

## 信道带宽对码相关参考波形算法码跟踪精度的影响\*

庞晶,倪少杰,刘瀛翔,欧钢

(国防科技大学电子科学与工程学院,湖南长沙 410073)

**摘要:**相关文献对码相关参考波形算法码跟踪精度的研究,主要是针对无限信道带宽条件下,仿真分析闸波参数对码跟踪精度的影响,并未分析信道带宽影响。因此,推导了码相关参考波形算法码跟踪精度表达式,分析信道带宽对码相关参考波形算法跟踪精度的影响并进行仿真验证。结论表明,在无限带宽下,减小闸波宽度可提高码跟踪精度,但是在带限条件下,闸波宽度存在最优值。该结论可用于指导卫星导航接收机的码相关参考波形算法设计。

**关键词:**卫星导航;多径;码相关参考波形算法;码跟踪精度

**中图分类号:**TP316 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2016)05-154-04

## Impact of signal bandwidth on code tracking accuracy of code correlation reference waveform algorithm

PANG Jing, NI Shaojie, LIU Yingxiang, OU Gang

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The analysis of code tracking accuracy for CCRW (code correlation reference waveform) from the literature is mainly on the assumption for the infinite channel bandwidth and the simulation that how the gate width parameters affect the code tracking accuracy. Therefore, the analytical expression of code tracking accuracy was derived. The effect of signal channel bandwidth on CCRW tracking accuracy was analyzed and verified. The analysis shows that the code tracking accuracy with unlimited channel bandwidth can be improved by reducing the width of the gate wave, but there is an optimal value of the gate width in the band-limited condition. The research results can be used to guide CCRW algorithm design for GNSS receivers.

**Key words:** satellite navigation; multipath; code correlation reference waveform algorithm; code tracking accuracy

多径误差是由于卫星导航信号经过反射、散射等到达接收机天线引起的,可达米级,目前已成为卫星导航接收机的主要误差源之一<sup>[1]</sup>。基于信号处理的多径抑制技术大都是从接收机环路设计角度进行研究,产生了窄相关、Double Delta 等技术<sup>[2-3]</sup>。利用码相关参考波形(Code Correlation Reference Waveforms, CCRW)技术对上述这些算法进行进一步扩展,通过改变码跟踪环路中本地参考信号的波形,使其与接收信号的互相关函数成为所期望的波形,可以达到更优的多径抑制性能<sup>[4]</sup>。

目前对 CCRW 算法的研究通常是关注闸波宽度对多径误差包络的影响<sup>[5-7]</sup>,对码跟踪精度的研究相对较少。码跟踪精度是接收机跟踪算法性能的重要评估指标,很多专家学者对码跟踪精度进行了比较深入的分析。Betz 等在码跟踪领域

的贡献最为突出,文献[8-9]基于码跟踪处理的模型推导了噪声及高斯干扰环境中码跟踪精度的解析表达式。CCRW 算法对带限信号不同闸波宽度下的码跟踪精度的研究主要基于仿真分析<sup>[10]</sup>,并无理论推导。

## 1 信号模型

CCRW 技术将接收信号  $r(t)$  与本地生成的扩频码  $c(t)$ 、本地参考波形  $w(t)$  分别进行相关累加<sup>[10]</sup>,其码跟踪环路通常使用点积功率型准相干鉴别器,其实现结构如图 1 所示。

以二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying, BPSK)信号的 W2 闸波为例,W2 闸波的构造规则为:

1) 当下一个码片为正时,以码片边沿为中心,电平为  $[-1 \ 1 \ 1 \ -1]$ ,四个电平的宽度均为  $\Delta$

\* 收稿日期:2015-08-01

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61403413)

作者简介:庞晶(1978—),女,山西新绛人,讲师,博士研究生,E-mail:pangjing\_nudt@126.com

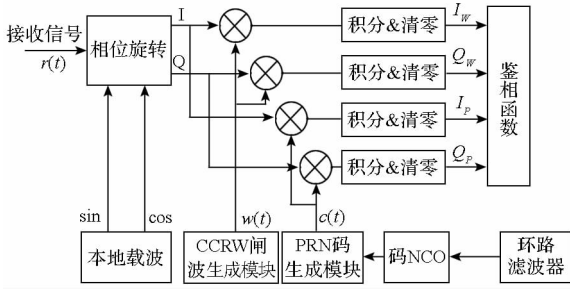


图1 CCRW 算法实现结构示意图

Fig.1 Scheme of CCRW algorithm

的闸波;

2) 当下一个码片为负时,以码片边沿为中心,电平为[1 -1 -1 1],四个电平的宽度均为  $\Delta$  的闸波。

其中  $\Delta$  通常称为闸宽,对应的波形如图 2 所示。

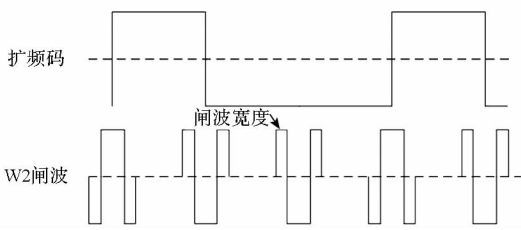


图2 CCRW 算法 W2 闸波示意图

Fig.2 Code wave form of W2 in CCRW algorithm

假设接收信号  $r(t)$  的表达式为:

$$r(t) = \sqrt{2C}c(t) \cos[2\pi(f_0 + f_d)t + \theta] + n_r(t) \quad (1)$$

式中,  $C$  表示信号功率,  $c(t)$  表示调制的扩频码,  $f_0$  和  $f_d$  分别表示载波的中心频率和多普勒频率,  $\theta$  表示载波相位,  $n_r(t)$  表示接收机带限高斯白噪声,其双边功率谱密度为  $N_0$ , 信号载噪比为  $C/N_0$ 。

$n_r(t)$  可表示为:

$$n_r(t) = n_c(t) \cos(2\pi f_0 t + \theta) + n_s(t) \sin(2\pi f_0 t + \theta) \quad (2)$$

式中,  $n_c(t)$  和  $n_s(t)$  是相互独立且与  $n_r(t)$  具有相同统计特性的基带高斯白噪声。

由于论文主要分析码跟踪精度,因此假设接收机已处于正常跟踪状态,载波频率同步,此时本地复现载波的表达式分别为  $2\cos[2\pi(f_0 + f_d)t]$  和  $-2\sin[2\pi(f_0 + f_d)t]$ ,由于后续的相关累加操作会消除下变频产生的倍频成分,因此下变频后的正交、同相支路的信号  $I(t)$  和  $Q(t)$  可表示为:

$$I(t) = \sqrt{2C}c(t) \cos\theta + n_I(t) \quad (3)$$

$$Q(t) = \sqrt{2C}c(t) \sin\theta + n_Q(t) \quad (4)$$

其中,  $n_I(t)$ ,  $n_Q(t)$  是 I/Q 支路的噪声分量,表达

式分别为:

$$n_I(t) = n_c(t) \cos\theta + n_s(t) \sin\theta \quad (5)$$

$$n_Q(t) = n_c(t) \sin\theta - n_s(t) \cos\theta \quad (6)$$

易知,  $n_I(t)$ ,  $n_Q(t)$  是与  $n_c(t)$ ,  $n_s(t)$  具有相同统计特性的基带高斯噪声。

假设 CCRW 算法本地码参考波形为  $w(t)$ , 则 I/Q 支路准时支路相关累加值和参考波形支路相关累加值的表达式分别为:

$$I_p(t) = \sqrt{2CR_c}(\tau) \cos\theta + n_{IP}(t) \quad (7)$$

$$Q_p(t) = \sqrt{2CR_c}(\tau) \sin\theta + n_{QP}(t) \quad (8)$$

$$I_w(t) = \sqrt{2CR_{cw}}(\tau) \cos\theta + n_{IW}(t) \quad (9)$$

$$Q_w(t) = \sqrt{2CR_{cw}}(\tau) \sin\theta + n_{QW}(t) \quad (10)$$

其中,  $\tau$  表示相关码片延迟,  $R_c(\cdot)$  表示带限条件下  $c(t)$  的自相关函数,  $R_{cw}(\cdot)$  表示带限条件下  $c(t)$  和  $w(t)$  的互相关函数。

当点积功率型准相干鉴别器使用 CCRW 算法时,鉴相函数可表示为:

$$e(\tau) = I_w I_p + Q_w Q_p \quad (11)$$

下面将基于上述信号模型,推导 CCRW 算法码跟踪精度的解析表达式。

## 2 码跟踪精度的理论推导

假设载波环已经稳定跟踪,仅考虑码跟踪环,将式(7) ~ (10)代入式(11),可以得到 CCRW 算法码跟踪环路的鉴相函数:

$$\begin{aligned} e(\tau) &= 2CR_c(\tau)R_{cw}(\tau) + \sqrt{2CR_c}(\tau)n_{IW}(t) + \\ &\quad \sqrt{2CR_{cw}}(\tau)n_{IP}(t) + n_{IP}(t)n_{IW}(t) + n_{QP}(t)n_{QW}(t) \\ &= 2CR_c(\tau)R_{cw}(\tau) + n(t) \end{aligned} \quad (12)$$

码跟踪环的跟踪精度为单边带噪声带宽、噪声功率等的函数,表达式为<sup>[1]</sup>:

$$\sigma^2 = \frac{2B_L T_c \sigma_n^2}{K^2} \quad (13)$$

式中,  $B_L$  表示码跟踪环路的单边噪声带宽,  $T_c$  表示相干积累时间,  $\sigma_n^2$  表示鉴别函数中噪声分量的功率,  $K$  表示鉴别函数在零点处的斜率。下面计算表达式中各分量的值。

鉴别函数在零点处的斜率为:

$$\begin{aligned} K &= \left. \frac{\partial e(\tau)}{\partial \tau} \right|_{\tau=0} \\ &= 2C \left[ R_c(\tau) \frac{\partial R_{cw}(\tau)}{\partial \tau} \right]_{\tau=0} + \left. R_{cw}(\tau) \frac{\partial R_c(\tau)}{\partial \tau} \right|_{\tau=0} \\ &= 2CR_c(0)K_{cw} \end{aligned} \quad (14)$$

式中,  $K_{cw}$  表示互相关函数  $R_{cw}(\cdot)$  在零点处的斜率。

根据式(12),鉴别函数中噪声分量的表达

式为:

$$n(t) = \sqrt{2CR_c}(\tau)n_{IW}(t) + \sqrt{2CR_{cw}}(\tau)n_{IP}(t) + n_{IP}(t)n_{IW}(t) + n_{QP}(t)n_{QW}(t) \quad (15)$$

求  $n^2(t)$ , 忽略掉  $\tau=0$  时均值为零的项  $R_{CW}(0)$ ,  $R_c(0)n_{IW}^2(t)n_{IP}(t)$ ,  $R_c(0)n_{IW}(t)n_{QP}(t)$   $n_{QW}(t)$ , 噪声分量功率  $E[n^2(t)]$  的表达式为:

$$E[n^2(t)] = E[2CR_c^2(0)n_{IW}^2(t) + n_{IP}^2(t)n_{IW}^2(t) + n_{QP}^2(t)n_{QW}^2(t) + 2n_{IP}(t)n_{QP}(t)n_{IW}(t)n_{QW}(t)] \quad (16)$$

求式(16)中各噪声分量的均值:

$$E[n_{IW}^2(t)] = R_w(0)N_0/T_c \quad (17)$$

$$E[n_{IP}^2(t)n_{IW}^2(t)] = E[n_{QP}^2(t)n_{QW}^2(t)] = R_c(0)R_w(0)N_0^2/T_c^2 \quad (18)$$

$$E[n_{IP}(t)n_{IW}(t)n_{QP}(t)n_{QW}(t)] = \tilde{R}_{cw}^2(0)N_0^2/T_c^2 = 0 \quad (19)$$

将各分量的均值式(17)~(19)代入式(16), 可以得到噪声分量功率的表达式为:

$$\sigma_n^2 = 2R_c(0)R_w(0)N_0^2/T_c^2 + 2CR_c^2(0)R_w(0)N_0/T_c \quad (20)$$

将鉴别函数斜率的表达式(14)和噪声功率的表达式(20)代入式(13), 可以得到 CCRW 算法码跟踪精度(码片数)的表达式为:

$$\sigma^2 = \frac{B_L R_w(0)}{C/N_0 K_{cw}^2} \left( 1 + \frac{1/R_c(0)}{C/N_0 T_c} \right) \quad (21)$$

上述表达式不仅适用于 BPSK 信号, 同样适用于二进制偏移载波(Binary Offset Carrier, BOC)调制信号, 只需要将其中的相关函数替换成 BOC 信号的相关函数即可。

### 3 仿真验证

#### 3.1 Monte Carlo 仿真

下面使用 Monte Carlo 仿真对理论推导的结论进行验证。具体的仿真参数如表 1 所示。

表 1 仿真参数

Tab. 1 Simulation parameters

仿真参数	设置值
信号格式	BOC(1,1)
信号载噪比	35 ~ 50 dB-Hz
信号码率	1.023 Mcps
信号带宽	4 倍码率
相干积累时间	1 ms
环路带宽	1 Hz

当闸波宽度为 1/8 码片时, 不同信号载噪比下码跟踪精度的仿真值与理论值如图 3 所示。

由上述结果可见, 仿真值与理论值能够较好地吻合, 证明了分析的正确性。以上仿真采用了与文献[10]相同的仿真条件, 其结果与文献的分析结果相吻合。

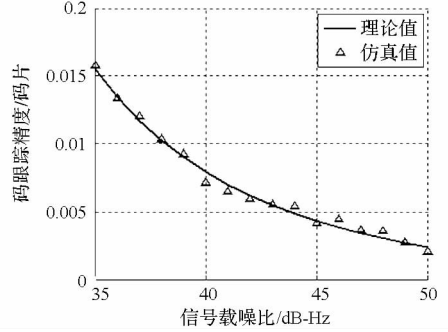


图 3 不同信号载噪比下码跟踪精度的仿真结果  
Fig. 3 CCRW code tracking accuracy of different  $C/N_0$

#### 3.2 导航信号模拟源半实物仿真

对天的实测数据不知道信号的真实参数, 因此使用导航信号模拟源输出的已知载噪比的信号进行半实物仿真。

当输入信号载噪比为 40 dB-Hz、信号带宽 4 倍码率时, 不同闸波宽度下码跟踪精度的仿真值与理论值如图 4 所示。

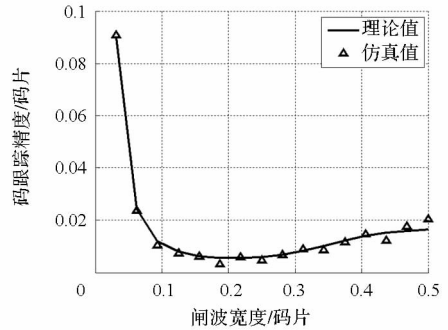


图 4 不同闸波宽度下码跟踪精度的仿真值  
Fig. 4 Simulation values of code tracking accuracy under different widths of the gate waves

由图 4 结果可见, 半实物仿真值与理论值能够较好地吻合, 证明了分析的正确性。

### 4 带宽对码跟踪精度的影响

根据前面推导得到的码跟踪精度的表达式, 分析信号带宽分别为 2 倍码率、4 倍码率、无限带宽时, 不同闸波宽度下 CCRW 算法的码跟踪精度。

当信号载噪比为 40 dB-Hz、预检测积累时间

为 1 ms、环路带宽为 1 Hz 时,不同前端带宽下 CCRW 算法的码跟踪精度如图 5 所示。

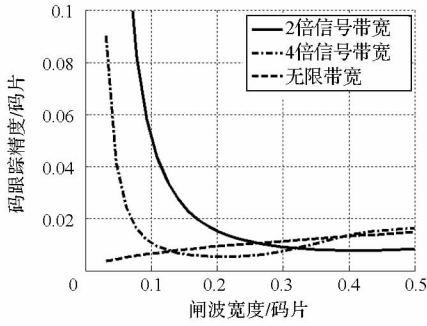


图 5 不同闸波宽度下 CCRW 算法的码跟踪精度

Fig.5 CCRW code tracking accuracy under different widths of the gate waves

由图 5 可见,在无限带宽条件下,减小闸波宽度可以提高码跟踪精度;但是在带限条件下,为了获得最优的码跟踪精度,闸波宽度存在最优值。当前端带宽为 2 倍码率时,最优的闸波宽度约为 0.4 个码片;而当前端带宽为 4 倍码率时,最优的闸波宽度约为 0.2 个码片。

对于低码率信号而言,由于前端带宽相对较宽,因此可以选择较小闸波宽度,而对于高码率信号,减小闸波宽度反而可能导致码跟踪精度的恶化。

同样地,当闸波宽度确定之后,存在最优的信号带宽。以闸波宽度为 1/8 码片为例,不同前端带宽下的码跟踪精度如图 6 所示。

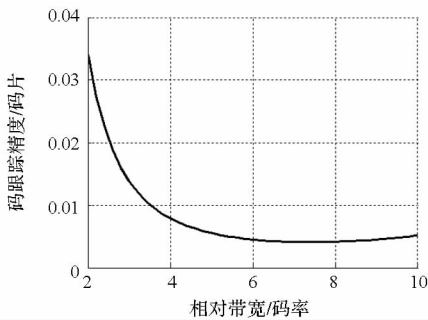


图 6 不同前端带宽下 CCRW 算法的码跟踪精度

Fig.6 CCRW code tracking accuracy of different front bandwidth

由图 6 可见,当闸波宽度选为 1/8 码片时,为了保证最优的码跟踪精度,前端带宽应选为 7.4 倍的码率。

## 5 结论

目前对 CCRW 算法码跟踪精度的研究大都基于仿真,而缺少理论分析。论文推导了 CCRW 算法码跟踪精度的解析表达式并进行了仿真验

证。结果表明在有限带宽条件下,为了实现最优的码跟踪精度,存在最优的闸波宽度。因此对于高码率信号而言,减小闸波宽度并不一定能够提高码跟踪精度,甚至有可能导致精度的恶化。该结论可指导卫星导航接收机 CCRW 算法设计。

## 参考文献 (References)

- [1] Kaplan E D, Hegarty C J. Understanding GPS: principles and applications[M]. 2nd ed. USA: Artech House, 2006.
- [2] van Dierendonck A J, Fenton P, Ford T. Theory and performance of narrow correlator spacing in a GPS receiver[J]. Navigation Journal of the Institute of Navigation, 1992, 39(3): 265-283.
- [3] Garin L, van Diggelen F, Rousseau J M. Strobe & edge correlator multipath mitigation for code [C] //Proceedings of International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, 1996: 657-664.
- [4] Lee Y C. Compatibility of the new military GPS signals with non-aviation receivers [C]// Proceedings of the ION 58th Annual Meeting and the CIGTF 21st Guidance Test Symposium, 2002: 581-597.
- [5] Irsigler M, Avila-Rodriguez J A, Hein J W. Criteria for GNSS multipath performance assessment [C]//Proceedings of the 18th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, 2005: 2166-2177.
- [6] 唐祖平, 胡修林, 黄旭方. 卫星导航信号设计中的抗多径性能分析[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2009, 37(5): 1-4.  
TANG Zuping, HU Xiulin, HUANG Xufang. Analysis of multipath rejection performance in GNSS signal design[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2009, 37(5): 1-4. (in Chinese)
- [7] 刘荟萃, 程肖, 倪少杰, 等. 一种基于误差包络的多径抑制性能评估准则[J]. 国防科技大学学报, 2011, 33(1): 72-75.  
LIU Huicui, CHENG Xiao, NI Shaojie, et al. Evaluation of multipath mitigation performances based on error envelope[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2011, 33(1): 72-75. (in Chinese)
- [8] Betz J W, Kolodziejcki K R. Generalized theory of GPS code tracking with an early-late discriminator part I: lower bound and coherent processing[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2009, 45(4): 1538-1550.
- [9] Betz J W, Kolodziejcki K R. Generalized theory of GPS code tracking with an early-late discriminator part II: noncoherent processing and numerical results[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2009, 45(4): 1551-1564.
- [10] 张锴, 李井源, 张勇虎, 等. 带限信道中准相干码相关参考波形技术多径抑制性能分析[J]. 国防科技大学学报, 2012, 34(2): 64-69.  
ZHANG Kai, LI Jingyuan, ZHANG Yonghu, et al. Multipath mitigation performance evaluation of quasi-coherent code correlation reference waveform technique in band-limited receiver channels [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2012, 34(2): 64-69. (in Chinese)