

考虑载荷作用次数的多失效模式扭力轴灵敏度分析*

刘喆,陶凤和,贾长治

(军械工程学院 火炮工程系, 河北 石家庄 050003)

摘要:机械构件的不同的失效模式之间具有一定的相关性,而且随机载荷作用次数对机械构件的可靠性有一定程度的影响。因此对机械构件进行可靠性灵敏度分析时,需要充分考虑其不同失效模式和载荷作用次数的影响。通过运用顺序统计量理论考虑载荷多次作用以及多种失效模式条件下机械构件可靠性及可靠性灵敏度的变化规律,运用随机摄动理论和四阶矩技术,建立一种考虑载荷作用次数的多失效模式机械构件可靠性灵敏度分析数值方法的应力强度干涉模型。在随机变量前四阶矩已知的情况下,结合灵敏度分析的梯度算法,推导出关于随机变量均值和方差的灵敏度计算公式。以某履带车辆底盘扭力轴为例进行计算,得到其可靠度随载荷作用次数、随机变量均值和方差而改变的可靠性灵敏度变化曲线,为扭力轴的可靠性优化提供一定的理论依据。研究成果可以推广到相关机械可靠性灵敏度设计和结构优化领域,具有重要的实用意义。

关键词:载荷作用次数;多失效模式;四阶矩技术;扭力轴;灵敏度分析

中图分类号:TH122 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2016)05-176-07

Sensitivity analysis of torque axis considering times of load action with multiple failure modes

LIU Zhe, TAO Fenghe, JIA Changzhi

(Department of Mechanical Engineering, Mechanical Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: Several potential failure modes may occur when mechanical components fail, and they have several correlation in some way. For that the conditions of times of load action have an impact on the reliability of mechanical components. Thus it is necessary to take all the failure modes and times of load action into account when analyzing the mechanical reliability sensitivity. Combining the order statistic theory to study the influence of times of load action on the reliability and sensitivity calculation, and applying the probabilistic perturbation method, the research built a reliability calculation model of mechanical components with multiple failure modes and times of load action modes using the stress-strength interference mode. The calculating formulas of reliability sensitivity with respect to the mean and variance of random variables were derived with the gradient method. According to the result of the torque axis reliability sensitivity analysis, the curves of reliabilities and sensitivities can be obtained, and the production can be very useful if it is extended to correlated area of machine sensitivity design.

Key words: times of load action; multiple failure modes; fourth-moment technique; torque axis; sensitivity analysis

随着科技的发展,现代战争对于机械装备的性能要求越来越高,机械装备的可靠性提高更是一直研究的重点。可靠性是衡量机械产品质量的重要指标,它在机械结构设计、强度分析、寿命预测和失效模式分析等方面具有重要意义^[1],评估机械系统构件的可靠性对于整个系统的安全合理运行有重要的作用。传统的设计方法对于机械构件的结构参数主要采用静强度设计理论^[2],即用最大承受载荷增大安全系数的方法来保证系统具有足够的可靠性,这样设计出来的机械产品往往

显得特别笨重,许多设计者考虑使其结构质量减小的同时保证机械产品的可靠性不变甚至提高,这就需要对机械产品构件的结构参数变化对其可靠性的影响规律进行研究,即对机械产品进行可靠性灵敏度分析,降低结构参数对其可靠性影响的灵敏度,进而对机械产品的设计和结构优化提供一定的指导^[2-3]。

履带式车辆装备的灵敏度分析是在可靠性基础上进行的,它可以评价设计参数改变对履带车辆装备构件可靠性影响的大小,即车辆构件可靠

* 收稿日期:2015-10-11

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51175508);河北省自然科学基金资助项目(E2012506009)

作者简介:刘喆(1988—),男,陕西三原人,博士研究生,E-mail:lzlz1313@126.com;

陶凤和(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:ftao63@126.com

性对其结构参数变化的敏感性^[4-5]。目前对结构可靠性灵敏度的研究已经有了很大的发展,文献[5]中较早地提出了可靠性灵敏度这一概念。就可靠性灵敏度分析方法来说,主要有基于矩方法和基于 Monte Carlo 的数值模拟分析方法^[6]。灵敏度分析已经在可靠性分析、可靠性设计和可靠性优化领域有了很重要的应用前景^[7-8]。

在机械零部件的可靠性建模中,当零部件在使用过程中存在多种失效模式时,就应当建立多种失效模式条件下的可靠性模型,而机械构件往往出现任意一种失效模式时都会导致构件的失效,而且几种失效模式之间具有一定的相关性,因此在进行几种机械构件的可靠性分析时需要建立考虑各失效模式相关性的串联系统模型进行分析^[9-11]。机械零部件和系统在运行使用过程中所承受载荷的作用往往是随机和反复多次的^[12-14],故在机械零部件的可靠性建模中,应当同时考虑载荷的随机性和作用次数对可靠性的影响。

本文针对在运行使用期间具有多种失效模式的履带车辆的扭力轴构件,考虑多种失效模式相关性的情况,建立随机载荷多次作用条件下扭力轴的可靠度计算模型,研究扭力轴可靠度随载荷作用次数的变化规律,在此基础上还研究了随机变量的灵敏度随载荷作用次数改变的变化规律,为扭力轴的结构优化做一定的探索研究。

1 多失效模式扭力轴力学模型

履带式车辆扭力轴是行走系统中重要的传力构件,工作中主要承受扭矩和弯矩载荷以平衡履带车辆底盘系统以及推动整车运动,其结构简图如图1所示。其危险截面上的最大正应力和剪切应力分别为 $\sigma = M/W_x$ 和 $\tau = T/W_p$,其中 M 和 T 分别为履带车辆扭力轴所承受的弯矩和转矩, W_x 和 W_p 为结构的抗弯和抗扭截面系数,且有:

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} \quad (1)$$

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \quad (2)$$

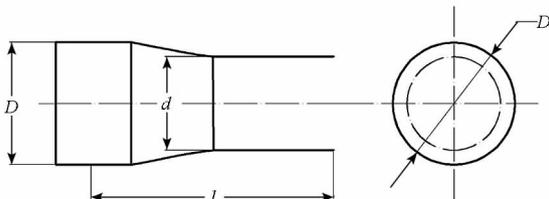


图1 扭力轴结构简图

Fig.1 Structure sketch of torque axis

根据应力-强度干涉理论,运用应力极限状态表示的扭力轴不同失效模式下状态函数为:

静强度失效:

$$g_1 = \sigma_s - \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (3)$$

其中, σ_s 为材料静强度极限。

疲劳强度失效:

$$g_2 = \sigma_{-1K} - \sqrt{\sigma^2 + 4(\alpha\tau)^2} \quad (4)$$

其中: σ_{-1K} 为材料疲劳强度极限; α 为剪切应力折算系数,一般取 0.6。

扭转刚度失效:

$$g_3 = [\kappa] - \kappa = [\kappa] - \frac{Tl}{GW_p} \quad (5)$$

其中, $[\kappa]$ 为轴的许用偏转角, κ 为偏转角, l 为受扭转作用轴的长度, G 为材料的切变模量。

扭力轴工况条件下主要出现疲劳强度失效,但同时也有一定概率存在静强度失效和扭转刚度失效。且扭力轴出现以上任意一种失效模式时,都会导致其失效,故将其看作是所有失效模式组成的串联系统失效模式来综合考虑,如图2所示。

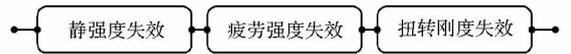


图2 多失效模式下扭力轴可靠性等效串联系统

Fig.2 Equivalent series system of torque axis with multiple failure modes

2 可靠性分析

机械零部件存在多种失效模式时,其可靠度和状态函数可以表示为:

$$R = P(G > 0) = \int_0^{\infty} f_G(G) dG \quad (6)$$

$$G(X) = (g_1(X), g_2(X), \dots, g_n(X))^T \quad (7)$$

其中, $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ 为随机变量的矩阵, $g_i(X)$ 为第 i 种失效模式的状态函数, $G(X)$ 为零部件整体的状态函数, $f_G(G)$ 为不同失效模式对应的概率密度函数。

由可靠性理论可知,不同失效模式的可靠性指标为:

$$\beta_{2M_i} = \frac{E[g_i(X)]}{\sqrt{VAR[g_i(X)]}} = \frac{\mu_{g_i}}{\sigma_{g_i}} \quad (8)$$

$$R_i = \Phi(\beta_{2M_i}) \quad (9)$$

其中: μ_{g_i} , σ_{g_i} 和 β_{2M_i} 分别为不同状态函数的均值、标准差和可靠性指标; $\Phi(\cdot)$ 为正态分布函数。

当结构随机参数服从正态分布时,通过式(9)可以计算得到准确的结果。然而实际中各个结构参数的分布概型是未知的,无法获得相关

分布函数,只能通过统计方法得到各结构参数的前几阶矩。查阅文献[6]得到根据状态函数前四阶矩近似计算不同失效模式的可靠性指标为:

$$\beta_{4M_i} = \frac{3(\alpha_{4gi})\beta_{2Mi} + \alpha_{4gi}(\beta_{2Mi}^2 - 1)}{\sqrt{(9\alpha_{4gi}^2 - 5\alpha_{3gi}^2 - 9)(\alpha_{4gi} - 1)}} \quad (10)$$

其中: $\alpha_{3gi} = \theta_{gi}/\sigma_{gi}^3$, $\alpha_{4gi} = \eta_{gi}/\sigma_{gi}^4$; θ_{gi} 和 η_{gi} 分别为第 i 种失效模式的三阶和四阶中心矩,由可靠性的随机摄动理论可知:

$$\theta_{gi} = \varepsilon^3 E \left(\frac{\partial g_{id}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^T} \right)^{[3]} \cdot X_p^{[3]} = \left(\frac{\partial g_{id}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^T} \right)^{[3]} \cdot C_3(\mathbf{X}) \quad (11)$$

$$\eta_{gi} = \varepsilon^4 E \left(\frac{\partial g_{id}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^T} \right)^{[4]} \cdot X_p^{[4]} = \left(\frac{\partial g_{id}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^T} \right)^{[4]} \cdot C_4(\mathbf{X}) \quad (12)$$

其中: ε 为参数,且 $0 < |\varepsilon| < 1$; id 代表随机变量确定部分, ip 代表随机变量随机部分,均值为零; C_3 和 C_4 分别是随机变量的三阶矩和四阶矩。

不同失效模式的可靠度为:

$$R_i = 1 - \Phi(-\beta_{4Mi}) \quad (13)$$

考虑多失效模式机械零部件失效模式间相关性,应用概率摄动法确定的各阶失效模式间协方差和相关系数为:

$$Cov(g_i, g_j) = \frac{\partial g_{id}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^T} \cdot \frac{\partial g_{jd}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}^T} Cov(\mathbf{X}) \quad (14)$$

$$\rho_{ij} = \frac{Cov(g_i, g_j)}{\sqrt{VAR[g_i(\mathbf{X})]} \sqrt{VAR[g_j(\mathbf{X})]}} \quad (15)$$

机械结构系统往往存在多种失效模式,而且发生一种失效模式以后机械零部件整体基本就失效了,因此可将机械零部件的多种失效模式当作串联失效模型来计算。考虑各失效模式之间的相关性,则系统整体可靠度为:

$$R = 1 - \Phi'(\boldsymbol{\rho}, -\boldsymbol{\beta}^T) \quad (16)$$

$$\boldsymbol{\beta} = (\beta_{4M_1}, \beta_{4M_2}, \dots, \beta_{4M_m})^T \quad (17)$$

其中: Φ' 为多维标准正态联合概率分布函数; $\boldsymbol{\beta}$ 为各阶失效模式四阶矩可靠性指标; $\boldsymbol{\rho}$ 为失效模式相关系数矩阵,其每个元素由式(15)求得。

3 载荷多次作用下扭力轴可靠度计算

机械构件和机械系统在运行使用阶段所承受的载荷是随机和反复多次的,故在机械构件的可靠性分析建模时,应该同时考虑载荷随机性以及作用次数对其可靠性的影响。在运用顺序统计量理论建立随机载荷多次作用时等效载荷的累积分布函数和概率密度函数的基础上,建立多种失效模式下随机载荷多次作用情况下的扭力轴可靠性

模型。

随机载荷多次作用在机械构件上,相当于从母体中抽取 n 次样本,当机械构件在这 n 个样本中载荷最大样本载荷作用下没有失效时,则在 n 次载荷作用下也不一定会失效。因此随机载荷多次作用时扭力轴的可靠度等价于多次作用的载荷样本中最大载荷对应的可靠度值。载荷样本中最大载荷的值定义为载荷多次作用的等效载荷,由顺序统计量理论,载荷作用 n 次的最大载荷即是载荷样本所确定的最大顺序统计量。

机械构件承受单一载荷作用时,根据载荷-强度模型,零部件承受载荷 L 为随机变量,载荷引起的结构应力为 $s(L)$,则零部件的可靠度为:

$$R = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\prod_{i=1}^m \int_{s_i(L)}^{+\infty} f_i(\delta_i) d\delta_i \right] f_L(L) dL = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\prod_{i=1}^m \{1 - F_i[S_i(L)]\} \right) f_L(L) dL \quad (18)$$

载荷多次作用于机械构件时,载荷大小是随机的,其累积分布函数为 $F_L(L)$, 概率密度函数为 $f_L(L)$, 设随机变量 X 为载荷样本的最大值,即等效载荷。则载荷作用 n 次时等效载荷 X 的累积分布函数为:

$$F_X(x) = [F_L(x)]^n \quad (19)$$

等效载荷 X 的概率密度函数为:

$$f_X(x) = n[F_L(x)]^{n-1} f_L(x) \quad (20)$$

将式(20)代入式(18),由载荷-强度干涉理论模型可得随机载荷作用 n 次时,扭力轴可靠度为:

$$R(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \prod_{i=1}^m [1 - F_i \cdot s_i(x)] \right\} \cdot f_X(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \prod_{i=1}^m [1 - F_i \cdot s_i(x)] \right\} n [F_L(x)]^{n-1} \cdot f_L(x) dx \quad (21)$$

将式(20)中的积分变量 x 换为 L ,式(21)可以写成

$$R(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\prod_{i=1}^m \{1 - F_i[s_i(L)]\} \right) \cdot n [F_L(L)]^{n-1} f_L(L) dL \quad (22)$$

不同的载荷作用次数对应不同的载荷累积分布函数和概率密度函数,进而可以计算得出不同载荷作用次数对应扭力轴的可靠度值。

4 可靠性灵敏度分析

可靠性灵敏度是结构参数对系统可靠度影响的敏感程度,数学上可以表示为系统的可靠度对

结构参数的偏导。通过进行灵敏度分析,可以将设计变量对可靠度影响的大小进行排序,以此指导可靠性稳健优化设计。存在多种失效模式的时候,考虑其相关性,机械零部件的可靠度为:

$$R = 1 - \Phi'(\rho, -\beta_{4M_1}, -\beta_{4M_2}, \dots, -\beta_{4M_m}) \quad (23)$$

可确定系统可靠性 R 对随机参数向量 \mathbf{X} 中任意元素 x 的参数均值和方差灵敏度为:

$$\frac{\partial R}{\partial x} = \phi(\rho, -\beta_{4M_1}, -\beta_{4M_2}, \dots, -\beta_{4M_m}) \cdot \left(\sum_{i=1}^m \frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial x} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial \rho(g_i, g_j)}{\partial x} \right) \quad (24)$$

$$\frac{\partial R}{\partial VAR(\mathbf{X})} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial R_i(\beta_{4M_i})}{\partial \beta_{4M_i}} \left(\frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial \beta_{2M_i}} \cdot \frac{\partial \beta_{2M_i}}{\partial \mu_{g_i}} + \frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial \sigma_{g_i}} \right) \cdot \frac{\partial \sigma_{g_i}}{\partial VAR(\mathbf{X})} \cdot \frac{\prod_{j=1}^n R_j(\beta_{4M_j})}{R_i(\beta_{4M_i})} \quad (25)$$

其中, $\phi(\cdot)$ 为 n 维正态联合概率密度函数。

$$\phi(\rho, \mathbf{X}) = (2\pi)^{-n/2} |\rho|^{-1/2} \left(-\frac{1}{2} \mathbf{X}^T \rho^{-1} \mathbf{X} \right) \quad (26)$$

$$\frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial x} = \frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial \mu_{g_i}} \cdot \frac{\partial \mu_{g_i}}{\partial x} + \frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial \sigma_{g_i}} \cdot \frac{\partial \sigma_{g_i}}{\partial x} + \frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial \sigma_{3g_i}} \cdot \frac{\partial \sigma_{3g_i}}{\partial x} + \frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial \sigma_{4g_i}} \cdot \frac{\partial \sigma_{4g_i}}{\partial x} \quad (27)$$

$$\frac{\partial R_i(\beta_{4M_i})}{\partial \beta_{4M_i}} = \phi(\beta_{4M_i}) \quad (28)$$

$$\frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial \beta_{2M_i}} = \frac{3(\alpha_{4g_i} - 1) + 2\alpha_{3g_i}\beta_{2M_i}}{\sqrt{(5\alpha_{3g_i}^2 - 9\alpha_{4g_i} + 9)(1 - \alpha_{4g_i})}} \quad (29)$$

$$\frac{\partial \beta_{2M_i}}{\partial \mu_{g_i}} = \frac{1}{\sigma_{g_i}} \quad (30)$$

$$\frac{\partial \mu_{g_i}}{\partial \bar{\mathbf{X}}^T} = \left[\frac{\partial g_i(\bar{\mathbf{X}})}{\partial X_1}, \frac{\partial g_i(\bar{\mathbf{X}})}{\partial X_2}, \dots, \frac{\partial g_i(\bar{\mathbf{X}})}{\partial X_n} \right] \quad (31)$$

$$\frac{\partial \sigma_{g_i}}{\partial \bar{\mathbf{X}}^T} = \frac{1}{2\sigma_{g_i}} \left[\frac{\partial^2 g_i}{\partial (\mathbf{X}^T)^2} \otimes \frac{\partial g_i}{\partial \bar{\mathbf{X}}^T} + \left(\frac{\partial^2 g_i}{\partial (\mathbf{X}^T)^2} \otimes \frac{\partial g_i}{\partial \bar{\mathbf{X}}^T} \right) \cdot (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{U}_{n^2 \times n^2}) [\mathbf{I}_n \otimes VAR(\mathbf{X})] \right] \quad (32)$$

$$\frac{\partial \beta_{2M_i}}{\partial \sigma_{g_i}} = -\frac{\mu_{g_i}}{\sigma_{g_i}^2} \quad (33)$$

$$\frac{\partial \beta_{4M_i}}{\partial \sigma_{g_i}} = \frac{[\alpha_{3g_i}(3 - 5\beta_{2M_i}^2) - 15\alpha_{4g_i}\beta_{2M_i} + 3\beta_{2M_i}]/\sigma_{g_i}}{\sqrt{(9\alpha_{4g_i} - 5\alpha_{3g_i}^2 - 9)(\alpha_{4g_i} - 1)}} - \frac{1}{2} \frac{3\beta_{2M_i}(\alpha_{4g_i} - 1) + \alpha_{3g_i}(\beta_{2M_i}^2 - 1)}{\sqrt{(9\alpha_{4g_i} - 5\alpha_{3g_i}^2 - 9)^3 (\alpha_{4g_i} - 1)^3}}.$$

$$\frac{50\alpha_{3g_i}^2\alpha_{4g_i} - 30\alpha_{3g_i}^2 - 72\alpha_{4g_i}^2 + 72\alpha_{4g_i}}{\sigma_{g_i}} \quad (34)$$

$$\frac{\partial \sigma_{g_i}}{\partial VAR(\mathbf{X})} = \frac{1}{2\sigma_{g_i}} \left[\frac{\partial \bar{g}_i}{\partial \bar{\mathbf{X}}} \otimes \frac{\partial \bar{g}_i}{\partial \bar{\mathbf{X}}} \right] \quad (35)$$

$$\frac{\partial \rho_{ij}}{\partial x} = \frac{\partial Cov(g_i, g_j)/\partial x}{\sigma_{g_i}\sigma_{g_j}} - Cov(g_i, g_j) \left(\frac{\partial \sigma_{g_i}/\partial x}{\sigma_{g_i}^2} + \frac{\partial \sigma_{g_j}/\partial x}{\sigma_{g_j}^2} \right) \quad (36)$$

$$\frac{\partial Cov(g_i, g_j)}{\partial x} = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n \left(\frac{\partial^2 g_i}{\partial X_p \partial x} \cdot \frac{\partial g_j}{\partial X_q} + \frac{\partial g_i}{\partial X_p} \cdot \frac{\partial^2 g_j}{\partial X_q \partial x} \right) Cov(X_p, X_q) \quad (37)$$

式(32)中, \mathbf{I} 为单位矩阵, \mathbf{U} 为标准上三角矩阵。将式(26) ~ (37)代入式(24)、式(25),便可求得多种失效模式下机械零部件可靠度对于随机变量均值和方差的灵敏度,从而得出履带车辆扭力轴的结构参数变化对其可靠度的影响规律,进而指导扭力轴的结构改进设计。

5 数值算例

扭力轴的主要失效模式为:静强度失效、疲劳强度失效和扭转刚度失效。下面针对这三种失效模式来进行扭力轴的可靠度计算。

经查阅相关设计资料,某履带车辆扭力轴材料的相关属性参数如下: $\sigma_s = 450$ MPa, $\sigma_{-1K} = 360$ MPa, $G = 220$ MPa。将扭力轴结构的尺寸参数及其承受的外载荷作为随机变量进行可靠性灵敏度计算,即 $\mathbf{X} = (d, l, M, T)^T$, 其概率统计特性见表 1。

表 1 随机变量的统计特性(载荷作用 1 次)

Tab. 1 Statistical properties of random variables($n = 1$)				
随机变量	均值	标准差	三阶矩	四阶矩
尺寸 d / mm	200	0.6	6.793 $\times 10^{-5}$	4.662 $\times 10^{-5}$
尺寸 l / mm	2500	5.0	5.063	1.368 $\times 10^2$
弯矩 M / (N · mm)	3.5×10^6	1.75 $\times 10^5$	1.736 $\times 10^{15}$	3.296 $\times 10^{21}$
转矩 T / (N · mm)	3.1×10^6	1.55 $\times 10^5$	1.207 $\times 10^{15}$	2.028 $\times 10^{21}$

应用式(16)和式(17),求得各阶失效模式间相关系数矩阵为:

$$\rho = \begin{bmatrix} 1.000\ 0 & 0.999\ 8 & 0.887\ 9 \\ 0.999\ 8 & 1.000\ 0 & 0.886\ 6 \\ 0.887\ 9 & 0.886\ 6 & 1.000\ 0 \end{bmatrix}$$

可见,由于扭力轴结构的各阶失效模式的随机参数的同一性和载荷的同源性,失效模式之间是具有一定相关性。由四阶矩方法计算得到的各阶可靠性指标、各阶可靠度以及结构整体可靠度见表 2。

表 2 扭力轴结构整体可靠度

Tab. 2 Structure reliability of torque axis

可靠度参数	静强度失效	疲劳强度失效	刚度失效
β_i	1.927 6	2.406 2	2.543 9
R_i	0.956 9	0.990 7	0.991 5

计算得到扭力轴在多种失效模式联合作用下的结构整体的可靠度 $R=0.942\ 1$ 。

假设各失效模式之间是相互独立的,即不考虑失效模式的相关性,可得扭力轴整体的可靠度为: $R_{ind} = R_1 R_2 R_3 = 0.939\ 9$ 。

运用 Monte Carlo 数学模拟方法得到传动轴构件多种失效模式下的可靠度为: $R_{MCS} = 0.946\ 1$ 。

可见,运用本文方法考虑多失效模式的相关性可以更加准确地计算扭力轴的可靠度,相对误差为: $\varepsilon_{rel} = |R - R_{MCS}| / R_{MCS} = 0.423\%$ 。

这是载荷作用 1 次的可靠度。如果考虑载荷作用次数,比如,取 $n = 10\ 000$,即载荷作用 10 000 次,这样对应的前四阶矩和可靠性指标都将重新计算,同时计算出相应的可靠度数值,设置计算步长为 100 次,将可靠度变化结果绘制曲线如图 3 所示。

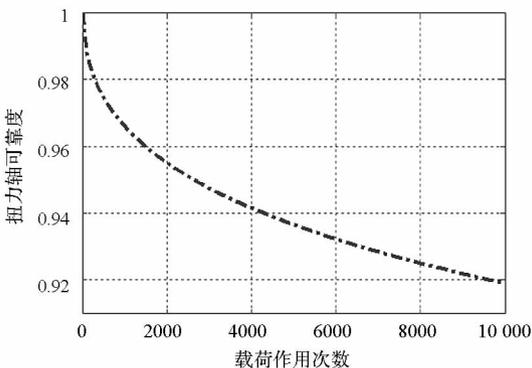


图 3 扭力轴可靠度变化曲线

Fig. 3 Diversification of reliability of torque axis

从图 3 可以看出,随着载荷作用次数的增加,扭力轴的可靠度是逐渐减小且单调的。当 $n = 1$

时,扭力轴可靠度的计算结果和静态分析时一致;当载荷作用次数增加到 10 000 时,扭力轴可靠度下降为 0.918 8。这是由于载荷作用的随机性和反复性,随着载荷作用次数的增加,扭力轴构件内部应力逐渐增大,应力强度模型改变,可靠度随着载荷作用次数的增加而出现逐渐减小的趋势。

载荷作用次数为 1 时,由式(23)和式(24),代入相关参数的已知数值,计算可得扭力轴可靠度对结构参数随机变量的均值和方差灵敏度矩阵分别为:

$$\frac{\partial R}{\partial \bar{X}^T} = \begin{pmatrix} \partial R / \partial d \\ \partial R / \partial l \\ \partial R / \partial M \\ \partial R / \partial T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.732 \times 10^{-3} \\ -6.125 \times 10^{-4} \\ -2.558 \times 10^{-9} \\ -8.621 \times 10^{-8} \end{pmatrix}$$

从均值灵敏度计算结果可以看出,扭力轴直径参数均值的增加将使构件可靠性增加;而扭力轴承受的扭矩作用距离 l 、弯矩 M 和转矩 T 的增加,都将使构件可靠性降低,并趋于失效。另外,从具体的影响数值来看,结构尺寸均值的灵敏度大于外载荷的灵敏度,即扭力轴结构参数对可靠度影响的灵敏度从大到小依次是结构尺寸、扭矩作用长度、外载荷。因此,在机械构件产品的设计阶段,可以通过优化设计结构参数的均值来提高产品的可靠度。

$$\frac{\partial R}{\partial VAR(X)} = \begin{pmatrix} \partial R / \partial VAR(d) \\ \partial R / \partial VAR(l) \\ \partial R / \partial VAR(M) \\ \partial R / \partial VAR(T) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6.125 \times 10^{-2} \\ -8.937 \times 10^{-4} \\ -2.356 \times 10^{-12} \\ -3.681 \times 10^{-9} \end{pmatrix}$$

从方差灵敏度计算结果可以看出,各个随机变量方差的增加都会导致扭力轴结构可靠度降低,即趋于失效。从具体的影响数值上来看,结构尺寸方差的灵敏度大于外载荷方差的灵敏度,即扭力轴随机变量方差的灵敏度从大到小依次是结构尺寸、扭矩作用长度、外载荷。因此,在机械构件产品的制造阶段,应该严格控制加工精度等对随机参数方差有影响的因素,提高机械产品的可靠度。

分析载荷作用次数对结构参数灵敏度的影响规律,结构参数均值和方差的灵敏度变化曲线如图 4、图 5 所示。

从图 4 可以看出, d 和 l 的灵敏度增长比其他三个参数要快,这表明载荷作用次数对 d 和 l 的灵敏度影响较大。直径均值对扭力轴可靠度的影响是正向增加的,即直径均值越大,可靠度值越大;尺寸、弯矩和扭矩对扭力轴可靠度的影响是负

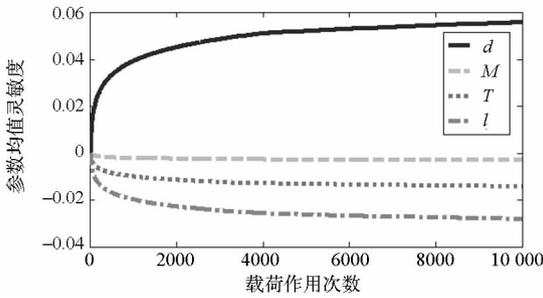


图4 参数均值灵敏度变化曲线

Fig. 4 Diversification of sensitivity of mean

向的,即:参数均值越大,可靠度值越小。可以认为载荷作用次数的增加对弯矩和扭矩的均值灵敏度影响不大,而直径均值对扭力轴可靠度的影响程度在 n 值比较大的区域比较明显。

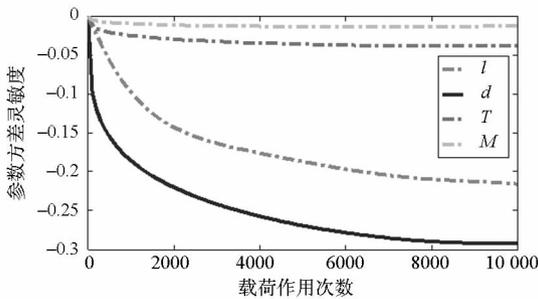


图5 参数方差灵敏度变化曲线

Fig. 5 Diversification of sensitivity of variance

从图5可以看出,所有参数的方差灵敏度都是随着载荷作用次数增加而减小的,其中直径和尺寸的方差灵敏度随载荷作用次数增加变化比较明显,弯矩和扭矩的方差曲线随载荷作用次数的变化较小。

总体来说,随着载荷作用次数的增加,扭力轴直径的均值和方差对构件可靠度的影响比较明显,其余参数的变化对可靠度影响较小。这是由于机械系统构件的可靠度在结构设计定型以后基本就确定了,所以其结构尺寸对其可靠度的影响是最主要的,数值计算结果和曲线图也可以说明这一点。分析结果和通常定性的分析结果一致,这进一步说明运用灵敏度矩阵方法对扭力轴各结构参数分析结果的正确性。

6 结论

在考虑机械系统零部件多种失效模式具有相关性的条件下,研究机械构件的可靠性分析方法,建立了一种基于四阶矩理论,考虑载荷作用次数的应力强度干涉可靠性模型。以履带车辆扭力轴为例,对其结构参数的可靠性灵敏度进行分析,结果表明在考虑载荷作用次数时,扭力轴的可靠度

随载荷作用次数的增加而减小,同时,扭力轴截面直径均值和方差的灵敏度随着载荷作用次数的增加而逐渐增大。研究内容为扭力轴的灵敏度设计和结构优化研究做了一定的铺垫和探索,对于机械系统的设计和制造具有一定的指导。研究方法可以推广到相关机械可靠性研究领域,对机械系统的可靠性分析和优化具有一定的参考意义。

参考文献 (References)

- [1] 张义民, 吕昊. 考虑载荷作用次数的机械零部件可靠性灵敏度分析方法[J]. 工程设计学报, 2014, 21(2): 119-123.
ZHANG Yimin, LYU Hao. An analytical methodology of reliability and sensitivity analysis for mechanical components considering the times of load action [J]. Journal of Engineering Design, 2014, 21(2): 119-123. (in Chinese)
- [2] 王正, 谢里阳, 李兵. 考虑载荷作用次数的零部件可靠性模型[J]. 机械强度, 2008, 30(1): 68-71.
WANG Zheng, XIE Liyang, LI Bing. Reliability model of component considering times of random load acting [J]. Journal of Mechanical Strength, 2008, 30(1): 68-71. (in Chinese)
- [3] 刘成颖, 谭锋, 王立平. 基于灵敏度分析的机床床身多目标优化研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2015(3): 1-4.
LIU Chengying, TAN Feng, WANG Liping. Research on multi-objective optimization of machine bed based on sensitivity analysis [J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2015(3): 1-4. (in Chinese)
- [4] 卢昊, 张义民, 赵长龙, 等. 多失效模式机械零件可靠性灵敏度估计[J]. 机械工程学报, 2012, 48(2): 63-67.
LU Hao, ZHANG Yimin, ZHAO Changlong, et al. Reliability sensitivity estimation of mechanical components with multiple failure modes [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(2): 63-67. (in Chinese)
- [5] Guo J, Du X P. Reliability sensitivity analysis with random and interval variables [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2009, 78(13): 1585-1617.
- [6] Li J P, Thompson G. A method to take account of in-homogeneity in mechanical component reliability calculations [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2005, 54(1): 159-168.
- [7] Wu D L, Song C, Luo H Y, et al. A theoretical framework for interaction measure and sensitivity analysis in cross-layer design [J]. ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation, 2012, 21(1): 1-26.
- [8] 宋军, 吕震宙. 可靠性灵敏度分析的一种新方法[J]. 航空学报, 2006, 27(5): 823-826.
SONG Jun, LYU Zhenzhou. A new reliability sensitivity analysis method [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006, 27(5): 823-826. (in Chinese)
- [9] van Noortwijk J M. A survey of the application of Gamma processes in maintenance [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2009, 94(1): 2-21.
- [10] 吕春梅, 张义民, 刘宇, 等. 连续梁弯曲振动系统可靠性频率灵敏度研究[J]. 振动与冲击, 2013, 32(18): 159-162.
LYU Chunmei, ZHANG Yimin, LIU Yu, et al. Sensitivity

- analysis for frequency reliability of a random bending vibration system of continuous beam [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(18): 159 – 162. (in Chinese)
- [11] 黄益民, 刘伟, 刘永寿, 等. 充液管道模态的参数灵敏度及其共振可靠性分析[J]. *振动与冲击*, 2010, 29(1): 193 – 195.
HUANG Yimin, LIU Wei, LIU Yongshou, et al. Parameter sensitivity and resonance reliability of a fluid-filled pipeline[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2010, 29(1): 193 – 195. (in Chinese)
- [12] 李云贵, 赵国藩. 结构可靠度的四阶矩分析法[J]. *大连理工大学学报*, 2012, 32(4): 455 – 459.
LI Yungui, ZHAO Guofan. Fourth-moment technique on structure reliability [J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2012, 32(4): 455 – 459. (in Chinese)
- [13] 贺向东, 张义民, 闻邦椿. 压杆稳定可靠性灵敏度设计[J]. *工程设计学报*, 2006, 13(5): 295 – 298.
HE Xiangdong, ZHANG Yimin, WEN Bangchun. Stable reliability-based sensitivity design of compressive bar [J]. *Journal of Engineering Design*, 2006, 13(5): 295 – 298. (in Chinese)
- [14] 齐寅明, 龚宪生, 张干清, 等. 盾构刀盘驱动三级行星齿轮系统固有特性及灵敏度分析[J]. *振动与冲击*, 2013, 32(15): 14 – 19.
QI Yinming, GONG Xiansheng, ZHANG Ganqing, et al. Natural characteristics and sensitivity analysis of a 3-stage planetary gears train used in shield machine cutter driver[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(15): 14 – 19. (in Chinese)