

## 含轴间距误差的消隙齿轮刚柔耦合动力学仿真\*

罗自荣<sup>1</sup>, 杨政<sup>2</sup>, 尚建忠<sup>1</sup>, 于乃辉<sup>1</sup>, 曹玉君<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南长沙 410073; 2. 北京信息高技术研究所, 北京 100095)

**摘要:**轴间距误差对消隙齿轮精度和性能有重要影响,但其机理和规律并不清楚。基于接触碰撞力约束关系建立齿轮接触动力学模型,进一步利用 ADAMS/Flex 建立单级消隙齿轮传动系统的刚柔耦合模型,通过刚柔耦合动力学仿真研究消隙齿轮传动在不同轴间距制造误差条件下的振动及频率特性。研究发现:随着轴间距的减小,扭簧的平均力矩增大,齿轮齿面间的啮合力矩以及摩擦力矩也将增大,从而阻碍扭矩的正常传递,并导致固定齿轮转速幅值降低;随着轴间距的增大,固定齿轮主谐振频率整体上降低,而且在轴间距稍大于标准中心距时降低很快。这一发现可指导消隙齿轮传动的设计和装配。

**关键词:**消隙齿轮;装配参数;动力学;刚柔耦合

中图分类号:TP242 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2016)05-170-06

## Rigid-flexible coupling dynamics simulation of anti-backlash gear considering shaft distance errors

LUO Zirong<sup>1</sup>, YANG Zheng<sup>2</sup>, SHANG Jianzhong<sup>1</sup>, YU Naihui<sup>1</sup>, CAO Yujun<sup>1</sup>

(1. College of Mechatronics and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Beijing Institute of Information High Technology, Beijing 100095, China)

**Abstract:** It is widely recognized that the shaft distance errors have vital effect on the accuracy and performance of anti-backlash gear transmission system. However, the essential mechanism and property is still undiscovered. Based on the contact constrained dynamics model of anti-backlash gear transmission system, the rigid-flexible coupling dynamics model of anti-backlash gear transmission system was established by adopting the ADAM/ Flex. Then, the rigid-flexible coupling dynamics simulation was carried out to study the vibration and frequency characteristics of the anti-backlash gear transmission system with different shaft distance errors. It is discovered that the spring torque, contact force and the friction torque will increase with the decrease of shaft distance, which will hamper the normal motion of the active gear and reduce the magnitude of rotation speed of the fixed shaft; the main frequency of the main shaft will decrease with the increase of shaft distance, and the decrease will be sharper when the shaft distance is a little more larger than the standard centre distance. These discoveries will be helpful in the design and assembly of anti-backlash system.

**Key words:** anti-backlash gear; assembly parameters; dynamics; rigid-flexible coupling

消隙齿轮机构是一种精密传动装置,既可消除齿轮本身误差引起的齿隙,也可消除由温度变化而引起的空程<sup>[1-2]</sup>。因此,消隙齿轮机构在工业机器人<sup>[3]</sup>、精密伺服机构<sup>[4-6]</sup>、雷达天线<sup>[7-9]</sup>、惯性稳定平台<sup>[10-11]</sup>等精密工程领域应用广泛。

消隙齿轮机构通常工作在频繁启动、制动、正反转的载荷环境下,要求其具有高速、高精度、高稳定性的动力学特性。然而,目前大部分有关消隙齿轮的研究主要停留在结构设计计算、传动精度及动力学层面,少有研究考虑其制造误差对其精度和性能的影响。石辉<sup>[12]</sup>列举了常用弹簧加载双片齿轮的结构形式,建立了多种弹簧的力学

模型并推导出弹性力矩及相关参数的计算公式;马伯渊等<sup>[13]</sup>从静力学的角度分析了弹簧消隙齿轮的受力情况,叙述了残余回差的产生原因,并对某传动机构中弹簧消隙齿轮传动链的回程误差进行了分析估算;Shim 等<sup>[14]</sup>将双片齿轮消隙系统用于一种农用拖拉机上以降低其动力输出端(Power Take Off, PTO)的噪声,利用经过实验验证过的仿真模型分析 PTO 的振动与噪声,表明双片齿轮消隙系统对 PTO 有很好的降噪作用;李国民<sup>[9]</sup>建立了双片齿轮的扭振动力学简化模型,对双片齿轮固有频率进行了分析计算;Naoki 等<sup>[3]</sup>提出了一种具有消隙齿轮传动关节的工业机器手

\* 收稿日期:2015-06-24

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51175505)

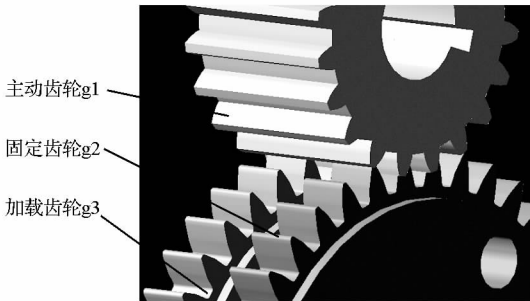
作者简介:罗自荣(1974—),男,湖南邵阳人,副教授,博士,硕士生导师,E-mail:luozirong@nudt.edu.cn

臂控制方法,建立了一种具有三段柔性连接特性(three segment flexible joint characteristic)的消隙齿轮近似刚度模型,并对特性曲线进行了光滑处理;Kwon等<sup>[6]</sup>建立了含摩擦的消隙齿轮伺服机构动力学模型,其中消隙齿轮刚度模型同样用典型的三段柔性连接曲线表示;Allan等<sup>[15]</sup>提出了一种计算消隙弹簧最小预紧力矩的方法,建立了不考虑时变啮合刚度的多刚体系统扭转运动学方程。

杨政等研究发现装配工艺参数对其精度和性能有重要影响<sup>[16-19]</sup>,然而,建立包含装配参数的动力学理论模型非常困难。轴间距误差是齿轮传动一种典型的制造误差,其对消隙精度和动力学特性影响机理和规律并不清楚,因此,拟建立双片消隙齿轮的接触动力学模型和刚柔耦合动力学模型,通过动力学仿真研究消隙齿轮传动不同轴间距制造误差条件下的振动及频率特性。

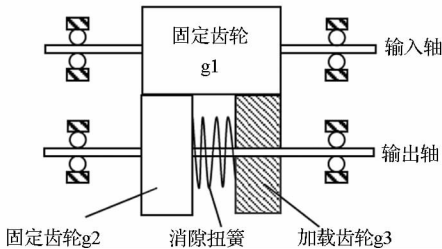
## 1 双片消隙齿轮接触碰撞动力学建模

双片齿轮消隙机构的三维模型如图1(a)所示,原理如图1(b)所示。



(a) 三维模型

(a) 3D model



(b) 工作原理图

(b) Working principle

图1 消隙齿轮机构的结构参数

Fig.1 Structure parameters of anti-backlash gear mechanism

$g_1$  为主动齿轮,同时与齿轮  $g_2$  和  $g_3$  啮合。 $g_2$  为齿轮轴又称固定齿轮, $g_3$  为空套在轴上的浮动齿轮,又称为加载齿轮。加载齿轮和固定齿轮

之间加一根扭簧,当两片齿轮相对转动一定齿数后,扭簧拉紧,然后将双片齿轮与主动齿轮啮合。由于扭簧的作用,固定齿轮和加载齿轮的轮齿分别与主动齿轮轮齿的两个侧面接触。当主动齿轮顺时针旋转时,它与固定齿轮啮合,加载齿轮则由于弹簧的作用,紧贴着主动齿轮的非工作侧面,当主动齿轮逆时针旋转时,立刻与加载齿轮啮合,达到了消隙的效果,提高了传动精度。

主动齿轮与固定齿轮、加载齿轮的动力学关系定义为基于接触碰撞的力约束关系,即齿轮之间只能通过接触碰撞力(法向)和摩擦力(切向)相互约束,而不存在其他的约束关系。

各啮合齿轮轮齿之间的接触碰撞采用 Impact 函数来计算接触碰撞力,将实际中物体的碰撞过程等效为基于穿透深度的非线性弹簧-阻尼模型,其计算表达式为:

$$F = \begin{cases} \max\{K(x_1 - x)n - \text{step}(x, x_1 - d, c_{\max}, x_1, 0)\dot{x}, 0\}, & x < x_1 \\ 0, & x > x_1 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $K$  为接触刚度系数; $x_1$  为位移开关量,用于确定碰撞是否起作用; $x$  为接触齿轮之间的实际位移; $d$  为阻尼达到最大时两接触齿轮的穿透深度; $c_{\max}$  为最大接触阻尼; $\dot{x}$  为穿透速度; $n$  为非线性弹簧力指数。

齿轮之间的接触状态判断条件为:当  $x > x_1$  时,两齿轮不发生接触,接触力为 0;当  $x < x_1$  时,两齿轮接触,接触力大小与接触刚度系数、非线性指数、阻尼系数以及两物体距离的改变量即穿透量有关。

### 1.1 弹性力

弹性力表达式为  $K(x_1 - x)^n$ ,相当于一个非线性弹簧,弹性力分量中最主要的参数是接触刚度系数  $K$ 。接触刚度系数与齿轮的材料属性和接触表面的几何形状有关,文献[20]提供了接触刚度计算式来计算各齿轮啮合的齿廓面接触刚度,即:

$$K = \frac{4}{3\pi(h_1 + h_2)} \sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \quad (2)$$

式中, $R_1, R_2$  分别为相啮合的两齿廓面在啮合点处的曲率半径。对于渐开线齿轮,啮合点在齿廓面上的位置是不断变化的,其曲率半径也时刻在变化,以两轮齿在啮合节点处啮合作为计算点,则:

$$R_i = \frac{mz_i}{2} \sin\alpha, \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

式中,  $m$  为模数,  $z$  为啮合齿轮的齿数,  $\alpha$  为节圆压力角;  $h_1, h_2$  分别为材料参数, 计算公式为:

$$h_i = \frac{1 - \nu_i^2}{\pi E_i}, \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

式中,  $\nu$  为泊松比,  $E$  为弹性模量。

### 1.2 阻尼力

阻尼力  $\text{step}(x, x_1 - d, c_{\max}, x_1, 0)\dot{x}$ , 其方向与运动方向相反, 为了避免阻尼分量突变而使得函数变得不连续, 采用阶跃函数  $\text{step}(\cdot)$  来定义阻尼, 如图 2 所示。

齿轮啮合中的轮齿啮合接触阻尼系数一般采用非线性阻尼模型来计算, 该模型认为齿轮表面接触 - 碰撞过程中的能量损失是由接触阻尼引起的, 计算式为:

$$c = \frac{3K(1 - e^2)}{4U} \delta^n \quad (5)$$

式中:  $e$  为弹性恢复系数, 定义为接触前法向速度差与接触后法向速度差的比, 跟齿轮的材料、碰撞表面曲率半径、碰撞速度以及润滑介质的黏度有关, 一般通过实验测定;  $\delta$  为穿透深度;  $n$  为非线性指数;  $U$  为碰撞速度, 以相啮合的两个齿轮在节点处的线速度的差值代替。

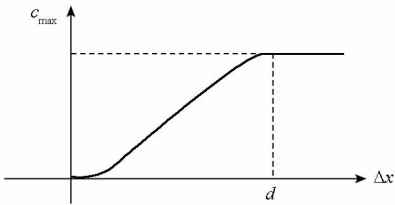


图 2 碰撞过程中的阻尼变化曲线

Fig. 2 Damping variation during collision process

### 1.3 摩擦力

接触齿轮之间的摩擦力一般采用库仑摩擦模型, 摩擦力的函数表达式为:

$$f = -N \cdot \text{step}(v, -V_s, -1, V_s, 1) \cdot \text{step}(|v|, V_s, C_s, V_1, C_d) \quad (6)$$

式中:  $N$  为法向力;  $v$  为表面相对滑移速度;  $V_s$  为最大静摩擦对应的相对滑移速度;  $C_s$  为静摩擦系数;  $V_1$  为动摩擦对应的相对滑移速度;  $C_d$  为动摩擦系数。

## 2 消除齿轮刚柔耦合动力学建模

在基于接触碰撞力约束关系的齿轮动力学模型的基础上, 拟结合柔性体系统动力学理论, 利用 ADAMS/Flex 有限元分析软件对消除齿轮刚柔耦合系统进行动力学建模与动态特性分析。其中轴

承支撑采用刚性连接, 其余部件包括传动轴、主动齿轮、固定齿轮以及加载齿轮均为柔性有限元模型, 建立的刚柔耦合模型如图 3 所示。

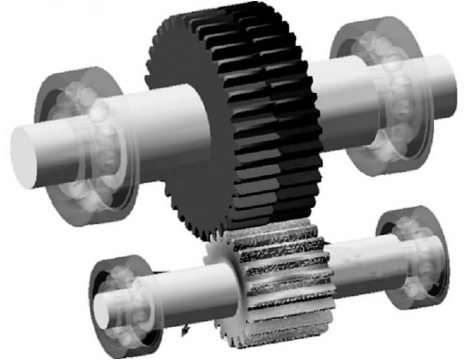


图 3 刚柔耦合模型

Fig. 3 Rigid-flexible coupling model

ADAMS/Flex 是 ADAMS 软件包中的一个集成可选模块, 提供了与 ANSYS, MSC/NASTRAN, ABAQUS, I-DEAS 等软件的接口, 可以方便地考虑零部件的弹性特性, 建立多体动力学模型, 以提高系统仿真的精度。

### 2.1 齿轮传动轴柔性有限元建模

齿轮传动轴采用柔性梁连接法, 该方法将传动轴离散为小刚性构件, 小刚性构件之间通过柔性梁连接。传动轴离散柔性连接件的变形是柔性梁连接的变形, 并不是小刚性构件的变形, 小刚性构件的任意两点不能产生相对位移, 所以离散柔性连接件本质还是在刚性构件的范畴内。

该方法的优点在于, 建立的柔性体可以模拟齿轮传动轴的非线性变形, 可以直接帮助用户计算传动轴横截面的属性, 比直接使用柔性梁连接将两个构件连接起来方便。

### 2.2 齿轮柔性有限元建模

齿轮建模采用模态中性文件法, 该方法是利用其他有限元分析软件将齿轮离散成细小的网格进行模态计算, 将计算的模态保存为模态中性文件 (Modal Neutral File, MNF) 直接读取到 ADAMS 中建立柔性体。

计算 MNF 的有限元软件有 ANSYS, NASTRAN, I-DEAS 以及 ABAQUS 等, 在此采用 ANSYS 计算齿轮的 MNF。计算得到的齿轮模态是构件自身的一个物理属性, 齿轮有限元模型的各个节点有一定的自由度, 所有节点自由度的和就构成了齿轮有限元模型的自由度, 该有限元模型有多少个自由度, 齿轮就有多少阶模态。由于采用的是模态线性叠加来模拟齿轮变形, 因此模

态式柔性体适用于线性结构的受力行为。

### 3 轴间距对消隙齿轮动力学的影响

引起齿轮的轴间距误差的元素较多,包括齿轮偏心量、轴的柔性变形量、轴承游隙以及中心距偏差等。轴间距误差是影响消隙齿轮精度和动力学性能的主要因素之一,但其影响精度和性能的机理和规律并不清楚。以下基于建立的消隙齿轮刚柔耦合动力学模型,通过动力学仿真研究消隙齿轮传动不同轴间距制造误差条件下的振动及频率特性。各仿真参数设置如表 1 所示。

表 1 仿真参数

Tab. 1 Simulation parameters

参数	数值
主动\加载齿轮齿数	20
固定齿轮齿数	40
标准中心距/mm	18
扭簧刚度/(N·mm/(°))	3000
扭簧预紧力矩/N·mm	9000
驱动轴的扭转刚度/(N·mm/(°))	100 000
输出轴的扭转刚度/(N·mm/(°))	100 000
负载力矩/N·mm	0
齿轮啮合静摩擦系数	0.3
齿轮啮合动摩擦系数	0.1
其他运动副静摩擦系数	0.5
其他运动副动摩擦系数	0.3

#### 3.1 轴间距对扭簧预紧力的影响

图 4 为轴间距对扭簧预紧力的影响情况,可以看出,轴间距对扭簧预紧力的影响较大,在轴间距为最小值 17.8 mm 时,扭簧的平均扭矩为 6378.32 N·mm,当轴间距增大到 18.5 mm 时,扭簧的平均力矩减小到 183.46 N·mm。可见,随着轴间距增大,扭簧的平均力矩持续减小。

图 5(a)~(c)为齿轮的啮合情况,可见,随着中心距的增大,消隙扭簧在初始预紧力的作用下,固定齿轮与加载齿轮发生相对转动,两轮齿始终与主动齿轮的侧齿面保持啮合,表明轴间距并不影响消隙齿轮的静态传动精度。

图 6 为扫频激励过程中轴间距与固定齿轮转速 RMS 的变化曲线,可以看出,随着轴间距的增加,固定齿轮转速 RMS 也不断增加,并且当轴间距大于标准中心距时,固定齿轮转速 RMS 值迅速增加,直至接近轮齿脱离。对照图 5,可进一步发现,当轴间距很小时,如图 5(a)所示,消隙齿轮副

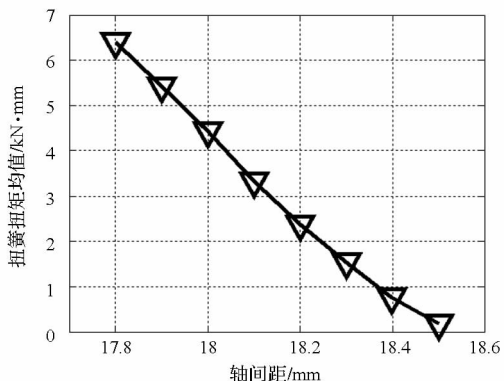
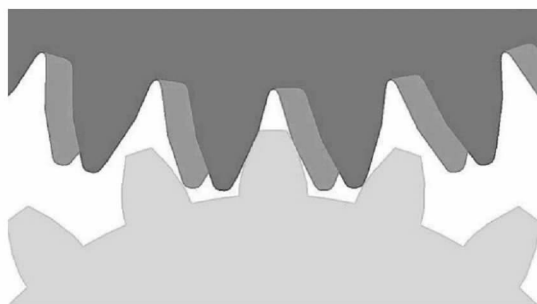


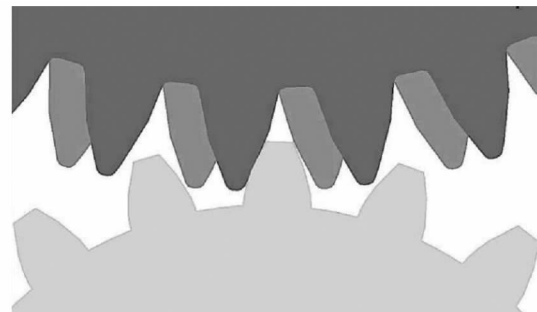
图 4 轴间距对扭簧预紧力的影响

Fig. 4 Influence of shaft distance on the torsion spring preload



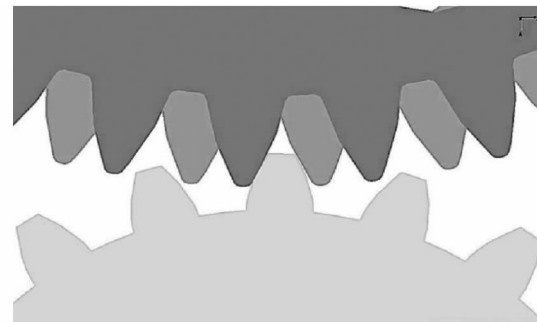
(a) 轴间距 17.8 mm

(a) The shaft distance is 17.8mm



(b) 轴间距 18.0 mm

(b) The shaft distance is 18.0 mm



(c) 轴间距 18.5 mm

(c) The shaft distance is 18.5mm

图 5 不同轴间距时消隙齿轮的啮合状态

Fig. 5 Mesh state of anti-backlash gear with variation of shaft distance

两齿轮啮合较深入,当有外部驱动时,两齿轮由于齿侧间隙变小无法正常啮合运转产生“卡死”的状态,所以转速无法起来。

图 7 为轴间距与齿轮啮合力的变化关系,由图可知,随着轴间距的减小,齿轮齿面间的啮合力矩逐渐增大,由于啮合力矩的增大而导致摩擦力矩同时增大,阻碍了扭矩的正常传递,因此,导致固定齿轮转速幅值降低,“卡死”导致齿面间的接触啮合力增大。

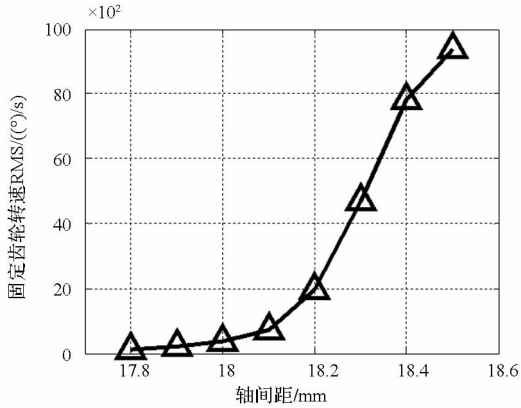


图 6 固定齿轮转速 RMS 随轴间距的变化曲线

Fig. 6 Change of fixed gear speed with shaft distance

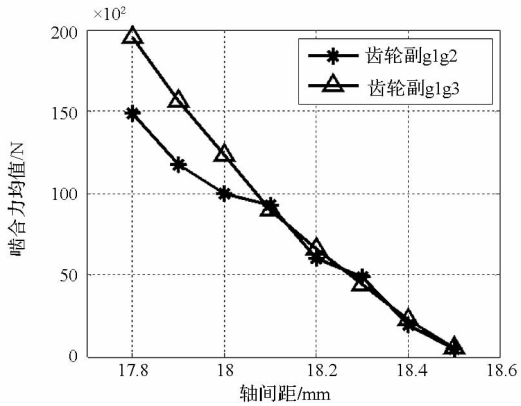


图 7 齿轮副啮合力随轴间距的变化曲线

Fig. 7 Change of mesh force with shaft distance

### 3.2 轴间距对谐振频率的影响

图 8 为固定齿轮主谐振频率随轴间距的变化曲线,可以看出,随着轴间距的增大,固定齿轮主谐振频率整体上是降低的,谐振频率从 524 Hz 降低到 344 Hz,而且在轴间距稍大于标准中心距时降低很快,如轴间距为 18.1 mm 到 18.3 mm 之间。

为了更深入研究轴间距对系统频率特性的影响,本节统计出 8 组不同轴间距下,输出轴端对应的三阶谐振频率值,并绘制出如图 9 所示的输出轴谐振频率随轴间距的变化曲线。从图中可以看

出,随着轴间距的增加,输出轴的各阶谐振频率不断下降,并且幅度很大,就一阶谐振频率来看,从最高的 458.9 Hz 下降到 49.4 Hz。究其原因:随着轴间距的不断增大,扭簧预紧力减小,轮齿间接触贯穿深度减小,同时,接触面积减小,根据接触刚度分形理论,齿轮啮合接触刚度也变小,因此导致谐振频率降低。

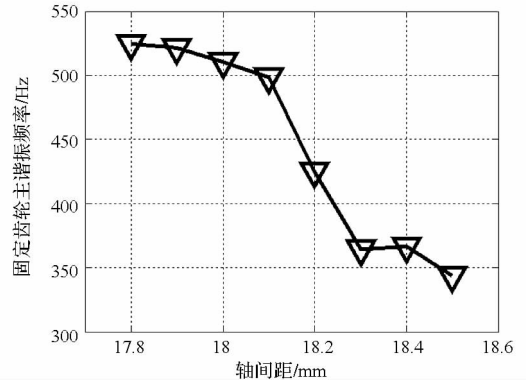


图 8 固定齿轮主谐振频率随轴间距的变化曲线

Fig. 8 Change of fixed gear resonance frequency with shaft distance

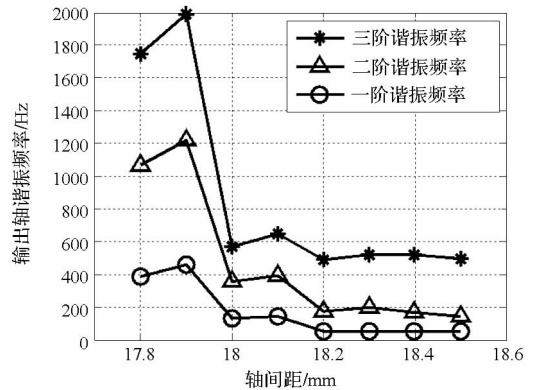


图 9 输出轴谐振频率随轴间距的变化曲线

Fig. 9 Change of output shaft resonance frequency with shaft distance

### 4 结论

建立了单级消除齿轮传动系统的接触动力学模型和基于 ADAMS/Flex 的刚柔耦合动力学模型,通过动力学仿真研究了消除齿轮传动在不同轴间距制造误差条件下的振动及频率特性,研究表明,轴间距并不影响消除齿轮的啮合状态和静态传动精度;但轴间距对消除齿轮的动力学特性有重要影响,减少的轴间距会增加齿轮齿面间的啮合力矩以及摩擦力矩,阻碍扭矩的正常传递;轴间距增大,将降低固定齿轮的主谐振频率,且在轴间距稍大于标准中心距时降低很快。上述发现对

消隙齿轮传动的设计、装配和使用具有指导意义和借鉴作用。

## 参考文献 (References)

- [1] 李丹. 传动装置齿隙位置对伺服系统的影响[J]. 重型机械科技, 2004(2): 26-31.  
LI Dan. The influences to the servo system by the gear clearance of the driving device [J]. Heavy Machinery Science and Technology, 2004(2): 26-31. (in Chinese)
- [2] 谢锋, 梁新立. 机构消隙的方法及应用[J]. 机械管理开发, 2011(2): 118-123.  
XIE Feng, LIANG Xinli. The methods and application of eliminating clearances in structure [J]. Mechanical Management and Development, 2011(2): 118-123. (in Chinese)
- [3] Naoki I, Masayoshi T. Adaptive control of robot manipulators with anti-backlash gears [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1995: 306-311.
- [4] 周保牛, 叶穗. 数控双齿轮消隙减速机的研制[J]. 制造技术与机床, 2008(12): 156-157.  
ZHOU Baoniu, YE Sui. Development of double-gear eliminating backlash decelerator for CNC machine [J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 2008(12): 156-157. (in Chinese)
- [5] 程登元. 一种双电机消隙伺服系统[J]. 雷达科学与技术, 2009, 7(5): 392-396.  
CHENG Dengyuan. A kind of double motor anti-backlash mechanism servo system [J]. Radar Science and Technology, 2009, 7(5): 392-396. (in Chinese)
- [6] Kwon Y S, Hwang H Y, Lee H R, et al. Rate loop control based on torque compensation in anti-backlash geared servo system[C]//Proceeding of the America Control Conference, 2004.
- [7] 高卫. 弹簧消隙小模数齿轮传动链回差计算分析及工程应用[J]. 火控雷达技术, 1999(4): 31-34.  
GAO Wei. Analysis of backlash in spring anti-backlash small modulus gear drive train and its engineering application [J]. Fire Control Radar Technology, 1999(4): 31-34. (in Chinese)
- [8] 马晓丽. 消隙拉簧设计[J]. 机械, 1997(02): 11-13.  
MA Xiaoli. Extension spring design [J]. Machinery, 1997(2): 11-13. (in Chinese)
- [9] 李国民. 双片齿轮固有频率计算分析[J]. 电子机械工程, 2001(3): 11-12.  
LI Guomin. Calculation and analysis of double gear's inherent frequency [J]. Electro-Mechanical Engineering, 2001(3): 11-12. (in Chinese)
- [10] 廖洪波, 范大鹏, 范世珣. 消隙齿轮伺服系统动力学建模与频率特性研究[J]. 航空学报, 2015, 36(3): 987-994.  
LIAO Hongbo, FAN Dapeng, FAN Shixun. Research on the dynamics and frequency characteristics of anti-backlash gear system[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(3): 987-994. (in Chinese)
- [11] 罗自荣, 尚建忠, 范大鹏, 等. 导引头伺服机构的结构非线性动力学特性研究[J]. 中国机械工程, 2010(21): 2521-2526.  
LUO Zirong, SHANG Jianzhong, FAN Dapeng, et al. Study on the nonlinear dynamics of seeker servo mechanism [J]. China Mechanical Engineering, 2010(21): 2521-2526. (in Chinese)
- [12] 石辉. 双片齿轮用弹簧的弹性力计算[J]. 雷达与对抗, 2000(3): 45-50.  
SHI Hui. Spring's elastic force computation for double gear[J]. Radar & Ecm, 2000(3): 45-50. (in Chinese)
- [13] 马伯渊, 李志武. 弹簧消隙齿轮传动链回差分析估算[J]. 机械设计, 2001, 18(6): 40-42.  
MA Boyuan, LI Zhiwu. Analytical estimation of backlash in spring anti-backlash gear drive train [J]. Mechanical Design, 2001, 18(6): 40-42. (in Chinese)
- [14] Shim S B, Park Y J, Kim K U. Reduction of PTO rattle noise of an agricultural tractor using an anti-backlash gear [J]. Biosystems Engineering, 2008, 100(3): 346-354.
- [15] Allan P M, Levy N M. The determination of minimum pre-load torque for anti-backlash gears in a positional servo mechanism[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics and Control Instrumentation, 1980, 27(1): 1232-1239.
- [16] Yang Z, Shang J Z, Yu N H, et al. Effects of shrink range and preload on dynamics characteristics of anti-backlash geared rotor-bearing system with composite mesh stiffness [J]. Journal of Vibroengineering, 2013, 15(4): 1642-1655.
- [17] Yang Z, Shang J Z, Luo Z R. Effect analysis of friction and damping on anti-backlash gear based on the dynamics model with time-varying mesh stiffness [J]. Journal of Central South University, 2013, 20(12): 3461-3470.
- [18] 杨政, 尚建忠, 罗自荣, 等. 扭簧加载双片齿轮消隙机构综合啮合刚度[J]. 机械工程学报, 2013, 49(1): 23-30.  
YANG Zheng, SHANG Jianzhong, LUO Zirong, et al. Research on synthesis meshing stiffness of torsional spring loaded double-gear anti-backlash mechanism [J]. The Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(1): 23-30. (in Chinese)
- [19] Yang Z, Shang J Z, Luo Z R, et al. Nonlinear dynamics modeling and analysis of torsional spring-loaded antibacklash gear with time-varying meshing stiffness and friction [J]. Advances in Mechanical Engineering, 2015, 5(4): 203438.
- [20] 龙凯, 程颖. 齿轮啮合力仿真计算的参数选取研究[J]. 计算机仿真, 2002, 19(6): 87-91.  
LONG Kai, CHENG Ying. The research of parameters by the simulation of exciting force in gears [J]. Computer Simulation, 2002, 19(6): 87-91. (in Chinese)