doi:10.11887/j.cn.201701017

http://journal. nudt. edu. cn

# 可靠度和费用约束下的加速老炼试验时间优化。

黄秀平,周经伦,程 龙

(国防科技大学 信息系统与管理学院, 湖南 长沙 410073)

**摘 要:**为了提高产品实际使用可靠度,减少老炼试验和保修费用,基于效用函数研究了具有早期失效 的产品在可靠度和费用约束下的加速老炼试验时间优化方法。考虑产品寿命分布参数的不确定性,利用自 助法估计参数的先验分布,然后通过仿真方法获得实际使用可靠度和费用的联合效用函数。以联合效用函 数值最大为优化目标建立加速老炼试验时间优化模型,得到最优的加速老炼试验时间。结合对数正态分布 产品在温度应力下的加速老炼试验数值示例,阐述上述方法的应用,并对参数进行敏感性分析,结果表明提 出的加速老炼试验方法不但能缩短产品的试验时间,还可以最大程度同时满足费用和可靠性的要求。

关键词:老炼试验;优化;效用函数;加速模型;对数正态分布

中图分类号:TB114 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2017)01-109-06

# Optimization of accelerated burn-in time with reliability and cost constraints

HUANG Xiuping, ZHOU Jinglun, CHENG Long

(College of Information System and Management, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In order to improve the field reliability of products and reduce the total cost of burn-in procedure and warranty, an optimization method of accelerated burn-in time for products with infant mortalities within the reliability and cost constrains was developed on the basis of utility function. Considering the uncertainties with respect to the lifetime distribution parameters of the product, the prior distributions of these parameters were derived by using the bootstrap method, and then the joint utility function combining field reliability with cost was constructed through simulation technique. Choosing the maximum of joint utility as objective, the optimal accelerated burn-in time model was established, and the optimal burn-in duration was derived. The application of the above method was illustrated explicitly by a numerical example in which a product with log-normal distribution was burned in under elevated temperature condition, and the parameters' sensitivity analysis was also conducted. The results show that the proposed method not only can shorten the burn-in duration, but also can meet the requirements for cost and reliability simultaneously to the utmost.

Key words: burn-in; optimization; utility function; acceleration model; log-normal distribution

老炼试验中的一个重要问题是确定最优的试验时间。工程技术和科研人员对老炼试验特别是最优老炼试验时间进行了大量研究,如文献[1-4]。 Kuo<sup>[5]</sup>研究了系统和部件可靠度约束下的老炼试验总费用,并以此为优化目标函数确定了最优老炼试验时间。Kim 和 Kuo<sup>[6]</sup>以可靠度为约束条件,通过最小化老炼试验总费用得到最优老炼试验时间。Kim<sup>[7]</sup>研究了多目标老炼试验优化问题,他指出在许多实际情况下,由于优化目标彼此存在矛盾,决策很复杂,因此应该考虑多目标决策。他在论文中给出了两种多目标老炼试验优化模型:最小化老炼试验平均总费用时的交付可靠 度最大化模型和平均剩余寿命最大化模型。大多数老炼试验优化模型将产品的可靠性或费用指标 作为优化目标函数,将其他指标作为约束条件或 者次要目标,并假设产品的寿命分布参数已知。 Ulusoy, Mazzuchi 和 Perlstein<sup>[8]</sup>在产品寿命分布 参数不确定的情形下,利用贝叶斯方法得到混合 威布尔分布产品寿命参数的先验分布,通过构造 效用函数建立了老炼试验总费用和可靠度的联合 优化指标,并得到了产品的最优老炼试验时间,但 是这种方法只能用于正常应力下的老炼试验。本 文对文献[8]的方法进行扩展,研究加速应力下 具有早期失效产品的老炼试验时间优化问题。

#### 1 加速老炼试验时间优化模型

#### 1.1 加速老炼试验中的失效率模型

在老炼试验时间优化中,通常假设产品具有 典型的浴盆形状失效率,它包含三个阶段:寿命初 期失效率递减的早期失效阶段,寿命中期失效率 趋于稳定近似为常数的可用寿命阶段和寿命末期 失效率递增的耗损阶段。Mi<sup>[9]</sup>利用分段函数给 出了典型浴盆形状失效率的一种定义,此外通过 威布尔分布或伽马分布的混合也可以得到典型浴 盆形状失效率函数。如果产品在实际使用中不出 现耗损阶段,则可以用威布尔分布、对数正态分布 或者威布尔 – 指数分布等对产品的寿命进行 建模。

假设产品在正常工作条件下的寿命 X 为非 负随机变量,其分布函数为 F(t) ( $t \ge 0$ ),密度函 数和失效率函数分别为 f(t) 和 $\lambda(t) = f(t)/R(t)$ , 其中 R(t) = 1 - F(t)是可靠度函数。加速老炼试 验中产品寿命的加速模型和加速寿命试验中的类 似,这里采用常见的加速失效时间(Accelerated Failure Time, AFT)模型<sup>[10]</sup>。在 AFT 模型中,高 应力通过一个尺度因子产生缩短产品寿命的效 果。产品在某一加速应力下的寿命记为  $X_A$ ,分布 函数和失效率分别记为  $F_A(t)$  和  $r_A(t)$ ,那么:

 $F_{A}(t) = F(\rho(t)), \forall t \ge 0$  (1) 式中, $\rho(t)$ 和加速应力相关,称为加速函数,并且  $\forall t > 0, \rho(t) \ge t, \rho(0) = 0$ 。进一步假设 $\rho(t)$ 是严 格递增的连续可微函数。如果 $\rho(t)$ 是 t 的线性函 数,则 $\rho(t)$ 可以表示成 $\rho(t) = \alpha t$ 的形式,其中  $\alpha$ 是与应力相关的参数,称为加速系数或加速因子。 从模型式(1)中可以得到加速应力下的失效率函 数为:

$$r_{A}(t) = \frac{\rho'(t)f(\rho(t))}{1 - F(\rho(t))} = \rho'(t)r(\rho(t)) \quad (2)$$

假设加速老炼试验时间为b,那么试验后产品转换为正常应力下的"虚拟寿命"为 $\rho(b)$ ,老炼后的产品在正常应力下工作的失效率函数为 $r(\rho(b) + t)$ ,  $\forall t \ge 0$ 。于是,加速老炼试验后产品的可靠度可以表示为:

$$R_b(t) = \frac{R(\rho(b) + t)}{R(\rho(b))} = \exp\left(-\int_0^t r(\rho(b) + u) du\right)$$
(3)

### 1.2 可靠度和费用的联合效用函数

假设一批 N 个产品同时进行时长 b 的加速 老炼试验,老炼试验的固定费用为 c<sub>0</sub>,单个产品单 位时间的老炼试验费用为 c<sub>1</sub>,老炼试验中产品失效造成的损失为 c<sub>2</sub>。老炼试验后未失效的产品投入实际使用,制造商在时间 t<sub>w</sub> 内为产品提供保修,保修期内产品失效造成的保修服务费用为 c<sub>3</sub>。 在上述假设下,所有产品加速老炼试验和保修的 期望总费用为:

 $E(TC) = c_0 + c_1 Nb + c_2 NF_A(b) +$ 

 $c_3 N \left[ F(\rho(b) + t_w) - F_A(b) \right] \quad (4)$ 

通常,如果参数已知,作为老炼试验时间 b 的 函数,极小化期望总费用 E(TC) 或极大化可靠度  $R_b(t_w)$ 就可以分别得到以总费用最小或者实际使 用可靠度最大为优化目标的最优加速老炼试验时 间。但是,寿命分布和加速模型中的参数往往不 确定,因此 E(TC) 和  $R_b(t_w)$  都是随机变量,此时 应该先对失效模型参数的不确定性进行描述,然 后再对老炼试验进行决策,获得最优的加速老炼 试验时间。

1.2.1 失效模型参数不确定性的定量描述

产品失效模型的参数一般分为两类:一类和 应力无关,另一类和应力密切相关。例如,在加速 寿命试验中,如果寿命服从威布尔分布,往往假设 形状参数和应力无关,而尺度参数和应力相关。 参数和应力之间的函数关系称为加速(寿命)模 型或加速(寿命)方程。

假设产品在加速应力 S 下的寿命分布  $F_A(t)$ 可以表示为  $F_A(t | \Theta_1, \Theta_2)$ ,其中参数  $\Theta_1$  和应力 S相关,并且可以表示为加速方程的形式:

$$\boldsymbol{\Theta}_1 = \boldsymbol{\Psi}(S, \boldsymbol{\Phi}) \tag{5}$$

式中, $\Psi(\cdot)$ 是已知函数, $\Phi$ 是加速模型的未知 参数向量,包含p个相互独立的未知参数 $\phi_1, \dots, \phi_p$ ,而参数 $\Theta_2$ 与应力S不相关。

在加速老炼试验之前,假设在 k 个应力水平  $S_i(i=1,2,...,k)$ 下进行完全样本恒定加速寿命 试验,并且  $S_0 \leq S_1 < \cdots < S_k \leq S_L$ ,其中  $S_0$  为正常 工作应力, $S_L$ 为产品失效机理不发生变化的最高 应力,各应力下对应的试验样本量为  $n_i$ ,试验进行 到所有样品均失效为止。应力  $S_i$  下记录到的失 效数据为  $D_i = \{X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_n_i}\}$ 。

基于上面加速寿命试验中获得的失效数据, 结合产品的寿命分布和加速方程可以对参数向量 ( $\boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}_2$ )的联合先验分布进行估计。然而,对于 加速模型和寿命分布中的未知参数  $\varphi_1, \dots, \varphi_p$  和  $\boldsymbol{\Theta}_2$ ,它们的分布类型很难确定,并且实际试验中 获得的失效数据样本量往往有限,导致传统的统 计推断方法很难进行。Efron 等"以纯粹计算代替 理论分布",提出估计任何估计量的标准误的非 参数方法,即自助法(bootstrap)<sup>[11]</sup>。在可靠性工 程中,自助法已经有很多应用,例如文献[12]和 文献[13]。

利用自助法估计参数向量( $\boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}_2$ )联合先验 分布的主要步骤如下:

1) 从原始失效数据  $D_i = \{X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in_i}\}$  中 得到各应力下寿命的经验分布函数  $F_{n,i}$  (*i* = 1, 2, ...,*k*)。

2) 从  $F_{n,i}$  中分别进行 N 次随机重抽样,得到 自助子样本:

 $D_i^*(j) = \{X_{i1}^*(j), X_{i2}^*(j), \cdots, X_{in_i}^*(j)\}$ 式中, *i* = 1, 2, ..., *k*; *j* = 1, 2, ..., N<sub>o</sub>

3)  $\forall j \in \{1, \dots, N\}$ ,从自助子样本  $D_i^*(j)$ 中 计算参数向量(**Φ**, **Θ**<sub>2</sub>)的自助估计( $\phi_1^*(j), \dots, \phi_p^*(j), \Theta_2^*$ )。

4)自助估计( $\phi_1^*(j), \dots, \phi_p^*(j), \Theta_2^*$ ) (*j*=1, 2,…,*N*)的各分量分别作为 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ 和 $\Theta_2$ 估计量的观测值,这样的观测值有*N*个,用它们 的分布去模拟 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ 和 $\Theta_2$ 的分布,得到 的近似分布称为自助分布,分别记为 $f(\phi_1), \dots, f(\phi_p), f(\Theta_2)$ 。

如果  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  和  $\Theta_2$  相互独立, 那么参数向量( $\Phi, \Theta_2$ )的联合先验分布可以表示为:

$$f(\boldsymbol{\Phi},\boldsymbol{\Theta}_2) = f(\boldsymbol{\Theta}_2) \prod_{r=1}^p f(\boldsymbol{\phi}_r)$$
(6)

于是,寿命分布模型参数的不确定性可以通 过参数向量( $\boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}_2$ )的联合先验分布 $f(\boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}_2)$ 进 行定量描述。

1.2.2 期望总费用和可靠度的联合效用函数

效用理论提供了一种能将最优加速老炼试验 时间的确定、期望总费用和可靠度的不确定性以 及费用和可靠性之间的权衡三者融合在一起的框 架。在效用理论中,极大化期望总费用和实际使 用可靠度的联合效用值就能得到最优的加速老炼 试验时间。因此需要确定一种合理的可靠度和费 用的联合效用函数。通常,一方面,制造商为满足 自身的利润需求,加速老炼试验和保修的期望总 费用不能超过某个最大可承担的值  $C^*$ ,即  $E(TC) \leq C^*$ ;另一方面,使用方要求时间 $t_w$ 内产 品的可靠度不得低于 $R^*$ ,即 $R_b(t_w) \geq R^*$ 。于是, 同时考虑实际使用可靠度和费用的联合效用函数 可以定义为:

$$U(R_{b}(t_{w}), E(TC)) = \begin{cases} 1, & E(TC) \leq C^{*}, R_{b}(t_{w}) \geq R^{*} \\ 0, & \notin d \end{cases}$$
(7)

式(7) 表示,当加速老炼试验和保修的期望总费 用不超过*C*\*,并且老炼后产品在*t*<sub>w</sub>内的可靠度不 低于*R*\*时,加速老炼试验的效用为1,否则效用 为0。期望效用可以通过式(8)进行计算:

 $E(U(R_b(t_w), E(TC))))$ 

$$= P \{ E(TC) \leq C^*, R_b(t_w) \geq R^* \}$$
  
=  $P \{ E(TC(b \mid \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}_2)) \leq C^*, R_b(t_w \mid \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}_2) \geq R^* \}$   
(8)

由于很难从式(8)直接计算得到期望效用的 封闭表达式,因此考虑从 $\boldsymbol{\Phi} n \boldsymbol{\Theta}_2$ 的联合先验分布 出发通过仿真方法计算期望效用。具体过程如 下:从联合先验分布 $f(\boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}_2)$ 中进行 M次抽样, 对于固定的 b,分别计算  $E(TC(b \mid \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}_2))$ 和  $R_b(t_w \mid \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}_2),$ 进而得到 $E(U(R_b(t_w), E(TC)))$ 的近似值:

$$\frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} I(E(TC \mid \boldsymbol{\varPhi}(i), \boldsymbol{\varTheta}_{2}(i)) \leq C^{*},$$

$$R_{b}(t_{w} \mid \boldsymbol{\varPhi}(i), \boldsymbol{\varTheta}_{2}(i)) \geq R^{*})$$
(9)

其中,当事件 A 为真时,I(A) = 1,否则为 0; ( $\boldsymbol{\Phi}(i), \boldsymbol{\Theta}_2(i)$ )表示从联合先验分布  $f(\boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Theta}_2)$ 第  $i(1 \leq i \leq M)$ 次抽样得到的参数实现值。在加速老 炼试验时间 b 的可能取值范围内极大化期望效用 函数  $E(U(R_b(t_w), E(TC)))$ 就得到最优的加速 老炼试验时间。

### 2 数值示例分析

由于对数正态分布可用于描述浴盆形状失效 率曲线的早期失效和可用寿命阶段,因此它常用 于无耗损阶段产品的寿命建模。假设某产品的寿 命 X 服从对数正态分布,对数均值和对数标准差 分别为 $\mu$ 和 $\sigma$ ,记 $Y = \ln X$ ,则Y 服从正态分布  $N(\mu,\sigma)$ 。温度作为产品老炼试验的加速应力,加 速模型为阿伦尼斯模型<sup>[11]</sup>,它实际上是一种特殊 的线性 AFT 回归模型。假设 $\sigma$ 和温度不相关,当 寿命服从对数正态分布时,在某温度下的特征寿 命L(T)(L(T)取自然对数即为该温度水平下寿 命分布的对数均值)和温度T的关系可以表 示为:

$$L(T) = C \times \exp\left(\frac{B}{T}\right) \tag{10}$$

式中,*T* 是绝对温度(单位为K),*B* 和 *C* 是加速模型参数,需要通过加速寿命试验进行估计。温度 *T*下产品寿命的密度函数、可靠度函数和失效率函数分别为:

$$f(X \mid T) = \frac{1}{X\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln X - \ln C - B/T}{\sigma}\right)^2\right]$$
(11)

$$R(X \mid T) = \int_{\ln X}^{\infty} \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{Y - \ln C - B/T}{\sigma}\right)\right]}{\sigma \sqrt{2\pi}} dY$$

$$\lambda(X \mid T) = \frac{f(X \mid T)}{R(X \mid T)}$$
(13)

产品的正常工作温度为 25 ℃(298 K),那么 温度 T 时的加速因子  $\alpha(T)$  为:

$$\alpha(T) = \frac{C \times \exp(\frac{B}{298})}{C \times \exp(\frac{B}{T})} = \exp\left[B\left(\frac{1}{298} - \frac{1}{T}\right)\right]$$
(14)

加速函数则为 $\rho(X \mid T) = \alpha(T)X_{\circ}$ 

### 2.1 失效模型参数联合先验分布的估计

在进行加速老炼试验之前,假设通过一组完 全样本恒加寿命试验获得了如表1所示的失效数 据,其中包含4个温度水平(50℃,55℃,60℃, 65℃)下各20个产品的失效时间。

参数 B,C 和  $\sigma$  的极大似然估计为: $B = 5625.20,\hat{C} = 4.00 \times 10^{-5},\hat{\sigma} = 2.699.0_{\circ}$ 

温度 / K	失效时间/h		
323	9286, 762, 153, 414, 3465, 4, 6233, 2748, 10 250, 205 510, 631, 127, 224 720, 12 330, 980, 327, 2551, 88, 1633, 293		
328	144, 11 280, 1145, 28 733, 75, 1910, 83, 4811, 25 678, 12 918, 6, 5610, 1086, 2403, 279, 19, 9390, 308, 475, 1603		
333	399990, 221000, 33, 258, 9121, 5,17061, 380, 24921, 96, 86, 232490,3442, 385, 66, 12104, 1889, 3, 90, 1151500		
338	619, 5, 73, 229, 3469, 428, 816, 610, 61, 11 143, 261, 206, 1025, 541, 178, 868, 110 520, 2386, 129, 76		

表 1 加速寿命试验失效数据 Tab. 1 Failure data from accelerated life test

利用 1.2.1 节中介绍的自助法可以获得参数 B,C和  $\sigma$  的先验分布,其中 B和  $\sigma$  的自助先验分 布为正态分布,而 C为对数正态分布,具体如下:

$$f(B) = \frac{\exp\left[-\frac{(B-5591.28)^2}{2\times4888.57^2}\right]}{488.57\times\sqrt{2\pi}}$$
$$f(C) = \frac{\exp\left[-\frac{(\ln C+10.027.8)^2}{2\times14.826.7^2}\right]}{14.826.7\times\sqrt{2\pi}\cdot C}$$

$$f(\sigma) = \frac{\exp\left[-\frac{(\sigma - 2.662 \ 13)^2}{2 \ \times 0.204 \ 41^2}\right]}{0.204 \ 41 \ \times \sqrt{2\pi}}$$

在 B,C 和  $\sigma$  彼此独立的假设下,参数向量 ( $B,C,\sigma$ ) 的联合先验分布  $f(B,C,\sigma)$  为 f(B)・  $f(C) \cdot f(\sigma)$ 。

#### 2.2 联合效用函数和最优老炼时间的确定

假设每批有 200 个产品同时进行加速老炼试 验,试验温度为  $T_b = 60 \, \, \mathbb{C} \, (333 \, \text{K})$ 。制造商为产 品提供 1 年的免费更换保修服务,其他费用参数 分别为: $c_0 = 200, c_1 = 0.4, c_2 = 60, c_3 = 300$ 。

制造商可承担的期望总费用最大为30 000, 使用方要求产品在1年内的可靠度不低于0.7。 该产品的加速老炼试验时间优化问题可以表 示为:

$$b^* = \arg \max_{0 \le b \le b_{\max}} E(U(R_b(t_w), E(TC)))$$

(15)

式中, $E(U(R_b(t_w), E(TC)))$ 按式(9)近似计 算, $b_{max}$ 表示老炼试验时间的最大值, $b^*$ 表示最优 加速老炼试验时间。

式(15) 表示的优化模型求解过程如下:

 1)根据实际情况,如产品的交付时间确定老 炼试验时间 b 的最大值,本例中取 b<sub>max</sub> = 400 h,然 后从 0 开始每隔 0.5 h 对 b 取值,直到 400 h,得 到 801 个不同的加速老炼试验时间,记为 b<sub>i</sub> (*i*=1,…,801);

2) 对于每个 b<sub>i</sub>, 从联合先验分布 f(B, C, σ) 中随机抽样产生 10 000 组 B, C 和 σ 的实现值。 对每组抽样得到的参数值, 利用式(3) 和式(4) 分 别计算 1 年内的实际使用可靠度和期望总费用, 得到 10 000 组 R<sub>b<sub>i</sub></sub>(t<sub>w</sub> | B, C, σ) 和 E(TC | b<sub>i</sub>, B, C, σ) 的仿真值;

3)利用式(9)计算不同  $b_i$  值下  $E(U(R_{b_i}(t_w), E(TC)))$ 的仿真值,直接比较得到的 801 个效用 函数值得到  $E(U(R_b(t_w), E(TC)))$ 在 b = 150 h 时达到最大。因此在温度 60 ℃下的最优加速老 炼试验时间  $b^* = 150$  h,此时, $E(U(R_b(t_w), E(TC))) = 0.4875$ 。

图 1 显示了加速老炼试验时间取值在 400 h 以内时  $E(TC|b,B,C,\sigma)$ 、 $P{E(TC) \leq 30\ 000}$ 和  $P{R_b(t_w) \geq 0.7}$ 的仿真结果。

#### 2.3 敏感性分析

由于固定试验费用  $c_0$  和老炼试验时间无关, 因此主要分析费用参数  $c_1, c_2$  和  $c_3$  及期望总费用 最大值  $C^*$ 、1 年内的最低可靠度  $R^*$  和保修时间



# 图 1 不同时间的加速老炼试验仿真结果 Fig. 1 Results of simulation for different accelerated burn-in test duration

*t<sub>w</sub>* 对加速老炼试验时间优化结果的影响。在其他 参数不变时,*c*<sub>1</sub>,*c*<sub>2</sub>,*c*<sub>3</sub>,*C*<sup>\*</sup>,*R*<sup>\*</sup>和*t<sub>w</sub>*分别变化 ±5%,±10%和±15%时的最优加速老炼试验时 间和联合效用函数最大值如表2所示。相对于原 始值,各参数值变化百分比和最优加速老炼试验 时间以及联合效用函数最大值变化百分比的比较 分别如图2和图3所示。

表 2 模型参数变化对加速老炼试验优化结果的影响

Tab. 2	Effects of variation of the model parameters on the
	results of accelerated burn-in optimization

		<i>b</i> * ⁄ h	联合效用
<i>c</i> <sub>1</sub>	+15%	136(-9.33%)	0.481 3( -1.27% )
	+10%	145.5(-3%)	0.480 0(-1.54%)
	+5%	144(-4%)	0.4825(-1.03%)
	-5%	175.5(+17%)	0.476 8( -2.19%)
	-10%	180(+20%)	0.484 8(-0.55%)
	-15%	177.5(+18.33%)	0.5053(+3.65%)
<i>c</i> <sub>2</sub>	+15%	157(+4.67%)	0.484 8(-0.55%)
	+10%	160(+6.67%)	0.466 8( -4.25% )
	+5%	165.5(+10.33%)	0.4883(+0.16%)
	-5%	166(+10.67%)	0.4863(-0.25%)
	-10%	158(+5.33%)	0.478 0( -1.95% )
	-15%	165.5(+10.33%)	0.4908(+0.68%)
	+15%	126.5(-15.67%)	0.485 5(-0.41%)
	+10%	144(-4%)	0.4825(-1.03%)
	+5%	141(-6%)	0.483 0(-0.92%)
<i>c</i> <sub>3</sub>	-5%	172.5(+15%)	0.4920(+0.92%)
	-10%	178(+18.67%)	0.496 0(+1.74%)
	-15%	178(+18.67%)	0.488 5(+0.21%)

表 2(续)					
		<i>b</i> * ⁄ h	联合效用		
<i>C</i> *	+15%	198(+32%)	0. 493 0( +1. 13%)		
	+10%	192.5(+28.33%)	0.4893(+0.37%)		
	+5%	170(+13.33%)	0.485 0(-0.51%)		
	-5%	133.5(-11%)	0.4873(-0.04%)		
	-10%	115(-23.33%)	0.4823(-1.07%)		
	-15%	95(-36.67%)	0.486 8(-0.14%)		
<i>R</i> *	+15%	197.5(+31.67%)	0.461 8( -5.27%)		
	+10%	203(+35.33%)	0.471 5( -3.28%)		
	+5%	181.5(+21%)	0.4773(-2.09%)		
	-5%	135(-10%)	0.476 5( -2.26%)		
	-10%	102(-32%)	0.5035(+3.28%)		
	-15%	88(-41.33%)	0.5063(+3.86%)		
$t_w$	+15%	157.5(+5%)	0.491 8(+0.88%)		
	+10%	161(+7.33%)	0.4895(+0.41%)		
	+5%	152.5(+1.67%)	0.4793(-1.68%)		
	-5%	148(-1.33%)	0.4920(+0.92%)		
	-10%	162.5(+8.33%)	0.484 5( -0.62%)		
	-15%	161.5(+7.67%)	0.4908(+0.68%)		

从表 2、图 2 和图 3 可以看出,最优加速老炼 试验时间对参数变化的敏感程度远高于联合效用 函数最大值。从图 2 中还可以观察到 C\*和 R\*的 变化对最优加速老炼试验时间的影响比其他参数



图 2 最优加速老炼试验时间变化百分比和 模型参数变化百分比的比较

Fig. 2 Variation percentage of the optimal accelerated burn-in time versus the variation percentage of the model parameters 要大,而从图 3 中则能发现联合效用函数受  $R^*$ 变 化的影响较为明显。从变化趋势上分析,最优加 速老炼试验时间随  $C^*$ 和  $R^*$ 的增大而增大的趋势 最显著,随  $c_1$ 和  $c_3$ 的增大有减小的趋势,但是随  $c_2$ 和  $t_w$ 的变化趋势不明显。联合效用函数最大 值随着  $R^*$ 的增大有减小的趋势,而随其他参数的 变化趋势不明显。因此,在确定加速老炼试验时 间优化模型的约束条件,即最大期望总费用  $C^*$ 和 最小实际使用可靠度  $R^*$ 时应该特别注意。





## 3 结论

在实际使用可靠度和老炼试验与保修期望总 费用约束下基于效用函数建立了一种具有早期失 效的产品的加速老炼试验时间优化模型,并对模 型进行了仿真求解。首先利用自助法和加速寿命 数据估计分布模型参数的先验分布,用该先验分 布描述参数的不确定性,然后结合仿真方法计算 可靠度和费用的联合效用函数,得到最优的加速 老炼试验时间,最后通过对数正态分布产品加速 老炼试验的数值示例说明上述方法的实现过程, 获得了温度应力下的最优加速老炼试验时间。对 参数的敏感性分析表明,老炼试验和保修总费用 的最大值以及实际使用可靠度的最小值对加速老 炼试验优化结果影响最大,在确定其值时需要格 外注意。

此外,论文提出的方法也适用于其他寿命分 布产品的加速老炼试验优化,建立的模型可以帮 助老炼试验操作人员确定最优的加速老炼试验时 间。通过该方法确定的最优加速老炼试验时间能 最大限度满足制造商和使用方对费用和可靠性的 要求,并且和正常应力下的老炼试验相比,能大幅 缩短试验时间。

### 参考文献(References)

- Kuo W, Kuo Y. Facing the headaches of early failures: a state-of-the-art review of burn-in decision [J]. Proceedings of the IEEE, 1983, 71(11): 1257 1266.
- [2] Jensen F, Petersen N E. Burn-in: an engineering approach to the design and analysis of burn-in procedures [M]. New York, USA: Wiley, 1982.
- [3] Leemis L M, Beneke M. Burn-in models and methods: a review [J]. IIE Transactions, 1990, 22: 172 - 180.
- [4] Block H W, Savits T H. Burn-in [J]. Statistical Science, 1997, 12(1): 1-13.
- [5] Kuo W. Reliability enhancement through optimal burn-in [J]. IEEE Transactions on Reliability, 1984, R - 33 (2): 145-156.
- [6] Kim T, Kuo W. Optimal burn-in decision making [J]. Quality and Reliability Engineering International, 1998, 14(6): 417-423.
- Kim K N. Optimal burn-in for minimizing cost and multiobjectives [J]. Microelectronics Reliability, 1998, 38(10): 1577-1583.
- [8] Ulusoy S K, Mazzuchi T A, Perlstein D. Bayesian calculation of optimal burn-in time using the joint criteria of cost and delivered reliability [J]. Quality and Reliability Engineering International, 2011, 27(4): 569 – 580.
- [9] Mi J. Burn-in [D]. Pittsburgh, USA: the University of Pittsburgh, 1991.
- [10] Nelson W. Accelerated testing: statistical models, test plans, and data analysis [M]. New York, USA: Wiley, 1990.
- [11] Efron B, Tibshirani R. An introduction to the bootstrap [M]. London, UK: Chapman & Hall, CRC, 1993.
- [12] Chou C Y, Lin Y C, Chang C L, et al. On the bootstrap confidence intervals of the process incapability index CPP[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2006, 91(4): 452-459.
- [13] Dargahi-Noubary G R, Razzaghi M. Bootstrap construction of the upper confidence limit for unreliability [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1992, 37(1): 1-6.