和修正即可,该方法实用性较强、适合用作弹上实时补偿。但该方法需要弹道快速计算方法作为支撑。

3 仿真算例

以弹道诸元分步式补偿为例,对于射程 10 000 km 的某弹道,在给定目标点的基础上,弹道诸元补偿可分两步实施。第一步,假设选取弹道诸元为发射方位角 A_0 和导弹主动段末级俯仰程序变化率 $\dot{\varphi}_3$,采用牛顿迭代法计算得到基本弹

道诸元 $A_0 = 0^\circ, \dot{\varphi}_3 = -2.12^\circ/\text{s}$ 进行计算。第二步,在弹道计算过程中考虑了扰动引力的影响,计算全程扰动引力对于弹道落点的影响,假设选取发射区域地形条件差异较大的三个发射点发射,扰动引力的影响结果如表 2 所示。

表 2 扰动引力对弹道落点的影响

Tab. 2 Influence of disturbance gravity on the ballistic

	地区 1	地区 2	地区 3
$\Delta L/\text{m}$	189.49	202.02	175.53
$\Delta H/\text{m}$	149.02	86.87	34.11

根据落点偏差对发射诸元的偏导数 $\partial L/\partial A, \partial L/\partial \dot{\varphi}_n, \partial H/\partial A_0, \partial H/\partial \dot{\varphi}_n$ 及扰动引力的影响量 $\Delta L, \Delta H$ 计算诸元修正量 $\Delta A_0, \Delta \dot{\varphi}_n$:

$$\begin{bmatrix} \Delta A_0 \\ \Delta \dot{\varphi}_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \partial L/\partial A_0 & \partial L/\partial \dot{\varphi}_n \\ \partial H/\partial A_0 & \partial H/\partial \dot{\varphi}_n \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta L \\ \Delta H \end{bmatrix} \quad (3)$$

得到最终修正后的诸元为:

$$\begin{cases} A = A_0 + \Delta A_0 \\ \dot{\varphi}'_n = \dot{\varphi}_n + \Delta \dot{\varphi}_n \end{cases} \quad (4)$$

采用修正后诸元的弹道落点精度如表 3

所示。

表 3 诸元补偿后的弹道落点精度

Tab. 3 Compensative effect upon hit accuracy

	地区 1	地区 2	地区 3
$\Delta L/m$	2.23	-2.13	1.95
$\Delta H/m$	0.48	1.98	0.85

仿真结果表明,通过分步式补偿,大幅度减小了扰动引力对导弹落点的影响,可以满足远程弹道导弹对落点精度的要求。

4 结论

1)通过对主动段和被动段扰动引力对弹道导弹命中精度的影响机理剖析得出,扰动引力对命中精度影响的关键在于制导控制系统中地球引力模型计算、使用的不精确性。

2)考虑直接补偿扰动引力影响不易实现,基于控制系统理论,建立了保证导弹在扰动引力作用下仍能命中目标的等效补偿理论。

3)针对弹道诸元补偿、制导诸元补偿和弹上实时补偿等不同补偿的应用需求,考虑误差量与补偿量的映射和补偿关系,提出了嵌入式补偿、分步式补偿、分段式补偿等几种补偿模式,为后续补偿实施提供了理论支撑和有益的参考。

4)以弹道诸元分步式补偿为例,给出了诸元修正的计算方法。仿真结果表明,修正后的弹道诸元可以满足远程弹道导弹对命中精度的要求,

在一定程度上印证了等效补偿理论及其补偿模式的正确性和有效性。

参考文献 (References)

- [1] 张金槐. 远程火箭精度分析与评估[M]. 长沙:国防科技大学出版社, 1995.
ZHANG Jinhui. Launch vehicle accuracy analysis and evaluation [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1995. (in Chinese)
- [2] 郑伟, 汤国建. 扰动引力场中弹道导弹飞行力学[M]. 北京:国防工业出版社, 2009.
ZHENG Wei, TANG Guojian. Flight dynamics of ballistic missile in gravity anomaly field [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2009. (in Chinese)
- [3] 陈国强. 引力异常对惯性制导的影响[J]. 国防科技大学学报, 1980(1): 141-160.
CHEN Guoqiang. The effect of gravity anomaly on inertial guidance [J]. Journal of National University of Defense Technology, 1980(1): 141-160. (in Chinese)
- [4] 张士峰, 杨华波, 蔡洪. 惯性制导武器精度分析与评估[M]. 长沙:国防科技大学出版社, 2008.
ZHANG Shifeng, YANG Huabo, CAI Hong. Accuracy analysis and assess of inertia guidance weapon [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 2008. (in Chinese)
- [5] 袁宇, 王明海. 扰动引力计算及其对导弹精度影响研究[J]. 弹箭与制导学报, 2006, 26(2): 360-366.
YUAN Yu, WANG Minghai. The calculation of disturbing gravitation and the research of its effect on missile accuracy [J]. Journal of Missile and Guidance, 2006, 26(2): 360-366. (in Chinese)
- [6] 陈世年. 控制系统设计[M]. 北京:宇航出版社, 2005.
CHEN Shinian. Control system design [M]. Beijing: Press of Astronautics, 2005. (in Chinese)
- [7] 王继平, 肖龙旭, 王安民, 等. 一种虚拟目标点的弹道迭代确定方法[J]. 飞行力学, 2012, 30(6): 551-555.
WANG Jiping, XIAO Longxu, WANG Anmin, et al. Launch vehicle flight dynamics and guidance [J]. Flight dynamics, 2012, 30(6): 551-555. (in Chinese)