

阵列雷达波束内双目标的极大似然角度估计方法*

吴佳妮¹, 陈永光², 徐振海¹, 熊子源¹, 王雪松¹

(1. 国防科技大学 电子信息系统复杂电磁环境效应国家重点实验室, 湖南 长沙 410073;

2. 北京跟踪与通信技术研究所, 北京 100094)

摘要:单波束内目标往往相距较近,采用传统角度分辨技术难以将其分辨,从而给目标跟踪和识别带来较大困难。于是提出基于LM算法的极大似然角度估计方法,实现波束内双目标的分辨。该方法在阵列雷达的基础上建立双目标回波模型,推导极大似然角度估计算法。考虑到求解算法直接影响极大似然角度估计的收敛速度和估计精度,利用LM算法实现了极大似然估计的求解,从而得到目标角度的精确估计。该方法避免了多次脉冲相干积累,具有计算量小的特点。仿真结果验证了方法的有效性。

关键词:单波束内双目标;极大似然估计;LM算法

中图分类号:TN95 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2016)06-130-06

Maximum likelihood angle estimation of two targets with array radar

WU Jiani¹, CHEN Yongguang², XU Zhenhai¹, XIONG Ziyuan¹, WANG Xuesong¹

(1. State Key Laboratory of Complex Electromagnetic Environment Effects on Electronics and Information System,

National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Beijing Institute of Tracking and Telecommunications Technology, Beijing 100094, China)

Abstract: As the targets in the same beam are close to each other, it is difficult to resolve them via traditional techniques. Furthermore, it also brings difficulty in detecting and tracking. The problem of resolving two targets in the same beam was studied with array radar. An echo model of two unresolved targets with array radar was established. An improved angle estimation method was proposed based on the maximum likelihood estimation principle. In consideration of the convergence speed and estimation accuracy, the Levenberg-Marquardt method was applied to obtain the maximum likelihood estimation of target direction. The simulation results prove that the method performs well in several aspects, including smaller estimation error and computational cost.

Key words: two targets in the same beam; maximum likelihood estimation; Levenberg-Marquardt method

传统的角度测量方法(如单脉冲法)主要针对波束内存在单个目标的情况,当两个或多个目标出现在同一波束内时,传统方法将不能对目标进行有效分辨,其角度估计结果往往与真实值差异较大。除引起角度测量误差外,不可分辨目标还会使得目标检测概率下降^[1]。

为解决这一问题,有关学者在不可分辨目标的角度估计问题上展开了一系列深入的研究。Blair等^[2-3]针对两个不可分辨的瑞利目标,利用单脉冲比实部和虚部的分布特性,提出了较完整的角度检测、估计的方法。Sinha等^[4-5]基于单脉冲雷达,针对Swirling I与Swirling III型目标,提出了极大似然角度估计方法,该方法较文献[2]所述方法提高了估计精度,但在对似然函数解的

搜索过程中,需要先验信息来排除一组错误的解。Wang等^[6]在前文的基础上提出了联合信号到达角(Direction Of Arrival, DOA)估计,该方法结合了文献[2]中方法闭型解的简单形式以及文献[4]中极大似然估计方法精度较高的优点,但要求已知目标的信噪比。上述研究主要围绕改进的单脉冲技术展开,另一方面,基于阵列雷达,空间谱估计的方法对于实现目标的超分辨也具有较好的效果^[7]。其中,多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)算法与旋转不变技术信号参数估计(Estimation of Signal Parameters by Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)算法是DOA估计中最常用的方法,围绕这两种方法,国内外学者提出了许多改进方法,如root-MUSIC,

* 收稿日期:2015-05-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61401488,61490694);国家863计划资助项目(2013AA122202)

作者简介:吴佳妮(1988—),女,湖南醴陵人,博士研究生,E-mail:tuotuo@163.com;

徐振海(通信作者),男,研究员,博士,硕士生导师,E-mail:drxzh930@sina.com

TLS-ESPRIT 等^[8]。

上述方法适用于以多次回波脉冲实现 DOA 估计,一些方法的估计性能与脉冲积累数密切相关^[2-8]。为了提高角度估计性能,本文针对单波束内双目标问题,在阵列雷达的基础上,研究利用单次快拍信息实现目标角度估计的方法,以期在避免利用多次回波脉冲的同时,减少计算量。

1 双目标阵列雷达回波模型

考虑阵元数为 N 的均匀线阵,接收目标单次(快拍)回波的信号模型为:

$$\mathbf{x} = A_1 \mathbf{s}(u_1) + A_2 \mathbf{s}(u_2) + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中:

$$\mathbf{s}(u_i) = [e^{-j\frac{(N-1)d\pi}{\lambda}u_i}, e^{-j\frac{(N-3)d\pi}{\lambda}u_i}, \dots, e^{j\frac{(N-3)d\pi}{\lambda}u_i}, e^{j\frac{(N-1)d\pi}{\lambda}u_i}]^T$$

为阵列导向矢量, $u_i = \sin\theta_i$ ($i = 1, 2$), θ_1 与 θ_2 分别为两目标偏离阵列法向的角度, λ 为波长, d 为阵元间距; $A_1, A_2 \in \mathbb{C}^{1 \times 1}$ 分别为两目标回波的复幅度,为确定性的未知量; $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 表示阵列接收机热噪声矢量,设为零均值高斯白噪声。本文研究的是在高斯白噪声条件下的两个确定性目标的角度估计问题。

2 极大似然角度估计算法

根据噪声的分布特性,接收信号的高斯密度函数为 A_1, A_2, u_1, u_2 的函数,其表达式为:

$$p(\mathbf{x}; \mathbf{u}, \mathbf{a}) = \left[\frac{1}{(\pi\sigma^2)^N} \right] \exp \left\{ - \left[\frac{1}{\sigma^2} \right] (\mathbf{x} - \mathbf{S}\mathbf{a})^H (\mathbf{x} - \mathbf{S}\mathbf{a}) \right\} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{a} = [A_1 \ A_2]^T$, $\mathbf{S} = [\mathbf{s}(u_1) \ \mathbf{s}(u_2)]$ 。根据极大似然估计原理,最优估计值使得式(2)最大,等价于使 $(\mathbf{x} - \mathbf{S}\mathbf{a})^H (\mathbf{x} - \mathbf{S}\mathbf{a})$ 最小。为表述方便,对 \mathbf{x} 进行归一化,下文中 \mathbf{x} 均为:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} [A_1 \mathbf{s}(u_1) + A_2 \mathbf{s}(u_2) + \mathbf{n}] \\ &= A_1 \mathbf{s}_1 + A_2 \mathbf{s}_2 + \bar{\mathbf{n}}. \end{aligned}$$

其中: $[\mathbf{s}_1 \ \mathbf{s}_2] = \left[\frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{s}(u_1) \ \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{s}(u_2) \right] \triangleq \bar{\mathbf{S}}$;

$\bar{\mathbf{n}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{n}$ 。则求最优估计值等价于使 $Q = (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{S}}\mathbf{a})^H (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{S}}\mathbf{a})$ 最小。 Q 分别对 A_1, A_2, u_1, u_2 求导,得到以下方程组:

$$\partial Q / \partial A_1 = -\mathbf{s}_1^H \mathbf{x} + A_1 + A_2 \mathbf{s}_1^H \mathbf{s}_2 = 0 \quad (3)$$

$$\partial Q / \partial A_2 = -\mathbf{s}_2^H \mathbf{x} + A_2 + A_1 \mathbf{s}_2^H \mathbf{s}_1 = 0 \quad (4)$$

$$\partial Q / \partial u_1 = 2 \operatorname{Re} [-A_1^H \mathbf{s}'_1^H \mathbf{x} + A_1^H A_2 \mathbf{s}'_1^H \mathbf{s}_2] = 0 \quad (5)$$

$$\partial Q / \partial u_2 = 2 \operatorname{Re} [-A_2^H \mathbf{s}'_2^H \mathbf{x} + A_2^H A_1 \mathbf{s}'_2^H \mathbf{s}_1] = 0 \quad (6)$$

这些方程满足极大似然估计,由式(3)、式(4)可得:

$$\hat{A}_1 = \frac{\mathbf{s}_1^H \mathbf{x} - \mathbf{s}_2^H \mathbf{x} \mathbf{s}_1^H \mathbf{s}_2}{1 - \|\mathbf{s}_1^H \mathbf{s}_2\|^2} \quad (7)$$

$$\hat{A}_2 = \frac{\mathbf{s}_2^H \mathbf{x} - \mathbf{s}_1^H \mathbf{x} \mathbf{s}_2^H \mathbf{s}_1}{1 - \|\mathbf{s}_2^H \mathbf{s}_1\|^2} \quad (8)$$

但由上述方程组直接得到 \hat{u}_1, \hat{u}_2 的解析式较困难^[9]。因此,采用数值方法求使 Q 最小的解 \hat{u}_1, \hat{u}_2 。

3 Levenberg-Marquardt 极大似然角度估计方法

阵列雷达极大似然角度估计模型中, $Q = \|\mathbf{x} - \bar{\mathbf{S}}\mathbf{a}\|^2$, 而 $\min Q(\boldsymbol{\omega})$ 实际是一个最小二乘问题。因此,为了提高角度估计速度,提出一种基于 LM 的极大似然 (Levenberg-Marquardt based Maximum Likelihood, LM-ML) 角度估计方法。

LM 算法是一种在非线性最小二乘问题中利用梯度求最小值的算法,它具有梯度法和牛顿迭代法的优点,同时克服了牛顿迭代法在应用中的一些限制^[10-11]。牛顿迭代法具有局部二阶收敛性,收敛速度快。而 LM 算法仅利用一阶信息,获得近似牛顿迭代法的收敛速度,因而具有较优的收敛性能^[12]。

$$\text{在最小二乘问题 } \min Q(\boldsymbol{\omega}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{F}(\boldsymbol{\omega})\|^2$$

中,LM 方法定义为:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\omega}) = \nabla Q(\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega})^T \mathbf{F}(\boldsymbol{\omega}) \quad (9)$$

其中: $\mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{F}'(\boldsymbol{\omega}) = [\nabla \mathbf{F}_1(\boldsymbol{\omega}), \dots, \nabla \mathbf{F}_N(\boldsymbol{\omega})]^T$, 为 $\mathbf{F}(\boldsymbol{\omega})$ 的 Jacobi 矩阵。

定义第 k 次迭代的搜索方向 \mathbf{d}_k 为:

$$\mathbf{d}_k = -(\mathbf{J}_k^T \mathbf{J}_k + \mu_k \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}_k^T \mathbf{F}_k \quad (10)$$

其中: $\mathbf{J}_k = \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}_k)$, $\mathbf{F}_k = \mathbf{F}(\boldsymbol{\omega}_k)$, $\mu_k > 0$ 。

按照 $\boldsymbol{\omega}_{k+1} = \boldsymbol{\omega}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k$ 的迭代规则,产生迭代序列 $\{\boldsymbol{\omega}_k\}$, 其中 α_k 为步长因子。迭代序列的最后一个值即为最优化问题的解。

利用 LM-ML 角度估计算法估计角度的具体步骤如下所示。

步骤 1: 选取初始化的 $\boldsymbol{\omega}_0$ 值,即 u_{10}, u_{20} , 设定容许误差 $0 \leq \varepsilon \leq 1$, 最大迭代次数 K , 取 $\mu_0 > 0$, 设置 $k = 0$;

步骤 2: 计算 \mathbf{J}_k , 并得到 $\mathbf{g}(\boldsymbol{\omega}_k) = \mathbf{J}_k^T \mathbf{F}_k$, 若 $\|\mathbf{g}(\boldsymbol{\omega}_k)\| < \varepsilon$ 或 $k \geq K$ 时, 停算, 输出 $\boldsymbol{\omega}_k$ 为最优解;

步骤 3: 求解 \mathbf{d}_k , 得到

$$\mathbf{d}_k = -(\mathbf{J}_k^H \mathbf{J}_k + \mu_k \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}_k^H \mathbf{F}_k;$$

步骤 4: 由 Armijo 搜索法确定步长因子 α_k ;

步骤 5: 令 $\boldsymbol{\omega}_{k+1} = \boldsymbol{\omega}_k + \alpha_k \mathbf{d}_k, k = k + 1$, 按式(11)更新 μ_k 的值, 且将 $\boldsymbol{\omega}_{k+1}$ 代入式(7)、式(8), 更新 A_1, A_2 , 转步骤 2。

经多次迭代, 最终输出满足条件的 $\boldsymbol{\omega}_k (\boldsymbol{\omega}_k = (u_{1k}, u_{2k}))$, 该值为 LM-ML 测角方法估计得到的两目标方位角的正弦值。注意到 \mathbf{d}_k 的取值是与 μ_k 相关的, 实际上, 在迭代过程中如何调整参数 μ_k 是 LM 方法的关键, 其取值直接影响搜索方向角度, 从而影响算法的收敛速度。依据参考文献[12], 设:

$$\mu_{k+1} = \begin{cases} 0.1\mu_k, & \eta_k > 0.75, \\ \mu_k, & 0.25 \leq \eta_k \leq 0.75 \\ 10\mu_k, & \eta_k < 0.25 \end{cases} \quad (11)$$

$$\text{其中, } \eta_k = \frac{Q(\boldsymbol{\omega}_{k+1}) - Q(\boldsymbol{\omega}_k)}{(\mathbf{J}_k^H \mathbf{F}_k)^H \mathbf{d}_k + \frac{1}{2} \mathbf{d}_k^H (\mathbf{J}_k^H \mathbf{J}_k) \mathbf{d}_k}$$

为说明 LM-ML 算法得到的估计值即为双目标角度的极大似然估计值, 下面证明算法的收敛性。LM 算法的收敛性定理^[12]为: 设 $\{\boldsymbol{\omega}_k\}$ 是 LM 算法产生的无穷迭代序列, 若 $\{\boldsymbol{\omega}_k, \mu_k\}$ 的某一聚点 $(\boldsymbol{\omega}^*, \mu^*)$ 满足 $\mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}^*)^T \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}^*) + \mu^* \mathbf{I}$ 正定, 则 $\nabla Q(\boldsymbol{\omega}^*) = \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}^*)^T \mathbf{F}(\boldsymbol{\omega}^*) = 0$, 即 $\boldsymbol{\omega}^*$ 为极小值点。

在 LM-ML 算法中, $\mathbf{F}(\boldsymbol{\omega})$ 的 Jacobi 矩阵为:

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial u_1} & \frac{\partial F_1}{\partial u_2} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_N}{\partial u_1} & \frac{\partial F_N}{\partial u_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_1 \frac{\partial s_1(u_1)}{\partial u_1} & -A_2 \frac{\partial s_1(u_2)}{\partial u_2} \\ \vdots & \vdots \\ -A_1 \frac{\partial s_N(u_1)}{\partial u_1} & -A_2 \frac{\partial s_N(u_2)}{\partial u_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{j(N-1)\pi d A_1}{\lambda} e^{-\frac{j(N-1)\pi d}{\lambda} u_1} & \frac{j(N-1)\pi d A_2}{\lambda} e^{-\frac{j(N-1)\pi d}{\lambda} u_2} \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{j(N-1)\pi d A_1}{\lambda} e^{\frac{j(N-1)\pi d}{\lambda} u_1} & -\frac{j(N-1)\pi d A_2}{\lambda} e^{\frac{j(N-1)\pi d}{\lambda} u_2} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$\mathbf{J}(\boldsymbol{\omega})$ 为 $N \times 2$ 的矩阵。

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}^*)^H \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}^*) =$$

$$\begin{bmatrix} 2\|A_1\|^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)^2 \sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}} (2n)^2 & T \\ T^H & 2\|A_2\|^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)^2 \sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}} (2n)^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$\mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}^*)^H \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}^*)$ 为 2×2 的矩阵。其中, $T = A_1^H A_2 \cdot$

$\left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)^2 \sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}} (2n)^2 e^{\frac{j(2n)\pi d}{\lambda}(u_1 - u_2)}$ 。又 $\mu^* > 0$, 显然 $\mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}^*)^H \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}^*) + \mu^* \mathbf{I}$ 为正定矩阵。由此可知, LM-ML 算法收敛到似然函数的最大值点, 即计算得到的 $\boldsymbol{\omega}_k$ 为双目标角度的极大似然估计值。

以上证明了 LM-ML 算法的全局收敛性。LM-ML 算法引入最优化 LM 方法, 可通过简单的计算得到双目标角度的极大似然估计。而极大似然估计为渐进无偏估计, 可渐进达到克拉美-罗下限 (Cramer-Rao Lower Bound, CRLB)^[13], 因此通过分析 CRLB, 研究 LM-ML 算法的测角性能。

4 测角性能分析

下文研究角度估计算法的 CRLB。在本问题中, A_1, A_2, u_1, u_2 为估计量, 即 $\boldsymbol{\theta} = [A_1 \ A_2 \ u_1 \ u_2]^T$, 由概率密度函数 $p(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}, \mathbf{a})$ 可得到关于 $\boldsymbol{\theta}$ 的 4×4 阶 Fisher 信息矩阵^[13]。

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) = 2\text{Re}\left\{\left[\frac{\partial \boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i}\right]^H \mathbf{C}^{-1}(\boldsymbol{\theta}) \left[\frac{\partial \boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j}\right]\right\} + \text{tr}\left[\mathbf{C}^{-1}(\boldsymbol{\theta}) \frac{\partial \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} \mathbf{C}^{-1}(\boldsymbol{\theta}) \frac{\partial \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j}\right], \quad i, j = 1, \dots, 4 \quad (14)$$

其中, $\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{S}\mathbf{a}, \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}) = \sigma^2 \mathbf{I}$,

$$\frac{\partial \boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} = \begin{cases} \mathbf{s}(u_i), & i = 1, 2 \\ A_{i-2} [\mathbf{c}_{i-2} \odot \mathbf{s}(u_{i-2})], & i = 3, 4 \end{cases}$$

而 $[\mathbf{c}_i]_n = j \frac{(2n - N - 1)\pi d}{\lambda}$ 。 \odot 为 Hadamard 积, 表示两矩阵对应元素的乘积。

由 $\text{CRLB}(u) = [\mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta})]_{ii}, i = 3, 4$ ^[14] 得到:

$$\text{CRLB}(u) = \frac{1}{2\text{SNR}} \cdot \frac{\mathbf{s}^H \mathbf{s}}{(\mathbf{c} \odot \mathbf{s})^H (\mathbf{c} \odot \mathbf{s}) \mathbf{s}^H \mathbf{s}} - \left\{ \text{Re}[(\mathbf{c} \odot \mathbf{s})^H \mathbf{s}] \right\}^2 - \left\{ \text{Im}[(\mathbf{c} \odot \mathbf{s})^H \mathbf{s}] \right\}^2 \quad (15)$$

其中, $\text{SNR} = |A|^2 / \sigma^2$ 为信噪比。

值得注意的是, A_1, A_2 为未知确定量, 由文献[15]可知, 此时的极大似然角度估计为角度的有效估计, 其均方误差 (Mean Square Error, MSE) 由 CRLB 给出。

5 仿真实验

实验以均匀半波长线阵为例, 阵元数 $N = 100$, 波束宽度 $\theta_{3\text{dB}} = 0.886 \frac{\lambda}{Nd} \approx 0.017 \text{ rad}$, 实验中所有角度的单位均为 rad。容许误差 $\varepsilon = 10^{-8}$, 最大迭代次数 $K = 2000$ 。信噪比 (Signal-to-Noise Ratio, SNR) 定义为直达信号功率与阵元噪声方差的比, 即 $\text{SNR}_i = |A_i|^2 / \sigma^2$ 为阵元信噪比。测角

精度由测角均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)来衡量,为 $RMSE_i = \sqrt{E[(\hat{\theta}_i - \theta_i)^2]}$,且 $RCRLB = \sqrt{CRLB}$ 。为了得到一般性结论,目标方位角、夹角、测角均方根误差以及RCRLB均对波束宽度进行归一化:相对方位角 $\bar{\theta}_i = \theta_i / \theta_{3\text{dB}}$,目标相对夹角 $\bar{\Delta\theta} = |\theta_1 - \theta_2| / \theta_{3\text{dB}}$,相对均方根误差 $URMSE_i = RMSE_i / \theta_{3\text{dB}}$ 以及 $URCRLB = RCRLB / \theta_{3\text{dB}}$ 。

幅相误差描述了各通道的不一致性,设理想情况下通道的幅度与相位增益分别为 $a, e^{j\phi}$ 。当 k 阵元相对应通道的幅度和相位扰动分别为 $\Delta a_k, \Delta \phi_k (k=1, 2, \dots, N)$ 时,通道的幅度与相位增益分别为 $\tilde{a}_k = a(1 + \Delta a_k), \tilde{\phi}_k = e^{j(\phi + \Delta \phi_k)}$ [16]。则幅相误差定义为扰动误差的方差与通道幅度或相位增益平方的比。

下面分情况讨论所提方法的收敛性能、角估计精度以及角分辨能力。分析收敛性能时将LM-ML算法与基于梯度下降法的ML(Gradient Descent based ML)算法[17]进行比较,而分析角度估计精度时与G-ML算法以及单次快拍MUSIC(Single snapshot MUSIC, S-MUSIC)算法[18]进行比较,以说明LM-ML方法具有收敛速度快,测角性能好的优点。在研究某一因素对测角性能影响时,固定其他参数为典型值。为分析统计性能,进行Monte Carlo仿真,各实验的仿真次数均为1000。

5.1 收敛性能仿真分析

5.1.1 收敛性与信噪比的关系

本实验中,设定两目标的方位角 $\theta_1 = -0.007 \text{ rad}, \theta_2 = 0.008 \text{ rad}$,即相对方位角 $\bar{\theta}_1 = -0.41 \text{ rad}, \bar{\theta}_2 = 0.47 \text{ rad}$ 。图1给出了LM-ML与G-ML方法的迭代次数随SNR的变化关系。

由图1可见,LM-ML角估计方法的迭代次数远小于G-ML角估计方法,说明LM-ML能较快收敛。而G-ML角估计方法在 $SNR < 25 \text{ dB}$ 时,迭代次数为最大迭代次数,即在容许误差 $\varepsilon = 10^{-8}$,最大迭代次数 $K = 2000$ 的条件下,该方法不能收敛。

5.1.2 收敛性与两目标夹角的关系

本实验中,设定 $SNR_1 = SNR_2 = 30 \text{ dB}$,图2给出了两种方法的迭代次数随目标夹角的变化关系。

由图2可见,当目标间隔小于0.4倍波束宽度时,两方法在迭代2000次时均未达到收敛条件,而间隔大于0.4倍波束宽度后,LM-ML方法

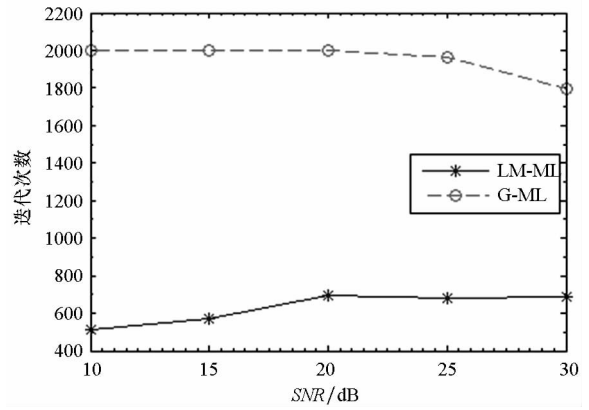


图1 两种方法的迭代次数与SNR的关系曲线

Fig.1 Iteration numbers of G-ML and LM-ML for different SNR

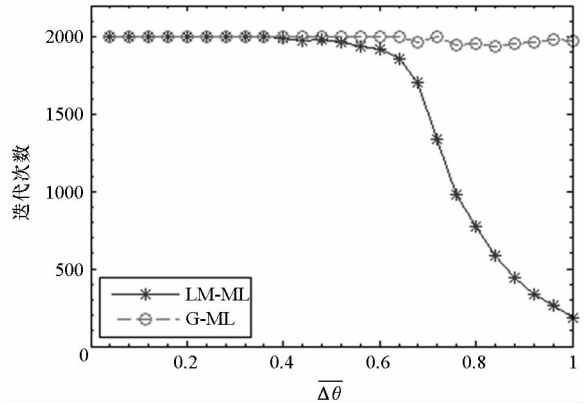


图2 G-ML和LM-ML方法的迭代次数与 $\bar{\Delta\theta}$ 的关系曲线

Fig.2 Iteration numbers of G-ML and LM-ML for different inter-target angle $\bar{\Delta\theta}$

的迭代次数随着两目标夹角的增大显著下降。可见,LM-ML方法具有更好的收敛性能。

5.2 角度估计精度仿真分析

5.2.1 测角精度与信噪比的关系

在本实验中,设定两目标的相对方位角 $\bar{\theta}_1 = -0.41 \text{ rad}, \bar{\theta}_2 = 0.47 \text{ rad}$ 。图3给出了目标1角度估计的 $URCRLB$ 以及G-ML, LM-ML方法和S-MUSIC算法分别测量目标1的 $URMSE_1$ 与SNR的关系,实验中 $SNR_1 = SNR_2 = SNR$ 。

从图3看出,随着信噪比的提高, $URCRLB$ 降低,LM-ML方法在 $SNR > 25 \text{ dB}$ 时,达到 $URCRLB$ 。S-MUSIC算法均方根误差相对较大,而G-ML方法在 $SNR < 25 \text{ dB}$ 时,角度估计误差较大,测角精度较低。可见这两种方法的抗噪性能较差。

5.2.2 测角精度与两目标夹角的关系

在本实验中,设定 $SNR_1 = SNR_2 = 30 \text{ dB}$ 。

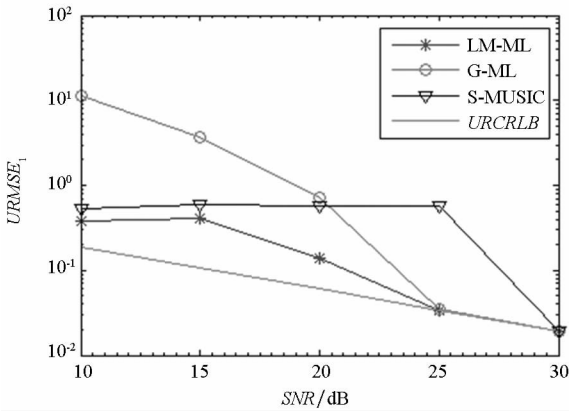


图 3 三种方法的 $URMSE_1$ 与 SNR 的关系曲线
 Fig. 3 $URMSE$ derived from three methods for different SNR

图 4 给出了目标 1 角度估计的 $URCRLB$ 以及三种方法测量时 $URMSE_1$ 与相对夹角 $\overline{\Delta\theta}$ 的关系。

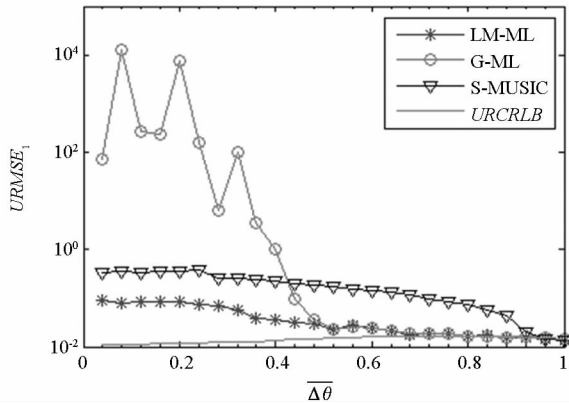


图 4 三种方法的 $URMSE_1$ 与 $\overline{\Delta\theta}$ 的关系曲线
 Fig. 4 $URMSE_1$ derived from three methods for different $\overline{\Delta\theta}$

由图 4 可见, $URCRLB$ 对目标的夹角敏感, 而随着目标夹角的增加, 三种方法的测角的均方根误差先后达到 $URCRLB$ 。G-ML 估计方法在目标间隔小于 0.5 倍波束宽度时, 测角误差急剧增大, 且小于 0.4 倍波束宽度时, $URMSE_1 > 1$, 此时该方法不可用。而 S-MUSIC 算法在小于 0.9 倍波束宽度时, 测角误差显著增大。相较而言, LM-ML 角估计方法随夹角的变化起伏较小, 具有较高的测角精度。

通过以上实验对 LM-ML 方法与 G-ML 方法的对比可知, 不同数值求解方法不仅直接决定角度估计算法收敛速度, 同时还影响角度的测量精度。

5.2.3 幅相误差对测角精度的影响

本实验分析阵元的幅相误差对算法角度估计精度的影响。图 5 给出在 $SNR_1 = SNR_2 = 30$ dB 时, LM-ML 算法分别无幅相误差以及幅相误差为 -30 dB, -40 dB (幅度或相位有 1/100 的误

差) 时, $URMSE_1$ 与相对夹角 $\overline{\Delta\theta}$ 的关系。

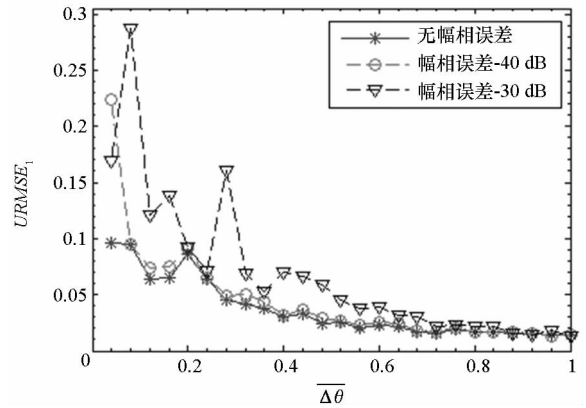


图 5 幅相误差对 $URMSE_1$ 的影响
 Fig. 5 Relationship between amplitude and phase errors and $URMSE_1$

图 5 中, 幅相误差为 -40 dB 时, 目标 1 的角度估计精度与无幅相误差时相近; 幅相误差为 -30 dB 时, 均方根误差小幅增加。由此可见, LM-ML 算法具有较好的稳健性。

5.3 角度分辨力仿真分析

本实验分析了 LM-ML 算法的角度分辨能力, 设定目标估计的均方根误差小于 0.2 倍目标角度间隔时, 目标为有效分辨。图 6 给出了不同幅相误差条件下, 算法可分辨两目标的角度间隔的相对波束宽度随信噪比变化的曲线。

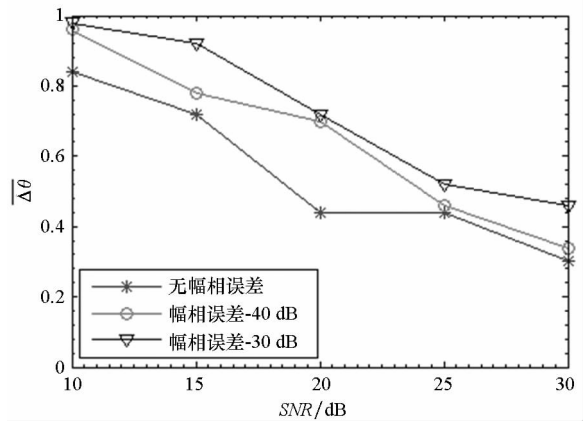


图 6 角度分辨力与 SNR 的关系曲线
 Fig. 6 Resolution of LM-ML for different SNR

由图 6 可见, 随信噪比的增加, 算法的角度分辨能力增强。而加入幅相误差, 算法分辨力有所下降, 且在信噪比较低时, 幅相误差对分辨力的影响更为显著。

6 结论

本文在阵列雷达基础上, 针对单波束内存在

双目标的情况展开研究。根据阵列雷达回波特点,建立了双目标回波模型,得到了基于极大似然原理的角度估计方法。随后研究了极大似然估计的数值求解方法,提出了一种基于LM算法的角度求解方法。仿真实验表明,LM-ML算法具有收敛速度快,测角性能好的优点,能够对单波束内的双目标角度进行精确估计,从而实现不可分辨目标的角度分辨。

参考文献(References)

- [1] Sherman S M. Monopulse principles and techniques [M]. USA: Artech House, 1984.
- [2] Blair W D, Brandt-Pearce M. Monopulse DOA estimation of two unresolved rayleigh targets [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 2(37): 452 - 469.
- [3] Blair W D, Brandt-Pearce M. Statistical description of monopulse parameters for tracking Rayleigh targets [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 2(34): 597 - 611.
- [4] Sinha A, Kirubarajan T, Bar-Shalom Y. Maximum likelihood angle extractor for two closely spaced targets [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 1(38): 183 - 203.
- [5] Sinha A, Kirubarajan T, Bar-Shalom Y. Tracker and signal processing for the benchmark problem with unresolved targets [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006, 1(42): 279 - 300.
- [6] Wang Z, Sinha A, Willett P, et al. Angle estimation for two unresolved targets with monopulse radar [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2004, 3(40): 998 - 1019.
- [7] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
WANG Yongliang, CHEN Hui, PENG Yingning, et al. Space spectral estimation theory and algorithms [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese)
- [8] 张小飞, 汪飞, 徐大专. 阵列信号处理的理论和应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2010.
ZHANG Xiaofei, WANG Fei, XU Dazhuan. Theory and algorithms of array signal processing [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010. (in Chinese)
- [9] White W D. Low-angle radar tracking in the presence of multipath [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1974, 10(6): 835 - 852.
- [10] Ranganathan A. The Levenberg-Marquardt algorithm [J]. Tutorial on LM Algorithm, 2004, 11(1): 101 - 110.
- [11] Wilamowski B M, Yu H. Improved computation for Levenberg-Marquardt training [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2010, 21(6): 930 - 937.
- [12] 马昌凤. 最优化方法及其 MATLAB 程序设计 [M]. 北京: 科学出版社, 2010.
MA Changfeng. Optimization method and the MATLAB programming [M]. Beijing: Science Press, 2010. (in Chinese)
- [13] Kay S M. Fundamentals of statistical signal processing, estimation theory [M]. USA: Prentice-Hall, 1993.
- [14] Stoica P, Larsson E G, Gershman A B. The stochastic CRB for array processing a textbook derivation [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2001, 8(5): 148 - 151.
- [15] Farina A, Gini F, Greco M. DOA estimation by exploiting the amplitude modulation induced by antenna scanning [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 4(38): 1268 - 1276.
- [16] 苏卫民, 顾红, 倪晋麟, 等. 通道幅相误差条件下 MUSIC 空域谱的统计性能 [J]. 电子学报, 2000, 28(5): 105 - 107.
SU Weimin, GU Hong, NI Jinlin, et al. A statistical performance analysis of the MUSIC algorithm in the presence of amplitude and phase perturbation [J]. ACTA Electronica Sinica, 2000, 28(5): 105 - 107. (in Chinese)
- [17] Bianchi N C, Krogh A, Warmuth M K. Bounds on approximate steepest descent for likelihood maximization in exponential families [J]. IEEE Transaction on Information Theory, 1994, 40(4): 1215 - 1218.
- [18] Ren Q S, Willis A J. Extending MUSIC to single snapshot and on line direction finding applications [C]// Proceedings of IEE Radar 97, 1997: 783 - 787.