

# 基于自适应二阶终端滑模的航天器有限时间姿态机动算法\*

冉德超,倪庆,绳涛,陈小前

(国防科技大学 航天科学与工程学院,湖南长沙 410073)

**摘要:**针对航天器有限时间姿态机动问题,提出一种自适应二阶终端滑模控制算法。设计一种终端滑模面,保证系统状态能够在有限时间内沿滑模面收敛到系统原点;为克服系统抖振,设计了二阶终端滑模控制器,并采用参数自适应估计项补偿系统中的外部干扰力矩。基于 Lyapunov 函数法证明了二阶自适应终端滑模控制器能够保证闭环系统实际有限时间稳定。仿真结果表明,提出的姿态机动算法响应速度快、精度高,能够有效实现对系统抖振和外部干扰的抑制,具有重要的科学意义和工程应用价值。

**关键词:**航天器;姿态机动;二阶终端滑模;有限时间控制;自适应估计

中图分类号:V448 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2017)01-006-05

## Spacecraft attitude maneuver algorithm design based on adaptive second-order terminal sliding mode

RAN Dechao, NI Qing, SHENG Tao, CHEN Xiaoqian

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** In order to solve the attitude maneuver problem of rigid spacecraft, an adaptive second-order terminal sliding mode control algorithm was designed. A terminal sliding mode surface was designed to guarantee that the system states can converge to the original point along the sliding surface in finite time; a second-order terminal sliding mode controller was designed to overcome chattering, and an adaptive estimation parameter was adopted to compensate the external disturbances. The Lyapunov function methods proved that the designed algorithm can guarantee that the closed-loop system is practically finite-time stable. The simulation results show that this algorithm can achieve fast response and high accuracy, can effectively restrain the system chattering and the external disturbance, and has important scientific significance and engineering value.

**Key words:** spacecraft; attitude maneuver; second-order terminal sliding mode; finite time control; adaptive estimation

滑模控制(Sliding Mode Control, SMC)设计简单、控制精度高,且滑动模态对系统的扰动和外部扰动具有完全鲁棒性,故在航天器姿态控制领域得到了广泛的应用<sup>[1-4]</sup>。Man等<sup>[5]</sup>通过引入神经网络中最终吸引子的概念,设计了终端滑动模态(Terminal Sliding Mode, TSM),保证系统状态能够在有限时间内收敛到平衡点。为了解决终端滑模控制在平衡点附近可能发生奇异的问题,文献[6]设计了一种非奇异的终端滑模控制器。文献[7]和文献[8]分别将终端滑模用于刚体航天器的姿态机动控制任务中,并取得了理想的控制效果,但由于算法包含不连续切换项,因此所设计的控制算法存在抖振问题。文献[9]和文献[10]采用二阶滑模控制方法,将不连续项包含在控制器的导数之中,很好地抑制了抖振。

### 1 航天器姿态描述与系统模型

在航天器姿态控制任务中,使用四元数  $q = [q_0 \quad \bar{q}^T]^T \in \mathbf{R}^4$  描述航天器本体系  $F_b$  相对于惯性系  $F_1$  的姿态,使用四元数  $q_d = [q_{d0} \quad \bar{q}_d^T]^T \in \mathbf{R}^4$  描述航天器期望坐标系  $F_d$  相对于  $F_1$  的姿态。

定义  $F_b$  相对于  $F_d$  的误差四元数  $q_e = [q_{e0} \quad \bar{q}_e^T]^T \in \mathbf{R}^4$ ,则有

$$q_e = q_d^{-1} \otimes q \quad (1)$$

式中,  $\otimes$  表示四元数乘法。

假设  $\omega \in \mathbf{R}^3$  为  $F_b$  相对于  $F_1$  的旋转角速度在  $F_b$  下的表示,  $\omega_d \in \mathbf{R}^3$  为  $F_d$  相对于  $F_1$  的旋转角速度在  $F_d$  下的表示,则  $F_b$  相对于  $F_d$  的误差角速度  $\omega_e \in \mathbf{R}^3$  在  $F_b$  下的表示为

\* 收稿日期:2015-09-08

基金项目:国防科技大学优秀研究生创新资助项目(B15017)

作者简介:冉德超(1987—),男,山东泰安人,博士研究生,E-mail:randechao@nudt.edu.cn;

陈小前(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:chenxiaqian@nudt.edu.cn

$$\boldsymbol{\omega}_e = \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}(\mathbf{q}_e)\boldsymbol{\omega}_d \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{C}(\mathbf{q}_e)$  表示  $F_d$  到  $F_b$  的坐标转换矩阵。

航天器姿态机动运动学与动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{q}_{e0} = -\frac{1}{2}\bar{\mathbf{q}}_e^T \boldsymbol{\omega}_e \\ \dot{\bar{\mathbf{q}}}_e = \frac{1}{2}\mathbf{M}(\mathbf{q}_e)\boldsymbol{\omega}_e \end{cases} \quad (3)$$

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_e = \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}_e^x \mathbf{C}\boldsymbol{\omega}_d - \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\omega}}_d) - \boldsymbol{\omega}^x \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{T}_c + \mathbf{T}_d \quad (4)$$

其中:  $\mathbf{M}(\mathbf{q}_e) = q_{e0}\mathbf{I}_{3 \times 3} + \bar{\mathbf{q}}_e^T$ ;  $\mathbf{J} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  表示星体转动惯量矩阵;  $\mathbf{T}_c \in \mathbf{R}^3$  为控制力矩;  $\mathbf{T}_d \in \mathbf{R}^3$  为干扰力矩, 主要包括太阳光压力矩、剩磁干扰力矩、重力梯度力矩和气动力矩等。

对于系统(3)~(4), 为进行控制器设计以及方便下文公式推导, 在全局范围内做出如下假设。

**假设 1:** 期望坐标系  $F_d$  相对于惯性坐标系  $F_1$  的旋转角速度和角加速度均为零, 即  $\boldsymbol{\omega}_d = \mathbf{0}$ ,  $\dot{\boldsymbol{\omega}}_d = \mathbf{0}$ 。

**假设 2:** 控制力矩有界, 即存在常数  $u_{\max} > 0$ , 使得  $\mathbf{T}_c$  的每个分量满足

$$|T_{ci}(t)| \leq u_{\max}, \quad \forall t > 0, i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

**假设 3:** 对于航天器转动惯量阵  $\mathbf{J}$ , 存在常数  $J_1 > 0, J_2 > 0$ , 满足

$$J_1 \mathbf{I}_{3 \times 3} \leq \mathbf{J} \leq J_2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \quad (6)$$

**假设 4<sup>[11]</sup>:** 系统受到的外部干扰力矩有界且干扰力矩的导数有界, 即存在正常数  $\eta_1$  和  $\eta_2$ , 使得

$$\begin{cases} \|\mathbf{T}_d(t)\| \leq \eta_1 \\ \|\dot{\mathbf{T}}_d(t)\| \leq \eta_2 \end{cases} \quad (7)$$

式中, 范数  $\|\cdot\|$  与下文选取一致, 对于向量均取向量的 2 范数, 对于矩阵均取诱导 2 范数。

**注 1** 在区域  $D = \{(\boldsymbol{\omega}_e, \mathbf{q}_e) \mid \|\boldsymbol{\omega}_e\| \leq c, c > 0\}$  内, 由式(4)、假设 1~4 可知, 角速度  $\dot{\boldsymbol{\omega}}_e$  有界。由式(3)可知,  $\boldsymbol{\omega}_e$  有界, 意味着  $\dot{\bar{\mathbf{q}}}_e$  有界。因此, 存在正常数  $\eta$ , 使得

$$\frac{1}{2}\|\dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}_e)\mathbf{J}^{-1}\mathbf{T}_d(t) + \mathbf{M}(\mathbf{q}_e)\mathbf{J}^{-1}\dot{\mathbf{T}}_d(t)\| \leq \eta \quad (8)$$

航天器姿态机动问题描述: 对于系统(3)~(4)设计控制器, 使得状态  $(\mathbf{q}_e, \boldsymbol{\omega}_e)$  全局一致有界, 并且当  $t \rightarrow T$  时, 有

$$\begin{cases} |q_{ei}(t)| \leq \Delta_1 \\ |\dot{q}_{ei}(t)| \leq \Delta_2 \end{cases} \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

其中:  $T$  表示姿态机动时间;  $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0$ 。

## 2 终端滑模面设计

首先, 选取如下形式的终端滑模面

$$s = \dot{\bar{\mathbf{q}}}_e + \mathbf{K}|\bar{\mathbf{q}}_e|^l \text{sgn}(\bar{\mathbf{q}}_e) \quad (10)$$

式中: 滑模面  $s = [s_1, s_2, s_3]^T \in \mathbf{R}^3$ ;  $\mathbf{K} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  是正定对角矩阵, 且  $\mathbf{K} = \text{diag}[k_1, k_2, k_3]$ ;  $\frac{1}{2} < l < 1$ 。

**注 2** 需要指出的是, 对于任意向量  $\mathbf{Z} \in \mathbf{R}^3$ , 其指数幂可以表示为

$$|\mathbf{Z}|^l = \text{diag}([|\mathbf{Z}_1|^l, |\mathbf{Z}_2|^l, |\mathbf{Z}_3|^l]) \quad (11)$$

对滑模面  $s$  求导, 可得

$$\dot{s} = \frac{1}{2}\mathbf{M}(\mathbf{q}_e)\dot{\boldsymbol{\omega}}_e - \frac{1}{4}\bar{\mathbf{q}}_e(\boldsymbol{\omega}_e^T \boldsymbol{\omega}_e) + l\mathbf{K}|\bar{\mathbf{q}}_e|^{l-1}\dot{\bar{\mathbf{q}}}_e \quad (12)$$

**引理 1** 对于任意  $p \in (0, 1)$ , 有如式(13)所示不等式成立。

$$\sum_{i=1}^3 |x_i|^{1+p} \geq \left(\sum_{i=1}^3 |x_i|^2\right)^{\frac{1+p}{2}} \quad (13)$$

**引理 2<sup>[12]</sup>** 对系统  $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}), f(\mathbf{0}) = \mathbf{0}, \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ , 如果存在正定连续函数  $V(\mathbf{x}): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ , 且  $0 < \alpha < 1, \lambda \in \mathbf{R}^+$ 。开邻域  $U_0 \subseteq \mathbf{R}^n$ , 使得  $V(\mathbf{x})$  满足

$$\dot{V}(\mathbf{x}) + \lambda V^\alpha(\mathbf{x}) \leq 0, \quad \mathbf{x} \in U_0 \quad (14)$$

则任意从  $U_0 \subseteq \mathbf{R}^n$  开始的函数  $V(\mathbf{x})$  在有限时间  $T$  内都能到达  $V(\mathbf{x}) = 0$ , 系统状态在有限时间内稳定到平衡点, 且到达时间满足

$$T \leq \frac{V^{1-\alpha}(\mathbf{x}_0)}{\lambda(1-\alpha)} \quad (15)$$

其中,  $V(\mathbf{x}_0)$  表示函数  $V(\mathbf{x})$  的初值, 且如果  $U_0 = \mathbf{R}^n$ , 则系统是全局有限时间稳定的。

**定理** 针对存在外部扰动的航天器姿态机动系统(3)~(4), 若系统状态能够保持在设计的滑模面(10)上, 则系统状态在有限时间内沿滑模面收敛到平衡点, 即  $\bar{\mathbf{q}}_e = \mathbf{0}, q_{e0} = 1$ 。

**证明:** 选取 Lyapunov 函数

$$V_e = \bar{\mathbf{q}}_e^T \bar{\mathbf{q}}_e + (1 - q_{e0})^2 = 2(1 - q_{e0}) \quad (16)$$

当系统状态到达滑模面(10)时, 有

$$\dot{\bar{\mathbf{q}}}_e = -\mathbf{K}|\bar{\mathbf{q}}_e|^l \text{sgn}(\bar{\mathbf{q}}_e) \quad (17)$$

对式(16)求导, 可得

$$\dot{V}_e = 2\bar{\mathbf{q}}_e^T \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q}_e)\dot{\bar{\mathbf{q}}}_e = -\sum_{i=1}^3 \frac{2k_i}{q_{e0}} |q_{ei}|^{l+1} \quad (18)$$

根据引理 1 可得

$$\dot{V}_e \leq -\frac{2k}{q_{e0}} (\bar{\mathbf{q}}_e^T \bar{\mathbf{q}}_e)^{\frac{l+1}{2}} \quad (19)$$

其中,  $k = \min(k_1, k_2, k_3)$ 。由于  $(1 - q_{e0})^2 < \bar{\mathbf{q}}_e^T \bar{\mathbf{q}}_e$ , 因此, 式(16)可表示为

$$V_e \leq 2\bar{\mathbf{q}}_e^T \bar{\mathbf{q}}_e \quad (20)$$

将式(20)代入式(19),可得

$$\dot{V}_e \leq -\frac{k}{2^{\frac{l-1}{2}} q_{e0}} V_e^{\frac{l+1}{2}} \quad (21)$$

根据引理 2 可得,当系统状态在滑模面(10)上运动时,系统状态会在有限时间内到达平衡点( $\bar{q}_e = \mathbf{0}, q_{e0} = 1$ ),且到达时间满足

$$T_{\text{reach}} \leq \frac{2^{\frac{l+1}{2}} q_{e0}}{k(1-l)} V_{e,t=0}^{\frac{l-1}{2}} \quad (22)$$

### 3 自适应二阶终端滑模控制器设计

引理 3<sup>[8]</sup> 对系统  $\dot{x} = f(x), x \in \mathbf{R}^n$ , 如果存在正定连续函数  $V(x): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ , 且  $\phi > 0, 0 < \varphi < 1, 0 < \eta < \infty$ , 使得  $V(x)$  满足

$$\dot{V}(x) \leq -\phi V^\varphi(x) + \eta \quad (23)$$

则系统为实际有限时间稳定。

设计二阶 Terminal 滑模面  $\sigma \in \mathbf{R}^3$  为

$$\sigma = \dot{s} + \mathbf{K}_1 s + \mathbf{K}_2 |s|^{\varphi_1} \text{sgn}(s) \quad (24)$$

式中,  $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2 \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为正定对角矩阵;  $\frac{1}{2} < \varphi_1 < 1$ 。

滑模面  $\sigma$  的导数可以表示为

$$\dot{\sigma} = \dot{s} + \mathbf{K}_1 \dot{s} + \varphi_1 \mathbf{K}_2 |s|^{\varphi_1-1} \dot{s} \quad (25)$$

为了保证滑模面  $\sigma$  收敛到平衡点  $\sigma = \mathbf{0}$ , 设计如式(26)所示控制器。

$$T_c = u_n + u_r + u_c \quad (26)$$

式中,  $u_n, u_r$  和  $u_c$  分别为

$$\begin{cases} u_n = \omega^\times J \omega + J(C \dot{\omega}_d - \omega_e^\times C \omega_d) + \\ \quad \frac{1}{2} J M^{-1} \bar{q}_e (\omega_e^\times \omega_e) - \\ \quad 2l J M^{-1} K |\bar{q}_e|^{l-1} \dot{\bar{q}}_e \\ u_c = -2 J M^{-1} \int_0^t \left( \hat{\eta} \frac{\sigma}{\|\sigma\|} \right) d\tau \\ u_r = -2 J M^{-1} \left( \mathbf{K}_1 s + \int_0^t v d\tau \right) \end{cases} \quad (27)$$

其中:  $\hat{\eta}$  表示  $\eta$  的估计值;  $v \in \mathbf{R}^3$  表示为

$$v = \varphi_1 \mathbf{K}_2 |s|^{\varphi_1-1} \dot{s} + \lambda_1 |\sigma|^{\varphi_2} \text{sgn}(\sigma) \quad (28)$$

式中:  $\lambda_1 > 0; 0 < \varphi_2 < 1$ 。

将控制器(26)代入式(12)可得

$$\dot{s} = -\mathbf{K}_1 s - \int_0^t v d\tau - \int_0^t \left( \hat{\eta} \frac{\sigma}{\|\sigma\|} \right) d\tau + \frac{1}{2} M J^{-1} T_d \quad (29)$$

因此,滑模面  $s$  的二阶导数可以表示为

$$\ddot{s} = -\mathbf{K}_1 \dot{s} - v - \hat{\eta} \frac{\sigma}{\|\sigma\|} + \frac{1}{2} M J^{-1} T_d + \frac{1}{2} M J^{-1} \dot{T}_d \quad (30)$$

## 4 稳定性证明

选择 Lyapunov 函数

$$V_\sigma = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma + \frac{1}{2a_0} \tilde{\eta}^2 \quad (31)$$

式中,  $\tilde{\eta} = \eta - \hat{\eta}$ 。

对式(31)求导可得

$$\dot{V}_\sigma = \sigma^T \dot{\sigma} - \frac{1}{a_0} \tilde{\eta} \dot{\hat{\eta}} \quad (32)$$

将式(25)、式(29)和式(30)代入式(32)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_\sigma &= \sigma^T \left[ -\lambda_1 |\sigma|^{\varphi_2} \text{sgn}(\sigma) - \hat{\eta} \frac{\sigma}{\|\sigma\|} + \frac{1}{2} M J^{-1} T_d + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2} M J^{-1} \dot{T}_d \right] - \frac{1}{a_0} \tilde{\eta} \dot{\hat{\eta}} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\leq -\lambda_1 \sum_{i=1}^3 |\sigma_i|^{\varphi_2+1} + \tilde{\eta} \|\sigma\| - \frac{1}{a_0} \tilde{\eta} \dot{\hat{\eta}} \quad (33)$$

选择自适应参数  $\hat{\eta}$  的更新律为

$$\dot{\hat{\eta}} = a_0 (-\alpha_0 \hat{\eta} + \|\sigma\|) \quad (34)$$

式中,  $a_0 > 0, \alpha_0 > 0$ 。

因此,式(33)可以表示为

$$\dot{V}_\sigma \leq -\lambda_1 \sum_{i=1}^3 |\sigma_i|^{\varphi_2+1} + \alpha_0 \tilde{\eta} \hat{\eta} \quad (35)$$

对于任意正数  $\delta_0 > \frac{1}{2}$ , 有如式(36)所示不等式成立。

$$\tilde{\eta} \hat{\eta} = \eta \tilde{\eta} - \tilde{\eta}^2 \leq \frac{1}{2\delta_0} \tilde{\eta}^2 + \frac{\delta_0}{2} \eta^2 - \tilde{\eta}^2 \quad (36)$$

因此,式(33)可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}_\sigma &\leq -\lambda_1 \sum_{i=1}^3 |\sigma_i|^{\varphi_2+1} + \alpha_0 \tilde{\eta} \hat{\eta} \\ &\leq -\lambda \left[ \left( \frac{1}{2} \sigma^T \sigma \right)^{\frac{\varphi_2+1}{2}} + \left( \frac{1}{2a_0} \tilde{\eta}^2 \right)^{\frac{\varphi_2+1}{2}} \right] + \\ &\quad \left[ \frac{\alpha_0 (2\delta_0 - 1)}{2\delta_0} \tilde{\eta}^2 \right]^{\frac{\varphi_2+1}{2}} + \alpha_0 \tilde{\eta} \hat{\eta} \end{aligned} \quad (37)$$

式中,  $\lambda = \lambda_1 2^{\frac{\varphi_2+1}{2}}, a_0 \geq \frac{\delta_0 \lambda^{\frac{2}{\varphi_2+1}}}{\alpha_0 (2\delta_0 - 1)}$ 。

根据引理 1 可得

$$\dot{V}_\sigma \leq -\lambda V_\sigma^{\frac{\varphi_2+1}{2}} + \left[ \frac{\alpha_0 (2\delta_0 - 1)}{2\delta_0} \tilde{\eta}^2 \right]^{\frac{\varphi_2+1}{2}} + \alpha_0 \tilde{\eta} \hat{\eta} \quad (38)$$

若  $\frac{\alpha_0 (2\delta_0 - 1)}{2\delta_0} \tilde{\eta}^2 \geq 1$ , 则

$$\left[ \frac{\alpha_0 (2\delta_0 - 1)}{2\delta_0} \tilde{\eta}^2 \right]^{\frac{\varphi_2+1}{2}} + \alpha_0 \tilde{\eta} \hat{\eta} \leq \frac{\alpha_0 \delta_0}{2} \eta^2 \quad (39)$$

$$\begin{aligned} & \text{若 } \frac{\alpha_0(2\delta_0 - 1)}{2\delta_0} \tilde{\eta}^2 < 1, \text{ 则} \\ & \left[ \frac{\alpha_0(2\delta_0 - 1)}{2\delta_0} \tilde{\eta}^2 \right]^{\frac{\varphi_2+1}{2}} + \alpha_0 \tilde{\eta} \hat{\eta} < \frac{\alpha_0 \delta_0}{2} \eta^2 + \zeta_1 \end{aligned} \quad (40)$$

式中,  $0 < \xi_1 < 1$ 。

由式(39)和式(40),可得

$$\left[ \frac{\alpha_0(2\delta_0 - 1)}{2\delta_0} \tilde{\eta}^2 \right]^{\frac{\varphi_2+1}{2}} + \alpha_0 \tilde{\eta} \hat{\eta} < \frac{\alpha_0 \delta_0}{2} \eta^2 + \zeta_1 \quad (41)$$

因此,根据式(35)~(41)可得

$$\dot{V}_\sigma \leq -\lambda V_\sigma^{\frac{\varphi_2+1}{2}} + \phi \quad (42)$$

式中,  $\phi = \frac{\alpha_0 \delta_0}{2} \eta^2 + \zeta_1$ 。

根据引理3可得,系统是实际有限时间稳定的。对于式(42),存在常数  $0 < \theta < 1$ ,使不等式(43)成立。

$$\dot{V}_\sigma \leq -\theta \lambda V_\sigma^{\frac{\varphi_2+1}{2}} - (1-\theta) \lambda V_\sigma^{\frac{\varphi_2+1}{2}} + \phi \quad (43)$$

$V_\sigma(t)$ 能够在有限时间内收敛到  $V_\sigma^{\frac{\varphi_2+1}{2}}(t) \leq$

$\frac{\phi}{(1-\theta)\lambda}$ ,即

$$\lim_{t \rightarrow T_\sigma} \sigma(t) \in \left\{ \|\sigma\| \leq \left[ \frac{\phi}{(1-\theta)\lambda_1} \right]^{\frac{1}{\varphi_2+1}} = \Delta_1 \right\} \quad (44)$$

注3 根据式(44)可得  $|\sigma_i| \leq \Delta_1$ ,因此有  $\dot{s}_i +$

$k_{1i}s_i + k_{2i}|s_i|^{\varphi_1} \text{sgn}(s_i) = \beta_i$ ,  $|\beta_i| \leq \Delta_1$ ;  $i = 1, 2, 3$ ;

当  $k_{2i} - \frac{\beta_i}{|s_i|^{\varphi_1} \text{sgn}(s_i)} > 0$  时,有  $|s_i| \leq \left( \frac{\Delta_1}{k_{2i}} \right)^{\frac{1}{\varphi_1}} =$

$\Delta_2$ 。根据式(10)可得,  $\dot{q}_{ei} + k_i |q_{ei}|^l \text{sgn}(q_{ei}) = \chi_i$ ,  $|\chi_i| \leq \Delta_2$ ,即有不等式(45)成立。

$$\begin{cases} |q_{ei}| \leq \left( \frac{\Delta_2}{k_i} \right)^{\frac{1}{l}} \\ |\dot{q}_{ei}| \leq 2\Delta_2 \end{cases} \quad (45)$$

### 5 仿真分析

航天器转动惯量矩阵<sup>[7]</sup>  $J = \text{diag}([15, 15, 15]) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,采用3-1-2旋转描述的航天器初始姿态角为  $[20, 10, -15]^T (^\circ)$ ,期望姿态为  $[0, 0, 0]^T (^\circ)$ ,初始姿态角速度和期望姿态角速度均为  $[0, 0, 0]^T (^\circ)/\text{s}$ 。航天器姿态控制执行器的最大控制力矩为  $u_{\max} = 0.1 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。

航天器在轨过程中受到的干扰力矩<sup>[7]</sup>为

$$T_d = \begin{bmatrix} 4 + 0.2 \sin(0.01 \pi t) \\ 5 + 0.5 \sin(0.01 \pi t) \\ 4 + 0.2 \sin(0.01 \pi t) \end{bmatrix} \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \quad (46)$$

控制器参数选取为:  $K = \text{diag}([0.1, 0.1, 0.1])$ ,  $K_1 = \text{diag}([0.09, 0.09, 0.09])$ ,  $K_2 = \text{diag}([0.27, 0.27, 0.27])$ ,  $l = 0.98$ ,  $\varphi_1 = 0.98$ ,  $\varphi_2 = 0.9$ ,  $\lambda_1 = 0.05$ ,  $\alpha_0 = 5$ ,  $\hat{\eta}(0) = 0$ 。

仿真结果如图1~5所示。从图1和图2可以看出,自适应二阶终端滑模控制器能够在65 s内实现航天器的姿态机动,姿态角和姿态角速度均收敛到0附近。从图3可以看出,执行器输出力矩在最大控制力矩范围内,到达稳定状态后,没有出现抖振。从图4和图5可以看出,一阶TSM滑模面和二阶TSM滑模面均能在有限时间内收敛到0附近。仿真结果表明本文设计的自适应二阶终端滑模控制器能够有效完成航天器姿态机动控制任务,实现有限时间稳定的同时保证控制器的鲁棒性,提高航天器姿态机动的可靠性。

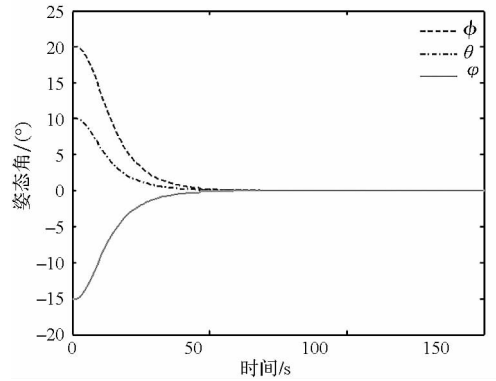


图1 姿态角误差曲线

Fig. 1 Error curves of attitude angle

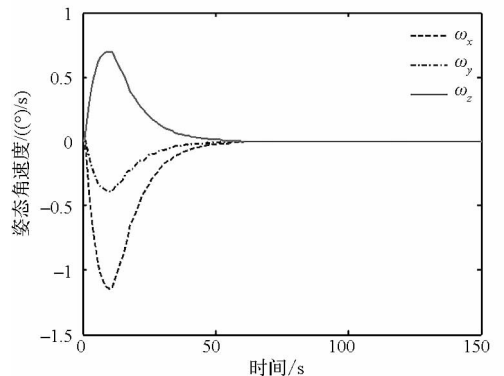


图2 姿态角速度误差曲线

Fig. 2 Error curves of angular velocity

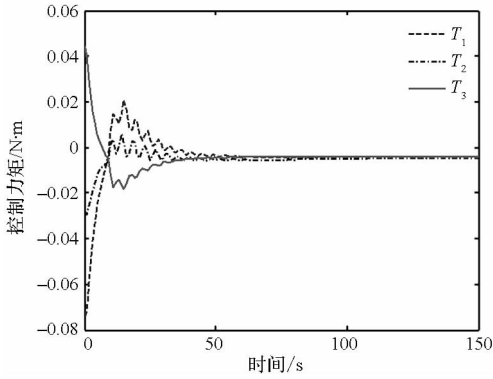


图 3 控制力矩变化曲线

Fig. 3 Changing curves of control torque

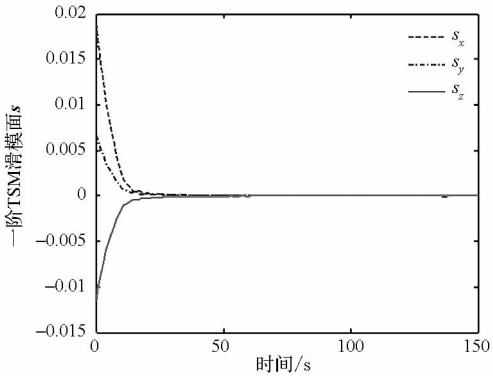


图 4 一阶 TSM 滑模面变化曲线

Fig. 4 Changing curves of first-order TSM surface

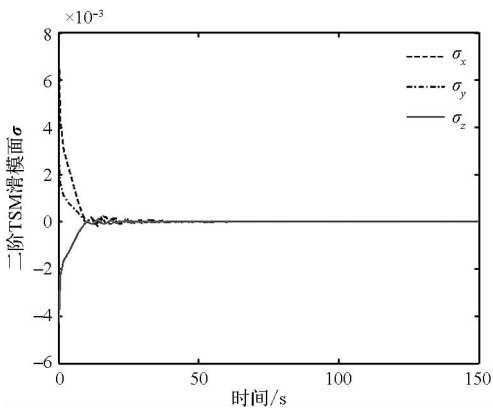


图 5 二阶滑模面变化曲线

Fig. 5 Changing curves of second-order TSM surface

### 6 结论

设计了一种自适应二阶终端滑模控制器。该控制器不仅能够保证系统状态在有限时间内收敛到平衡点,而且能够有效抑制系统的抖振。自适应估计参数的引入能够有效补偿系统未建模特性的影响,实现对外部干扰的抑制,提高系统的鲁棒性。将本文提出的控制方法应用于航天器姿态机动控制,仿真结果表明该方法能够有效实现姿态机动,而且具有很好的鲁棒性,有着广阔的应用

前景。

### 参考文献 (References)

[1] 胡庆雷, 马广富, 姜野, 等. 三轴稳定挠性卫星姿态机动时变滑模变结构和主动振动控制[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(2): 122 - 126.  
 HU Qinglei, MA Guangfu, JIANG Ye, et al. Variable structure control with time-varying sliding mode and vibration control for flexible satellite [J]. Control Theory & Applications, 2009, 26(2): 122 - 126. (in Chinese)

[2] Crassidis J L, Vadali S R, Markley F L. Optimal variable structure control tracking of spacecraft maneuvers [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2000, 23(3): 564 - 566.

[3] Godard G, Kumar K D. Fault tolerant reconfigurable satellite formations using adaptive variable structure techniques [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2010, 33(3): 969 - 984.

[4] Lu K F, Xia Y Q, Zhu Z, et al. Sliding mode attitude tracking of rigid spacecraft with disturbances [J]. Journal of the Franklin Institute, 2012, 349(2): 413 - 440.

[5] Man Z H, Palinski A P, Wu H R. A robust MIMO terminal sliding mode control scheme for rigid robot manipulators [J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 1994, 39(12): 2464 - 2469.

[6] Feng Y, Yu X H, Man Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators [J]. Automatica, 2002, 38(12): 2159 - 2167.

[7] Wu S N, Radice G, Gao Y S. Quaternion-based finite time control for spacecraft attitude tracking [J]. Acta Astronautica, 2011, 69(1/2): 48 - 58.

[8] Zhu Z, Xia Y Q, Fu M Y. Attitude stabilization of rigid spacecraft with finite-time convergence [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2011, 21(6): 686 - 702.

[9] Li J Q, Pan Y D, Kumar K D. Design of asymptotic second-order sliding mode control for satellite formation flying [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2012, 35(1): 309 - 316.

[10] 蒲明, 吴庆宪, 姜长生, 等. 基于模糊干扰观测器的自适应二阶动态滑模控制 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(6): 805 - 812.  
 PU Ming, WU Qingxian, JIANG Changsheng, et al. Adaptive second-order dynamic sliding mode control based on fuzzy disturbance-observer [J]. Control Theory & Application, 2011, 28(6): 805 - 812. (in Chinese)

[11] 宋申民, 张保群, 陈兴林. 空间绕飞任务中航天器姿态跟踪的鲁棒控制 [J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(1): 120 - 126.  
 SONG Shenmin, ZHANG Baoqun, CHEN Xinglin. Robust control of spacecraft attitude tracking for space fly-around mission [J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(1): 120 - 126. (in Chinese)

[12] 赵琳, 闫鑫, 郝勇, 等. 基于快速终端滑模的航天器自适应容错控制 [J]. 宇航学报, 2012, 33(4): 426 - 435.  
 ZHAO Lin, YAN Xin, HAO Yong, et al. Adaptive fault tolerant control for spacecraft based on fast terminal sliding mode [J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(4): 426 - 435. (in Chinese)