

有限维修能力下多级保障系统装备时变可用度评估及保障方案优化*

徐立¹, 李庆民², 胡毅钧¹, 胡晓琦¹, 刘昕¹

(1. 海军驻齐齐哈尔地区军事代表室, 黑龙江 齐齐哈尔 161041; 2. 海军工程大学 科研部, 湖北 武汉 430033)

摘要: 备件库存和站点维修能力是影响备件维修周转的重要因素, 制约着装备的使用效果。针对备件需求随任务阶段动态变化时装备保障方案的评估和优化问题, 考虑站点维修能力对备件维修过程的影响, 结合 METRIC 建模方法和动态排队理论, 建立了有限维修能力下多级保障系统装备时变可用度评估模型。在评估模型基础之上, 以保障费用为优化目标、装备可用度为约束条件, 建立任务期内多级保障系统保障方案优化模型。以任务期内的最低可用度所对应的备件短缺数为观测值, 分析各项资源的边际效益值, 采用边际优化算法对各项资源进行优化计算。算例分析表明, 评估模型能够计算多级保障系统任务期内各阶段装备可用度; 保障方案优化模型和方法能够得到各项保障资源的优化配置方案。提出的模型和优化方法能够为装备保障人员制订合理的保障方案提供决策支持。

关键词: 多级保障系统; 有限维修能力; 任务阶段; 装备时变可用度; 评估模型; 保障方案; 边际优化
中图分类号: E911; TJ761.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2017)01-128-09

Equipment time-varying availability evaluation and support project optimization for multi-echelon support system with finite repair capacity

XU Li¹, LI Qingmin², HU Yijun¹, HU Xiaochi¹, LIU Xin¹

(1. Navy Military Representative Office of Qiqihar Area, Qiqihar 161041, China;

2. Office of Research and Development, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: The spare parts inventory and department repair capacity are important factors to influence the process of maintenance turnover for spare part, and it restricts the use effect of equipment. Aiming at the support project evaluation and optimization when the demand of spare parts is dynamic in the mission phases and considering the influence of repair capacity to spare parts repair process, an evaluation model of time-varying availability was set up for the multi-echelon support system with finite repair capacity on the basis of the METRIC methodology and dynamic queuing theory. Based on the evaluation model, an optimization model for the support project of multi-echelon support system during the mission phases was proposed by taking the support cost as the optimization objective and the equipment availability as the constraints. The minimum availability of the whole mission was taken as observation value and the margin optimization was used to get the optimized project for each resource. The analysis results of an example show the availability value for different mission phases can be given by the evaluation model, and the optimized project of resources for the multi-echelon support system can be obtained by the optimization model and method. The proposed models and optimization method can provide decision support to equipment support staff for rational support project.

Key words: multi-echelon support system; finite repair capacity; mission phases; equipment time-varying availability; evaluation model; support project; margin optimization

备件是维持装备正常运转的重要物质保证, 备件供应不及时会导致装备保障延误, 影响装备使用效能。对于大型装备系统如战斗机群、直升机群而言, 战斗机和直升机的出动数量受任务阶段影响较大, 不同任务阶段备件需求不同。此类装备系统对装备可用度等使用效能指标要求较高, 保障延误会导致装备不可用, 带来严重后果。

在装备的日常保障中, 备件库存和故障件的维修周转是备件能否供应充足的重要环节。维修资源(如人员、设备和工具)配置直接影响故障备件的维修进程从而影响备件周转。在任务阶段内, 单纯关注备件库存而忽略维修资源的配置可能给装备可用度评估造成误差, 从而给保障资源配置方案的制订造成不良影响。因此, 装备管理人员需

* 收稿日期: 2016-07-12

基金项目: 国家部委基金资助项目(51304010206, 51327020105)

作者简介: 徐立(1987—), 男, 湖北荆门人, 工程师, 博士, E-mail: xuli123948@163.com

要结合装备使用过程对备件库存和维修资源配置方案进行综合评估优化。

针对备件库存问题,国内外做了较为充分的研究,Sherbrooke^[1]于1968年首次提出“可修复备件最优库存控制的多等级理论(Multi-Echelon Technique for Recoverable Item Control, METRIC)”,实现了备件库存优化配置从单项法向系统法的转变。在此基础上,Muckstadt^[2]针对多层级装备系统,提出了MOD-METRIC理论。Slay^[3]针对多等级单层级备件供应系统提出了VARI-METRIC理论。Sherbrooke^[4]进一步提出了适应多等级多层级装备保障系统的库存优化控制理论,大大提高了该模型的适用性和准确性,一经提出便在空军^[5]、海军^[6]、民航^[7]等领域得到了广泛的应用。对于备件需求率随任务阶段不断变化的非稳态情况,Slay等^[8]提出了Dyna-METRIC模型开展任务条件下的备件库存研究并应用于空军领域;Lau等^[9]针对多级保障系统,提出了钝化条件下的装备时变可用度模型;王睿等^[10-11]面向动态任务开展了两级两层装备保障系统的备件配置研究。这些文献主要基于METRIC模型族建立的假设条件之一——“无限维修渠道”假设,故障件随时到随时修,不存在维修等待问题,这种假设条件对于单位时间内故障部件数量较低、维修部门的维修能力充足时,具有很好的适用性,但当维修部门维修能力有限而站点维修利用率过高时,“无限维修渠道”的假设将会带来较大误差。针对“无限维修渠道”的拓展,国内外学者在备件需求为稳态和非稳态的情况下分别作了一些研究。稳态条件下,Diaz^[12],Kim^[13],Sleptchenko^[14],阮旻智^[15-16]等将保障系统视为M/M/c排队系统,基于传统METRIC理论,将备件维修周转时间进行修正,建立了稳态条件下的多级保障系统备件库存评估模型;非稳态条件下,Lau等^[17]针对两级保障系统开展了维修站点受资源限制的装备时变可用度模型;刘勇等^[18]利用非平稳随机过程理论建立了需求非平稳且修理能力有限时的两级备件保障系统的使用可用度评估模型。这些模型的建立主要面向两级保障系统备件需求非稳态条件下的装备可用度展开,对于站点维修能力的限制缺乏明确的建模方法,且在模型的建立过程中没有考虑系统钝化导致的影响,当装备数量不高且站点维修能力较低时会给模型的建立带来误差。

1 问题描述及模型假设

1.1 保障组织结构

以三级保障组织作为描述对象,如图1所示。

若需将三级保障组织拓展为三级以上,其建模原理与三级保障组织相同。保障组织分为三级,包含基层级站点、中继级站点和后方基地,每个站点均配备有备件仓库和维修部门。当装备发生故障之后,在装备现场定位引起故障的现场可更换单元(Line Replace Unit, LRU),将其送至对应的基层级站点开展维修,同时向该站点申请一件备件;基层级站点对故障LRU具有一定的维修概率,若该基层级站点能够对故障部件进行维修,则在本级站点维修,修复件送入本级仓库;若不能维修,则送至对应的中继级站点进行维修,同时向该站点申请一件备件。类似地,中继级站点对该部件也具有一定的维修概率,若不能维修则要送至后方基地,同时向该站点申请备件。后方基地具有最高的维修能力,能够对所有故障件进行维修。

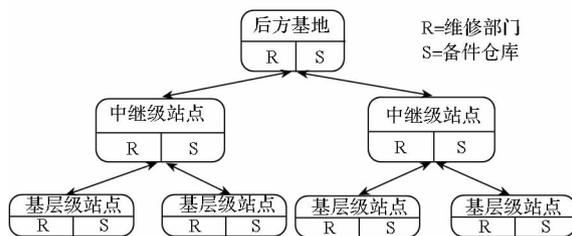


图1 保障组织结构

Fig. 1 Structure of support system

1.2 故障件维修过程

将一定数量的维修人员、设备、工具和维修资料视为单个具有有限维修能力的维修服务台,则维修部门可视为由多个维修服务台组成。当故障件到达后,如果维修服务台均繁忙,则故障件排队等待,直到维修服务台出现空闲时,故障件按照“先到先修”的规则进行维修,如图2所示。假设中继级站点和基层级站点的维修能力有限,后方基地由于维修力量充足,其维修过程符合“无限维修渠道”的假设条件。

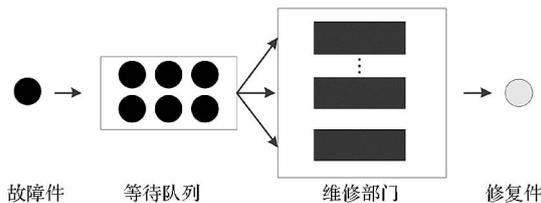


图2 故障件维修排队过程

Fig. 2 Queuing process of failure parts

1.3 模型假设

建立模型的基本假设条件如下:

1) 故障件到达服从泊松分布,不同单元的故障相互独立;每个保障站点的库存检测采用连续

的 $(s - 1, s)$ 库存策略,即缺少一件向上级站点申请一件。

2) 按照逐级向上的机制完成故障件的送修、申请,不考虑同级别保障站点之间的横向供应。

3) 不考虑保障站点之间的补给优先权,即采用先申请先补充的供应策略。

4) 故障件的维修时间相互独立,维修后,产品修复如新。

5) 故障件的维修按照先到先修的原则。

6) 故障件的维修时间服从指数分布。

2 装备时变可用度评估模型

2.1 站点备件需求率

备件需求率是指单位时间内由于装备部件发生故障而产生备件需求的数量,数值上与部件故障率相等。备件需求率与部件故障间隔时间 (Mean Time Between Failures, MTBF) 及部件利用率 (Use Ratio, UR) (部件的使用数量占该部件装机数量的比率) 直接相关。若部件利用率随任务阶段变化,记时刻 t 部件利用率为 $UR(t)$, 单个装备包含部件的数量为 QPM , 站点装备数量为 N_{sys} , 则时刻 t 备件需求率 $DR(t)$ 的计算公式为^[9]

$$DR(t) = \frac{UR(t)}{MTBF} \cdot QPM \cdot N_{sys} \quad (1)$$

一般情况下,站点内装备数量有限,已坏的装备在修复之前不能产生新的故障,这种现象被称为系统钝化^[9]。将整个任务期 T 划分为 n 等份,记任务期中的时刻 $t = 1, 2, 3, \dots, n$ 。假设在已划分的时间区间内,部件利用率和正常工作的装备数量为恒值。设后方基地的编号为 0; 中继级站点的编号为 $i = 1, 2, 3, \dots, I$; 基层级站点的编号为 $j = 1, 2, 3, \dots, J$; $Unit(i)$ 表示中继级站点 i 对应的基层级站点的集合,即 $Unit(i) = \{1, 2, 3, \dots, J\}$; $SUP(j)$ 表示基层级站点的上级保障站点。装备由 K 个 LRU 部件组成,编号为 $k = 1, 2, 3, \dots, K$ 。时刻 t , 考虑钝化的影响,则站点 j 能够产生备件需求的装备数量为

$$N_{sys_j}(t) = N_{sys_j} \cdot A_j(t - 1) \quad (2)$$

式中, N_{sys_j} 为站点 j 装备的实际配置数量, $A_j(t - 1)$ 为 $t - 1$ 时刻的装备系统可用度,在 $t = 0$ 时刻 $A_j(0) = 1$ 。

则此时在基层级站点 j , 部件 k 的需求率为

$$DR_{jk}(t) = \frac{UR(t)}{MTBF_{jk}} \cdot QPM_k \cdot N_{sys_j} \cdot A_j(t - 1) \quad (3)$$

式中, QPM_k 为部件 k 在单个装备中的装配数量。

除后方基地之外各站点 LRU 部件均有一定的不可修概率,则基层级站点向本级备件仓库提出的有效备件需求率为

$$\lambda_{jk}(t) = DR_{jk}(t) \cdot (1 - NRTS_{jk}) \quad (4)$$

式中, $NRTS_{jk}$ 为部件 k 在基层级站点 j 的不可修概率。

同时,可得中继级站点 i 对部件 k 的备件总需求率为

$$DR_{ik}(t) = \sum_{j \in Unit(i)} DR_{jk}(t) \cdot NRTS_{jk} \quad (5)$$

可得中继级站点 i 对于本级站点的备件需求率为

$$\begin{aligned} \lambda_{ik}(t) &= DR_{ik}(t) \cdot (1 - NRTS_{ik}) \\ &= \sum_{j \in Unit(i)} DR_{jk}(t) \cdot NRTS_{jk} \cdot (1 - NRTS_{ik}) \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $NRTS_{ik}$ 为部件 k 在中继级站点 i 的不可修概率。

后方基地对部件 k 的需求量为各中继级站点对后方基地备件需求量之和,时刻 t 部件 k 的需求率为

$$\lambda_{0k}(t) = DR_{0k}(t) = \sum_{i=1}^I DR_{ik}(t) \cdot NRTS_{ik} \quad (7)$$

2.2 各站点备件短缺数计算

根据传统 Dyna-METRIC 理论,在备件故障服从泊松分布、维修时间服从指数分布的情况下,要计算装备的时变可用度值,首先要求得基层级站点各部件的备件短缺数。在后方基地,时刻 t , 部件 k 的备件短缺数为

$$EBO_{0k}(t) = EBO_{0k}(s_{0k} | E[P_{0k}(t)]) \quad (8)$$

式中: $P_{0k}(t)$ 表示时刻 t 后方基地部件 k 的备件供应渠道数,供应渠道数包含维修渠道数和补给渠道数; $E[\cdot]$ 表示均值函数, $E[P_{0k}(t)]$ 表示 t 时刻部件 k 在后方基地的备件供应渠道数均值。 $EBO_{0k}(s_{0k} | E[P_{0k}(t)])$ 表示在已知备件供应渠道数均值为 $E[P_{0k}(t)]$ 、备件库存为 s_{0k} 时,部件 k 在后方基地的备件短缺数,计算公式为

$$\begin{aligned} &EBO_{0k}(s_{0k} | E[P_{0k}(t)]) \\ &= \sum_{x=s_{0k}+1}^{\infty} (x - s_{0k}) \cdot Pr\{P_{0k}(t) = x\} \end{aligned} \quad (9)$$

式中, $Pr\{P_{0k}(t) = x\}$ 表示时刻 t 后方基地部件 k 的备件供应渠道数为 x 的概率,可根据泊松分布的性质求得^[5]。

后方基地为最高级别的保障站点,该站点的备件供应渠道数均值即为备件维修渠道数均值,有

$$E[P_{0k}(t)] = E[RP_{0k}(t)] \quad (10)$$

式中, $RP_{0k}(t)$ 表示 t 时刻后方基地部件 k 的维修渠道数。

在时刻 t , 对于中继级站点 i , 其部件 k 的备件短缺数为

$$EBO_{ik}(t) = EBO(s_{ik} | E[P_{ik}(t)]) \quad (11)$$

式中: s_{ik} 为中继级站点 i 中部件 k 的备件库存; $P_{ik}(t)$ 为时刻 t 中继级站点 i 部件 k 的备件供应渠道数。

中继级站点的备件供应渠道数由三部分组成: ① 中继级站点正在维修的部件数; ② 由后方基地正在向该站点补给的备件数; ③ 后方基地站点由于备件短缺而导致补给延误的备件数。则中继级站点 i 部件 k 在时刻 t 的备件供应渠道数均值为

$$E[P_{ik}(t)] = E[RP_{ik}(t)] + E[OP_{ik}(t)] + f_{ik}(t - O_{ik})EBO_{0k}(t - O_{ik}) \quad (12)$$

式中: $RP_{ik}(t)$ 表示时刻 t 中继级站点 i 正在维修的部件 k 的数量; $OP_{ik}(t)$ 表示时刻 t , 由后方基地正在向中继级站点 i 补给的备件 k 的数量; O_{ik} 表示后方基地和中继级站点 i 之间的部件运输时间; $f_{ik}(t)$ 表示时刻 t 中继级站点 i 对方后基地备件 k 的需求占后方基地总需求的比例, 其计算公式为

$$f_{ik}(t) = \frac{DR_{ik}(t) \cdot NRTS_{ik}}{\sum_{i=1}^I DR_{ik}(t) \cdot NRTS_{ik}} \quad (13)$$

对于基层级站点 j , 其备件供应渠道数由三部分组成: ① 基层级站点正在维修的部件数; ② 由中继级站点正在向该站点补给的备件数; ③ 由于该站点的上级中继级站点备件短缺而导致补给延误的备件数。则其备件供应渠道数均值为

$$E[P_{jk}(t)] = E[RP_{jk}(t)] + E[OP_{jk}(t)] + f_{jk}(t - O_{jk})EBO_{SUP(j)k}(t - O_{jk}) \quad (14)$$

式中, $RP_{jk}(t)$ 表示时刻 t 基层级站点 j 正在维修的部件 k 的数量; $OP_{jk}(t)$ 表示时刻 t , 由站点 j 的上级站点正在向该站点补给的备件 k 的数量; O_{jk} 表示中继级站点和基层级站点之间的部件运输时间; $f_{jk}(t)$ 表示时刻 t 站点 j 对其上级站点部件 k 的需求占上级站点总需求的比例, 其计算公式为

$$f_{jk}(t) = \frac{DR_{jk}(t) \cdot NRTS_{jk}}{\sum_{j=1}^J DR_{jk}(t) \cdot NRTS_{jk}} \quad (15)$$

当时刻 t 基层级站点 j 部件 k 的备件供应渠道均值 $E[P_{jk}(t)]$ 求得之后, 可得其备件短缺数为

$$EBO_{jk}(t) = EBO(s_{jk} | E[P_{jk}(t)]) \quad (16)$$

式中, s_{jk} 为基层级站点 j 中部件 k 的备件库存数量。

2.3 各站点备件供应渠道数均值的求解

2.3.1 动态帕尔姆定理及相关渠道数均值

假设部件在时刻 τ 的故障服从均值为 $\lambda(\tau)$ 的泊松过程, 其中自变量 $\tau > 0$, 另设 τ 时发生一次故障并在 $t > \tau$ 前未能修复的概率用 $\bar{H}(\tau, t)$ 表示, 且该概率与其他所有故障发生的时间相互独立。那么 t 时刻在修件数就是一泊松随机变量, 其均值为 $m(t)$, $m(t)$ 的计算公式为

$$m(t) = \int_0^t \lambda(\tau) \bar{H}(\tau, t) d\tau \quad (17)$$

对于恒定的备件运输时间, 可根据动态帕尔姆定理^[5] 求解备件运输渠道数均值, 中继级和后方基地之间的备件运输渠道均值为

$$E[OP_{ik}(t)] = \int_{t-O_{ik}}^t DR_{ik}(t) \cdot NRTS_{ik} dt \quad (18)$$

中继级站点和基层级站点之间的备件运输渠道数均值为

$$E[OP_{jk}(t)] = \int_{t-O_{jk}}^t DR_{jk}(t) \cdot NRTS_{jk} dt \quad (19)$$

设后方基地对部件 k 的维修时间为 X , 则部件由后方基地维修完成并送至基层级站点的服务总时间应为故障件在后方基地的维修时间与在多级站点之间的运输时间之和, 即为 $Y = X + O_{ik} + O_{jk}$; 若部件 k 在后方基地的维修时间服从均值为 T_{0k} 的指数分布, 则根据动态帕尔姆定理, 部件 k 在时刻 τ 发生故障、在时刻 t 该部件能够修复的概率为

$$H(\tau, t) = Pr\{Y \leq t - \tau\} = Pr\{X + O_{ik} + O_{jk} \leq t - \tau\}$$

$$= Pr\{X \leq t - \tau - O_{ik} - O_{jk}\}$$

$$= 1 - e^{-\frac{1}{T_{0k}}(t - \tau - O_{ik} - O_{jk})} \quad (20)$$

由于 $\bar{H}(\tau, t) = 1 - H(\tau, t)$, 则可得

$$E[P_{0k}(t)] = E[RP_{0k}(t)] = \int_0^t \sum_{i=1}^I \sum_{j \in U_{mi}(i)} DR_{jk}(t) \cdot NRTS_{jk} \cdot NRTS_{ik} e^{-\frac{1}{T_{0k}}(t - \tau - O_{ik} - O_{jk})} dt \quad (21)$$

2.3.2 有限维修能力下维修部门故障件停留数量均值求解

在时刻 t , 站点 j 部件 k 的故障到达率 (即单位时间内故障件到达站点 j 维修部门的数量) 为 $\lambda_{jk}(t)$, 则该站点所有部件总的到达率为

$$\lambda_j(t) = \sum_{k=1}^K \lambda_{jk}(t) \quad (22)$$

当部件 k 的维修率为 u_{jk} 且恒定不变时, 则在时刻 t , 该站点部件的平均维修率为

$$u_j(t) = \frac{\sum_{k=1}^K \lambda_{jk}(t)}{\sum_{k=1}^K \lambda_{jk}(t)/u_{jk}} \quad (23)$$

设时刻 t , 在站点 j 的维修部门停留的部件数量均值为 $m_j(t)$, 方差为 $v_j(t)$ 。当维修服务台数量为 c 时, 根据文献[19] 可得, 在在时刻 t , 部件停留数量均值的倒数为

$$m'_j(t) = \lambda_j(t) - u_j(t)c + u_j(t) \sum_{n=0}^{c-1} (c-n)P_n(t) \quad (24)$$

停留数量方差的倒数为

$$v'_j(t) = \lambda_j(t) + u_j(t)c - u_j(t) \sum_{n=0}^{c-1} [2m_j(t) + 1 - 2n](c-n)P_n(t) \quad (25)$$

假设部件在维修部门的停留数量服从负二项分布, 可得部件停留数量为 n 的概率为

$$P_n(t) = \binom{r(t) + n - 1}{n} p(t)^{r(t)} [1 - p(t)]^n \quad (26)$$

式中, $r(t)$ 表示 t 时刻在系统内修理完毕的部件数量, $p(t)$ 表示在时刻 t 故障件能够修理完毕并离开维修部门的概率。

其中根据负二项分布的性质可得

$$\begin{cases} m_j(t) = r(t)[1 - p(t)]/p(t) \\ v_j(t) = r(t)[1 - p(t)]/p^2(t) \end{cases} \quad (27)$$

得到

$$\begin{cases} p(t) = m_j(t)/v_j(t) \\ r(t) = m_j^2(t)/[v_j(t) - m_j(t)] \end{cases} \quad (28)$$

同时可得时刻 t 维修部门部件停留数量为 0 的概率为

$$P_0(t) = p(t)^{r(t)} \quad (29)$$

部件停留数量 $m_j(t)$ 和 $v_j(t)$ 的求解可根据各时刻点的相应值迭代得到, 步骤如下所示。

步骤 1: 判断时刻 t 是否达到任务时刻 T , 如果 $t < T$, 转步骤 2; 否则退出迭代。

步骤 2: 当 $t = 0$ 时, 取 $m_j(0) = 0, v_j(0) = 0$, 此时 $P_0(0) = 1, P_n(0) = 0$; 若 $t \neq 0$ 则可将 $m_j(t)$ 和 $v_j(t)$ 代入式(26)、式(27)、式(28) 求得 $P_0(t)$ 和 $P_n(t)$ 。

步骤 3: 将 $P_0(t)$ 和 $P_n(t)$ 代入式(24)、式(25) 求得此时在修件均值和方差的导数 $m'_j(t^+), v'_j(t^+)$ 。

步骤 4: 取时间的推进步长为 1, 近似得到 $m_j(t+1) = m_j(t) + m'_j(t), v_j(t+1) = v_j(t) + v'_j(t)$ 。

步骤 5: 令 $t = t + 1$, 转步骤 1。

若站点 j 在时刻 t 的停留备件数量均值为 $m_j(t)$, 停留备件数量由两部分组成: ① 正在修理的部件总数量 $Rn_j(t)$; ② 正在排队等待的部件总数量 $Qn_j(t)$ 。其数量关系有

$$m_j(t) = Rn_j(t) + Qn_j(t) \quad (30)$$

对于该站点某项具体的部件 k , 其在修数量为

$$Rn_{jk}(t) = \frac{\lambda_{jk}(t)/u_{jk}}{\lambda_j(t)/u_j(t)} Rn_j(t) \quad (31)$$

其维修等待的数量为

$$\begin{aligned} Qn_{jk}(t) &= \frac{\lambda_{jk}(t)}{\lambda_j(t)} Qn_j(t) \\ &= \frac{\lambda_{jk}(t)}{\lambda_j(t)} [m_j(t) - Rn_j(t)] \end{aligned} \quad (32)$$

则可得部件 k 在站点 j 的停留总数量为

$$m_{jk}(t) = Rn_{jk}(t) + Qn_{jk}(t) \quad (33)$$

根据此方法, 可以求得 t 时刻基层级站点 j 部件 k 的维修渠道数均值为

$$E[RP_{jk}(t)] = m_{jk}(t) \quad (34)$$

同理可得 t 时刻中继级站点 i 部件 k 的维修渠道数均值为

$$E[RP_{ik}(t)] = m_{ik}(t) \quad (35)$$

2.4 装备时变可用度模型

当故障件更换时间忽略不计时, 装备可用度主要取决于现场可更换单元 LRU 备件短缺数的大小。对于为串联结构的装备系统, 任何部件空缺都会导致装备停机。当备件短缺数确定以后, 可得装备在任务周期内的任意时刻 t 的可用度为

$$A_j(t) = \prod_{k=1}^K \left[1 - \frac{EBO_{jk}(t)}{N_{sys_j} \cdot QPM_k} \right]^{QPM_k} \quad (36)$$

对于整个保障系统而言, t 时刻装备的整体可用度为

$$A(t) = \frac{\sum_{j=1}^J A_j(t) \cdot N_{sys_j}}{\sum_{j=1}^J N_{sys_j}} \quad (37)$$

3 保障方案优化模型及优化方法

3.1 保障方案优化模型

保障方案优化模型即是在满足装备可用度指标的前提下, 使得备件配置方案 s 和维修服务台配置方案 M 所需总费用最低。其中备件配置方案包含基层级站点备件配置方案 s_j 、中继级站点备件配置方案 s_i 和后方基地备件配置方案 s_0 。维修服务台配置方案包含基层级站点维修服务台配置

方案 M_j 和中继级站点维修服务台配置方案 M_i 。可以建立如下优化模型

$$\begin{cases} \min LSC = \sum_j [(\sum_k s_{jk} C_k) + M_j C_m] + \\ \sum_i [(\sum_k s_{ik} C_k) + M_i C_m] + \sum_k s_{0k} C_k \\ \text{s. t } A(t, s, M) \geq A_0 \quad \forall t \in [0, T] \end{cases} \quad (38)$$

式中: LSC 为保障资源总费用; C_k 为备件 k 的购置费用; M_j 为站点 j 的维修服务台配置数量; M_i 为中继级站点的维修服务台配置数量; C_m 为维修服务台的购置费用; $A(t, s, M)$ 表示在备件配置方案为 s 、维修服务台配置方案为 M 时, 装备在时刻 t 的可用度。式(38)表示, 任意时刻 t , 在备件配置方案 s 和维修服务台配置方案 M 能够使得装备可用度达到可用度指标 A_0 的前提下, 保障费用最低。

3.2 保障方案优化方法

对式(36)两边求自然对数可得

$$\begin{aligned} \ln A_j(t) &= \sum_k QPM_k \ln[1 - EBO_{jk}(t)/(N_{sys_j} QPM_k)] \\ &\approx -\frac{1}{N_{sys_j}} \sum_k EBO_{jk}(t) \end{aligned} \quad (39)$$

式(39)表示, 要使装备可用度增加可近似等效为使站点的备件短缺数之和降低。选取备件短缺数指标为

$$EBO(t) = \sum_j \sum_k EBO_{jk}(t) \quad (40)$$

由于部件利用率随着任务阶段的不同而有所变化, 站点的备件需求率也随之变化。文献[3]中所建模型认为维修部门的维修渠道无限, 故障件的维修不存在维修等待, 处于维修状态部件数最多的情况位于部件利用率最高阶段的末尾, 因此, 该模型选择部件利用率最高阶段末尾时刻的装备可用度作为备件优化的观测值, 并采用边际优化算法对各站点的备件配置方案进行优化。由于站点故障件的维修可能存在维修等待, 部件利用率最高阶段的末尾处于维修部门的部件数均值不一定最高, 此时应以整个任务期作为观测对象, 选取任务期内装备备件短缺数最高时刻的备件短缺数作为保障方案优化的观测值, 即 $\max EBO = \max[EBO(t)], t \in [0, T]$ 。

根据边际优化算法, 令 $\partial(s, M)$ 表示在备件配置方案为 s 、维修服务台配置方案为 M 时, 任务期内最大备件短缺数 $\max[EBO(t)]$ 的增量。在相应资源数量加 1 时得到备件短缺数观测的增量为

$$\begin{cases} \partial(s + ones(a, b), M) = \max EBO(s, M) - \\ \max EBO(s + ones(a, b), M) \\ \partial(s, M + ones(a)) = \max EBO(s, M) - \\ \max EBO(s, M + ones(a)) \end{cases} \quad (41)$$

其中, $ones(a, b)$ 表示在第 a 行第 b 列的元素为 1, 其余元素均为 0; 类似地, $ones(a)$ 表示第 1 行第 a 个元素为 1, 其余为 0; a 为取值 $[1, J + I + 1]$ 的整数, J 为基层级站点的总数, I 为中继级站点的总数; b 为取值 $[1, K]$ 的整数, K 为部件种类。则可得在优化过程中的边际效益增量为

$$\begin{cases} u(s + ones(a, b), M) = \frac{\partial(s + ones(a, b), M)}{C_b} \\ v(s, M + ones(a)) = \frac{\partial(s, M + ones(a))}{C_m} \end{cases} \quad (42)$$

式中, C_b 为第 b 类部件的单价。

边际优化算法的步骤如下:

步骤 1: 将各站点资源配置量初始化, 令备件矩阵 s 各元素为 0, 维修服务台配置方案 M 各元素为 1。

步骤 2: 判断保障方案对应下任务期内的可用度观测值 A^* 是否满足可用度指标, 若 $A^* \geq A_0$, 算法迭代结束, 否则, 转步骤 3。

步骤 3: 进行算法迭代, 计算各项备件库存和维修服务台配置量的边际效益增量 u, v 。

步骤 4: 判断各项备件库存和维修服务台边际效益增量中的最大值, 并将其对应站点和种类的备件库存或者对应站点的维修服务台配置数量加 1, 其余各项资源配置量保持不变, 转步骤 2。

4 算例分析

假设某装备由两个部件组成, 部件 1 和 2 的 MTBF 分别为 $MTBF_1 = 300$ h 和 $MTBF_2 = 400$ h; 维修时间分别为 $T_1 = 72$ h, $T_2 = 48$ h; 部件利用率为 $1(1 - 400$ h), $0.5(400 - 800$ h), $0.4(800 - 1800$ h), $1(1800 - 2200$ h); 维修服务台的数量为 2; 站点备件数量为 0。采用 ExtendSim 离散事件仿真软件, 对维修周转过程进行仿真计算, 对每一时间样本点计算 1000 次并取均值, 得到两部件在维修站点的部件停留数量仿真值与时间的关系分别如图 3 和图 4 中星点所示; 与此同时, 考虑钝化现象时求两种部件在各时刻的停留数量均值如图 3 和图 4 中实线所示; 不考虑钝化现象时得到两种部件的在修件数量均值如图 3 和图 4 中虚线所示。

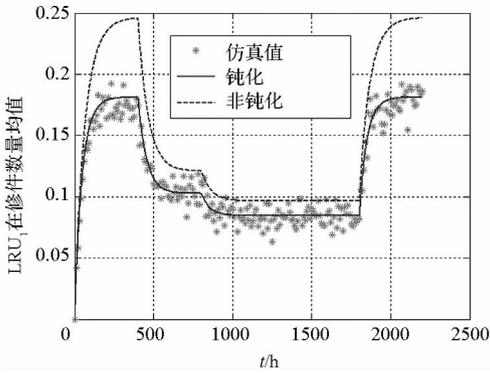


图 3 部件 1 的在修件数量均值
Fig. 3 Number of LRU₁ in repair

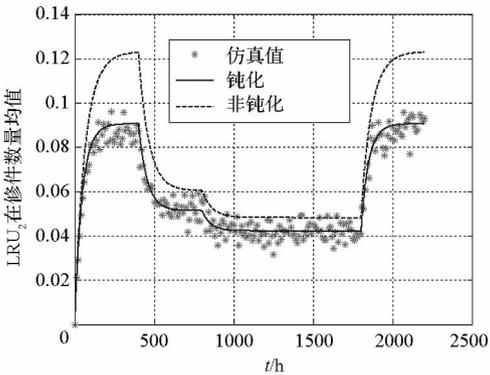


图 4 部件 2 的在修件数量均值
Fig. 4 Number of LRU₂ in repair

装备时变可用度仿真值如图 5 中星点所示；考虑钝化现象，求得的装备时变可用度解析值如图 5 中实线所示；不考虑钝化现象时，得到装备可用度解析值如图 5 中虚线所示。

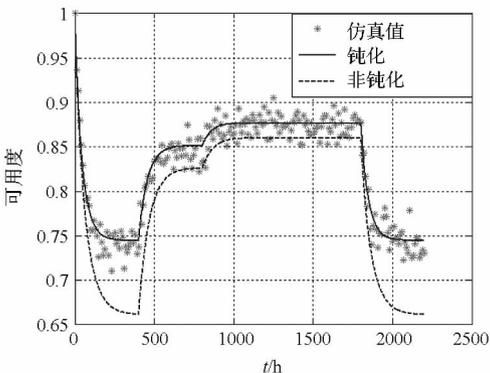


图 5 装备可用度变化曲线
Fig. 5 Availability curve of equipment

从图 3 和图 4 中可以看出，各部件在任务期内，站点的部件停留数量均值与考虑钝化现象得到的解析值变化趋势一致，且在该解析值上下均匀波动，误差在可接受范围内。从图 5 可以看出，随着部件利用率的变化，本文模型能够很好地给出装备可用度值，所得可用度值与仿真得到的可用度值的变化趋势一致，且仿真值在考虑钝化现

象得到的解析值上下均匀波动，波动由仿真模型的计算误差决定。

与此同时，在不考虑钝化现象时，则会高估部件的在修件数量（如图 3 和图 4 中虚线所示），造成装备可用度的计算值偏低（如图 5 中虚线所示）。这是因为在不考虑钝化现象时，默认已经故障的装备在修复前也会产生新的故障，从而产生备件需求，造成备件需求过高，这与实际情况不符。因此，本文模型中考虑装备钝化现象是合理的。

根据文中保障方案优化模型和方法，可开展装备保障方案优化。取保障组织结构如图 6 所示，装备在各基层站点的配备数量 N_m 分别为 [18, 12, 15]。任务期内各阶段部件利用率如表 1 所示。

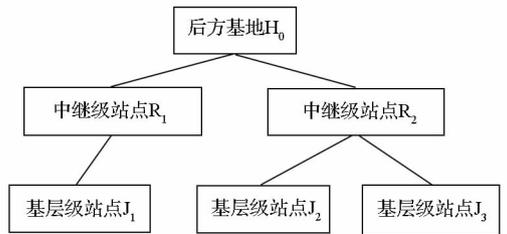


图 6 三级保障体系组织结构
Fig. 6 Framework and relation of three-echelon support system

表 1 装备运行方案

Tab. 1 Operation scenario of equipment

任务阶段	部件利用率	任务阶段时刻/h
阶段 1	1	0—400
阶段 2	0.5	400—800
阶段 3	0.4	800—1800
阶段 4	1	1800—2500

装备可靠性参数及费用如表 2 所示，维修服务台的配置费用为 4 万元。在图 6 的保障组织结构下，基层级站点与中继级站点之间的备件运输时间分别为 [48, 48, 48] h，中继级站点与后方基地之间备件运输时间分别为 [60, 60] h。各部件维修性参数如表 3 所示。

表 2 装备部件的相关参数

Tab. 2 Parameters of spare parts

部件	MTBF/h	装机数	备件费用/万元
LRU ₁	600	3	2.35
LRU ₂	625	1	1.5
LRU ₃	700	2	1.905
LRU ₄	725	1	1.4
LRU ₅	800	2	1.1
LRU ₆	1000	2	1

表 3 装备部件维修性参数

Tab. 3 Maintainability parameters of spare parts

部件	修复性维修周转时间/h						各站点对部件的不可修概率 $NRTS$					
	J_1	J_2	J_3	R_1	R_2	H_0	J_1	J_2	J_3	R_1	R_2	H_0
LRU_1	72	72	72	48	36	48	0.7	0.7	0.7	0.38	0.38	0
LRU_2	48	48	48	36	36	36	0.8	0.8	0.8	0.25	0.25	0
LRU_3	72	72	72	48	24	48	0.8	0.8	0.8	0.30	0.30	0
LRU_4	48	48	48	48	48	48	0.8	0.8	0.8	0.29	0.29	0
LRU_5	24	24	24	24	48	24	0.8	0.8	0.8	0.22	0.22	0
LRU_6	36	36	36	36	48	36	0.7	0.7	0.7	0.4	0.4	0

设任务期间装备可用度指标为 0.9, 利用边际优化算法可得各站点的备件配置数量和维修服务台配置数量如表 4 所示。在优化过程中, 保障系统备件短缺数随保障费用的增加而降低, 备件短缺数观测值费效比曲线如图 7 所示, 同时可用度观测值随着保障费用的增加而增加, 装备可用度观测值费效比曲线如图 8 所示。经过 64 次迭代计算, 得到备件和维修服务台购置总费用为 155 万元, 任务阶段内装备最低可用度为 0.903 4, 满足可用度指标要求。

表 4 保障资源配置方案

Tab. 4 Optimal support project for support system

	LRU_1	LRU_2	LRU_3	LRU_4	LRU_5	LRU_6	服务台
H_0	0	0	0	0	0	0	
R_1	1	0	1	0	0	0	4
R_2	2	1	1	1	1	1	5
J_1	5	2	3	3	3	3	3
J_2	3	1	2	1	2	2	2
J_3	4	2	3	2	3	2	2

从表 4 中可以看到, 各项 LRU 备件主要在基层级站点进行配备, 装机数量高的站点, LRU 配置数量高, 如站点 1 的备件配置数量明显多于站点 2 和 3; $MTBF$ 较低的备件如 LRU_1 部件配置数量多于其他 $MTBF$ 较高的备件。基层级站点的故障件维修能力相比于中继级站点, 配备相对较弱, 如维修服务台的配置数量分别为 3, 2, 2, 这是由于单个基层级站点部件故障率较低, 较低的维修能力即能够满足故障件的维修要求。同时, 中继级站点对 LRU 备件的配置数量较低, 而对应基层级站点较多的中继级站点, 如站点 R_2 的 LRU 配置数量多于对应基层级站点少的中继级站点 R_1 ; 中继级站点主要突出维修能力方面的优势, 配备

的维修服务台数量多于基层级站点。由于中继级站点和基层级站点配置的备件数量能够满足备件的维修周转, 因此后方基地不进行备件库存的配置, 该站点主要对部分中继级站点不能维修的故障件进行维修。该保障方案符合多级保障模式的一般配备规律。

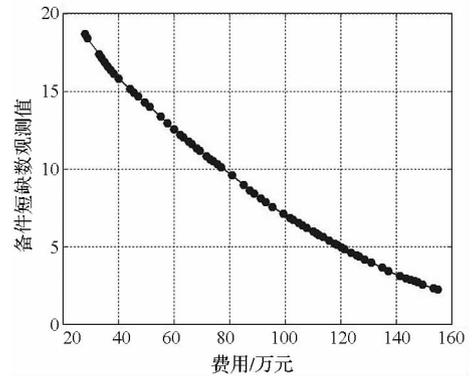


图 7 备件短缺数观测值费效曲线

Fig. 7 Optimal curve of EBO observation value versus cost

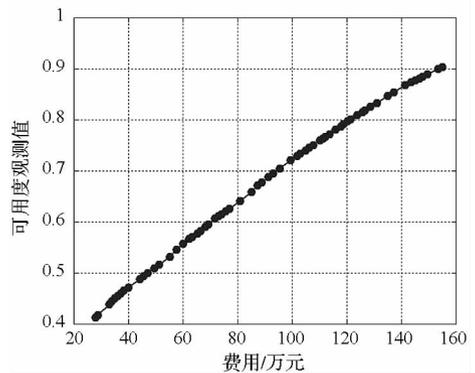


图 8 装备可用度观测值费效曲线

Fig. 8 Optimal curve of availability observation value versus cost

5 结论

1) 针对装备系统备件需求率随任务阶段变化的非稳态情况, 考虑系统钝化现象对备件需求

率的影响,结合非稳态排队理论,建立了有限维修能力下多等级单层级维修保障系统装备时变可用度评估模型。该模型能够对任务期内保障方案下的装备时变可用度进行评估。

2)提出了任务期内备件需求率计算模型及站点维修能力有限条件时的保障方案优化模型。以任务期内最低可用度所对应的系统备件短缺数为观测值开展边际优化,得到保障资源优化配置方案。

3)算例分析表明,该评估模型能够较好地给出不同任务阶段内保障资源配置方案对应的装备可用度;优化模型和优化方法能够合理优化保障系统各站点的保障资源配置方案,符合多级保障系统资源配置的一般规律。

参考文献 (References)

[1] Sherbrooke C C. Metric: a multi-echelon technique for recoverable item control [J]. *Operations Research*, 1968, 16(1): 122 - 141.

[2] Muckstadt J A. A model for a multi-item, multi-echelon, multi-indenture inventory system [J]. *Management Science*, 1973, 20(4): 472 - 481.

[3] Slay F M. VARI-METRIC: an approach to modeling multi-echelon resupply when the demand process is Poisson with a gamma prior, report AF301 - 3 [R]. Washington DC: Logistics Management Institute, 1984.

[4] Sherbrooke C C. VARI-METRIC: improved approximations for multi-indenture, multi-echelon availability models [J]. *Operations Research*, 1986, 34(2): 311 - 319.

[5] Sherbrooke C C. Optimal inventory modeling of system: multi-echelon techniques [M]. 2nd ed. Boston, USA: Artech House, 2004.

[6] Rustenburg W D, van Houtum G J, Zijm W H M. Spare parts management at complex technology-based organizations: an agenda for research [J]. *International Journal of Production Economics*, 2001, 71(1/2/3): 177 - 193.

[7] Francesco C, Giulio D G, Massimo T. Multi-echelon, multi-indenture spare parts inventory control subject to system availability and budget constraints [J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 2013, 119(11): 95 - 101.

[8] Slay F M, Bachman T C, Kline R C, et al. Optimization spare support: the aircraft sustainability model [R]. Washington, USA: Logistics Management Institute, 1996.

[9] Lau H C, Song H, See C T, et al. Evaluation of time-varying availability in multi-echelon spare parts systems with passivation [J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, 170(1): 91 - 105.

[10] 王睿, 雷红伟, 彭英武, 等. 战时任务条件下舰艇装备多

级备件优化 [J]. *上海交通大学学报*, 2013, 47(3): 398 - 403.

WANG Rui, LEI Hongwei, PENG Yingwu, et al. Optimization of warship spare parts in the scenario of wartime mission [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2013, 47(3): 398 - 403. (in Chinese)

[11] 王睿, 彭英武, 李庆民, 等. 面向动态任务的作战单元两等级两层及可修复备件优化 [J]. *系统工程与电子技术*, 2013, 35(4): 761 - 768.

WANG Rui, PENG Yingwu, LI Qingmin, et al. Dynamic mission-oriented two-echelon and two-indenture repairable spare parts optimization for combat units [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2013, 35(4): 761 - 768. (in Chinese)

[12] Díaz A, Fu M C. Models for multi-echelon repairable item inventory systems with limited repair capacity [J]. *European Journal of Operational Research*, 1997, 97(3): 480 - 492.

[13] Kimt J S, Shin K C, Yu H K. Optimal algorithm to determine the spare inventory level for a repairable-item inventory system [J]. *Computers Operations Research*, 1996, 23(3): 289 - 297.

[14] Sleptchenko A, van der Heijden M C, van Harten A. Effects of finite repair capacity in multi-echelon, multi-indenture service part supply systems [J]. *International Journal of Production Economics*, 2002, 79(3): 209 - 230.

[15] 阮旻智, 李庆民, 黄傲林, 等. 有限维修渠道约束下多级维修供应系统库存控制 [J]. *航空学报*, 2012, 33(11): 2018 - 2027.

RUAN Minzhi, LI Qingmin, HUANG Aolin, et al. Inventory control of multi-echelon maintenance supply under finite repair channel constraint [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2012, 33(11): 2018 - 2027. (in Chinese)

[16] 徐立, 李庆民, 阮旻智. 具备有限维修能力的舰船编队保障方案优化 [J]. *系统工程与电子技术*, 2014, 36(11): 2226 - 2232.

XU Li, LI Qingmin, RUAN Minzhi. Support project optimization for warship formation with finite repair capacity [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2014, 36(11): 2226 - 2232. (in Chinese)

[17] Lau H C, Song H. Two-echelon repairable item inventory system with limited repair capacity under non-stationary demands [C]//Proceeding of the 35th Meeting of the Decision Science Institute, 2004: 1901 - 1908.

[18] 刘勇, 武昌, 李阳. 两级备件保障系统的装备时变可用度评估模型 [J]. *兵工学报*, 2010, 31(2): 253 - 256.

LIU Yong, WU Chang, LI Yang. Evaluation model of equipment time-varying availability in two-echelon spare support system [J]. *Acta Armamentarii*, 2010, 31(2): 253 - 256. (in Chinese)

[19] Rothkopf M H, Oren S S. A closure approximation for the non-stationary M/M/s queue [J]. *Management Science*, 1979, 25(6): 522 - 534.