doi:10.11887/j.cn.201702002

http://journal. nudt. edu. cn

## 高超声速飞行器多目标复杂约束滑翔弹道优化\*

谢 愈,潘 亮,谷学强,陈 璟

(国防科技大学 机电工程与自动化学院,湖南 长沙 410073)

摘 要:针对气动热、过载、动压、控制量、航路点、禁飞区以及终端状态等复杂约束条件,提出高超声速 飞行器多目标滑翔弹道优化方案。建立换极运动模型,简化部分约束条件的处理,并规避了传统运动模型的 奇异问题;在此基础上,引入物理规划方法将多目标优化问题转换为反映设计者不同偏好的单目标优化问 题;进一步基于分段 Gauss 伪谱方法将弹道单目标优化的最优控制问题转换为非线性规划问题进行求解。仿 真结果表明,该方法获得的滑翔优化弹道能满足复杂约束要求,同时能够反映设计者的不同偏好。

关键词:高超声速飞行器;滑翔弹道优化;复杂约束;多目标优化;换极运动模型;物理规划;分段 Gauss 伪 谱法

中图分类号: V412 文献标志码: A 文章编号: 1001 - 2486(2017) 02 - 009 - 09

# Gliding trajectory optimization with multiple objectives and complicated constraints for hypersonic vehicles

XIE Yu, PAN Liang, GU Xueqiang, CHEN Jing

(College of Mechatronic Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract**: A multi-objective gliding trajectory optimization scheme was proposed for hypersonic vehicles with complicated constraints, such as aerodynamic heating, overload, dynamic pressure, control variables, waypoint, no-fly zones, and terminal states. The pole-transformed motion equations were deduced to simplify some of the constraints and to avoid the singularity of the traditional motion equations. Furthermore, the physical programming was employed to convert the multi-objective optimization problem to a single optimization objective problem considering the designer's preference. Based on the multi-phase Gauss pseudospectral method, the optimal control problem of the single objective trajectory optimization problem was converted to a nonlinear programming problem. Results demonstrate that the algorithm can generate optimal gliding trajectories satisfying all the complicated constraints while the designer's preference can be taken into consideration.

Key words: hypersonic vehicle; gliding trajectory optimization; complicated constraints; multi-objective optimization; pole-transformed motion equations; physical programming; multi-phase Gauss pseudospectral method

高超声速飞行器是一种飞行速度超过5马赫的大升阻比无动力滑翔飞行器。它一般通过助推 火箭发射到一定高度或从空间轨道释放后,利用 自身气动升力在临近空间作远距离高超声速机动 滑翔飞行。高超声速飞行器飞行高度相对较低、 飞行速度快、机动变轨能力强,使得防御方难以进 行弹道预测和拦截,具有广阔的军事应用前景。

滑翔弹道优化技术是高超声速飞行器的关键 技术之一。高超声速飞行器在飞行过程中要受到 过载、气动热、动压、控制量、终端状态等诸多复杂 飞行约束条件的限制。此外,为满足飞行任务需 要,通常还需考虑诸如航路点、禁飞区、射程等要 求。上述这些约束条件是在弹道优化中需要加以 考虑的。对滑翔弹道优化问题来说,设计者通常 不是追求单个性能指标最优,而是期望同时考虑 多个相关的性能指标,而这些性能指标之间往往 又是相互影响和制约的,只能在各个指标之间进 行协调和折中,这就是多目标弹道优化问题。

多目标优化方法可以分为产生式方法 (generating approach)和基于偏好的方法 (preference-based approach)<sup>[1]</sup>。产生式方法用于 确定整个 Pareto 解集或解的近似,主要优化方法 包括进化算法、粒子群算法、蚁群算法、模拟退火 算法、人工免疫算法、禁忌搜索算法等。例如,进 化算法中的 NSGA – II<sup>[2]</sup>在求解可重复使用运载 火箭(Reusable Launch Vehicle, RLV)最优再入

\* 收稿日期:2015-10-10 基金项目:国家自然科学基金资助项目(11502289) 作者简介:谢愈(1982-),男,湖南宁乡人,副研究员,博士,E-mail:15111155218@139.com; 潘亮(通信作者),男,副研究员,博士,E-mail:panliang.2000@gmail.com 弹道、无人飞行器最优弹道规划以及考虑弹道 优化的飞行器多学科优化设计等方面得到了广 泛应用<sup>[3-5]</sup>。基于偏好的方法将多目标优化问 题转换为单目标优化问题求解,能够获得反应 设计者偏好的折中解。主要包括加权法、理想 点法、主要目标法及物理规划方法<sup>[6]</sup>等。例如, 雍恩米等<sup>[7]</sup>将物理规划法用于再入飞行最优攻 角设计中;Luo等<sup>[8]</sup>将物理规划方法应用于多目 标最优交会轨道规划中,结合 Lambert 交会算法 和模拟退火算法,获得了满足设计者偏好指标 的满意解。

本文在上述研究工作的基础上,针对高超声 速飞行器复杂约束下多目标优化的特点,提出一 套滑翔弹道优化方案,能够获得满足各种复杂约 束要求的滑翔优化弹道,同时能够反映设计者的 不同偏好。

#### 1 基本方案

复杂约束多目标滑翔弹道优化方案如图1所 示。首先以飞行器再入平面作为"赤道平面"重 新定义地心坐标系,以此为参考系建立换极运动 模型,以简化弹道规划算法,并规避传统运动模型 的奇异问题;以此为基础,建立复杂约束条件及性 能指标模型,并引入物理规划方法将复杂约束多 目标优化问题转换为反映设计者不同偏好的单目





Fig. 1 Trajectory optimization scheme with multiple objectives and complicated constraints

标优化问题。其中,偏好结构通过单目标弹道优 化加以确定;进一步基于分段 Gauss 伪谱方法将 弹道优化的最优控制问题转换为非线性规划问题 进行求解,获得优化滑翔弹道。

#### 2 换极运动建模

基于合适的参考坐标系建立运动模型,不仅可以方便问题的分析,更能简化弹道优化算法。 目前,一般在半速度坐标系中建立运动模型,描述 飞行器运动状态的变量包括地心距r、经度 $\lambda$ 、地 心纬度 $\phi$ 、速度V、当地速度倾角 $\theta$ 和航迹偏航角  $\sigma$ 。以时间t为自变量的高超声速飞行器运动方 程为<sup>[9]</sup>:

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = \frac{L\mathrm{sin}\upsilon}{V\mathrm{cos}\theta} + \frac{V\mathrm{tan}\phi\mathrm{cos}\theta\mathrm{sin}\sigma}{r} + C_{\sigma} + \tilde{C}_{\sigma} \\\\ \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{L\mathrm{cos}\upsilon}{V} - \frac{g\mathrm{cos}\theta}{V} + \frac{V\mathrm{cos}\theta}{r} + C_{\theta} + \tilde{C}_{\theta} \\\\ \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = -D - g\mathrm{sin}\theta + \tilde{C}_{\mathrm{V}} \\\\ \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = V\mathrm{sin}\theta \\\\ \frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}t} = \frac{V\mathrm{cos}\theta\mathrm{sin}\sigma}{r\mathrm{cos}\phi} \\\\ \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \frac{V\mathrm{cos}\theta\mathrm{cos}\sigma}{r} \end{cases}$$
(1)

式中:v 为倾侧角;g 为地球引力加速度; 而 L, D 分别为升力和阻力加速度的大小。地球旋转对应 的哥氏加速度项  $C_{\sigma}, C_{\theta}$  以及牵连加速度项  $\tilde{C}_{\sigma}, \tilde{C}_{\theta}$  和  $\tilde{C}_{v}$  分别为:

$$\begin{cases}
C_{\sigma} = 2\omega_{e}(\sin\phi - \cos\sigma\tan\theta\cos\phi) \\
\tilde{C}_{\sigma} = \frac{\omega_{e}^{2}r\cos\phi\sin\phi\sin\sigma}{V\cos\theta} \\
C_{\theta} = 2\omega_{e}\sin\sigma\cos\phi \\
\tilde{C}_{\theta} = \frac{\omega_{e}^{2}r}{V}\cos\phi(\sin\phi\cos\sigma\sin\theta + \cos\phi\cos\theta) \\
\tilde{C}_{\sigma} = \frac{\omega_{e}^{2}r}{V}\cos\phi(\sin\phi\cos\sigma\sin\theta + \cos\phi\cos\theta)
\end{cases}$$
(2)

 $C_v = \omega_e r (\cos \phi \sin \theta - \cos \phi \sin \phi \cos \sigma \cos \theta)$ 其中  $\omega_e$  为地球旋转角速度。

基于上述运动模型开展弹道优化时主要存在 两个问题:一是对航路点、禁飞区等复杂路径约束 的描述和处理较为复杂;二是过地球南极和北极 点(φ = ± π/2)时运动模型存在奇异点。为此,本 文基于极点变换的思想重新建立考虑地球旋转影 响下的飞行器运动模型。

如图 2 所示, *O*<sub>e</sub> 和 *O*<sub>1</sub> 分别为地心和飞行器 质心位置。定义一个再入大圆弧平面作为新的赤

道平面,方法为:①对目标点 T 确定的情况,将过 滑翔起点 I 和目标点 T 的大圆弧平面(即滑翔起 点和目标点地心矢径构成的平面)作为新的赤道 平面;②对于目标点未确定的情况,则根据滑翔起 点位置及方位角确定对应的再入大圆弧平面。基 于新的赤道平面重新定义一个地心坐标系 $O_e$  –  $\hat{X}\hat{Y}\hat{Z},\hat{X}$  轴沿飞行起始点地心矢径方向, $\hat{Y}$  轴在再 入大圆弧平面内垂直于  $\hat{X}$  轴指向目标方向, $\hat{Z}$  轴 与 $\hat{X}$  轴、 $\hat{Y}$  轴构成右手系。





由定义可知,坐标系 O。- XŶŹ 实际上可由一 般地心坐标系经过坐标变换得到。一般地心坐标 系 Z 轴指向北极点 N, 而坐标系  $O_{a}$  -  $\hat{X}\hat{Y}\hat{Z}$  的  $\hat{Z}$  轴 指向新的极点 P。上述坐标变换称为"极点变 换",坐标系  $O_e - \hat{X}\hat{Y}\hat{Z}$  为"换极地心坐标系"。定 义旋转坐标系 O。- xŷź, x 轴沿飞行器当前位置向 量方向, $\hat{Y}$ 轴在平面 $\hat{X}O_s\hat{Y}$ 内垂直于  $\hat{x}$ 轴指向目标 方向, $\hat{x}$ 轴与 $\hat{x}$ 轴和 $\hat{y}$ 轴构成右手坐标系。在一般 地心坐标系中的状态参数分别为 $\lambda, \phi, \sigma, V, \theta$ 和 r。如图2所示,基于坐标系 O<sub>e</sub> - xŷź 可定义换极 地心坐标系中对应的状态参数分别为 $\hat{\lambda}, \hat{\phi}, \hat{\sigma}, V$ ,  $\theta$ 和 $\hat{r}$ 。显然,通过坐标转换关系,可以推导出换 极前后两个坐标系对应状态参数的相互转换关 系<sup>[10]</sup>。根据换极地心坐标系的定义可知, $\hat{\boldsymbol{\phi}}=0$ 的平面包含了滑翔起点和终点(对终点位置未确 定的情况,则 $\dot{\phi}=0$ 的平面即为飞行器的再入平 面),且起点经度 $\hat{\lambda}_0$ 和地心纬度 $\hat{\phi}_0$ 始终为0,并 可用 $\hat{\lambda}$ 和 $\hat{\phi}$ 分别描述纵程角和横程角。利用这 些特性,可极大地简化弹道规划算法。

以换极地心坐标系为参考系,根据文献[9] 的方法可推导换极运动模型为:

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}}{\mathrm{d}t} = \frac{L\sin\upsilon}{\hat{V}\cos\hat{\theta}} + \frac{\hat{V}}{\hat{r}}\tan\hat{\phi}\cos\hat{\theta}\sin\hat{\sigma} + C_{\sigma} + \tilde{C}_{\sigma} \\ \frac{\mathrm{d}\hat{\theta}}{\mathrm{d}t} = \frac{L\cos\upsilon}{\hat{V}} - \frac{g\cos\hat{\theta}}{\hat{V}} + \frac{\hat{V}\cos\hat{\theta}}{\hat{r}} + C_{\theta} + \tilde{C}_{\theta} \\ \frac{\mathrm{d}\hat{V}}{\mathrm{d}t} = -D - g\sin\hat{\theta} + \tilde{C}_{v} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}\hat{r}}{\mathrm{d}t} = \hat{V}\sin\hat{\theta} \\ \frac{\mathrm{d}\hat{A}}{\mathrm{d}t} = \frac{\hat{V}\cos\hat{\theta}\sin\hat{\sigma}}{\hat{r}\cos\hat{\phi}} \\ \frac{\mathrm{d}\hat{\theta}}{\mathrm{d}t} = \frac{\hat{V}\cos\hat{\theta}\cos\hat{\sigma}}{\hat{r}} \end{cases}$$

$$(3)$$

其中,地球旋转对应的哥氏加速度项  $C_{\sigma}, C_{\theta}$  以及 牵连加速度项  $\tilde{C}_{\sigma}, \tilde{C}_{\theta}$  和  $\tilde{C}_{V}$  分别为:  $\begin{cases} C_{\sigma} = [2\omega_{ex} - 2\tan\hat{\theta}(\omega_{ey}\sin\hat{\sigma} + \omega_{ex}\cos\hat{\sigma})]\\ C_{\theta} = 2(\omega_{ex}\sin\hat{\sigma} - \omega_{ey}\cos\hat{\sigma})\\ \tilde{C}_{\sigma} = -\frac{\hat{r}}{\hat{V}\cos\hat{\theta}}(\omega_{ex}\omega_{ey}\cos\hat{\sigma} - \omega_{ex}\omega_{ex}\sin\hat{\sigma})\\ \tilde{C}_{\theta} = \frac{\hat{r}}{\hat{V}}[\omega_{ex}\omega_{ey}\sin\hat{\theta}\sin\hat{\sigma} + \omega_{ex}\omega_{ex}\sin\hat{\theta}\cos\hat{\sigma} + (\omega_{ey}^{2} + \omega_{ex}^{2})\cos\hat{\theta}]\\ \tilde{C}_{V} = \hat{r}[-\omega_{ex}\omega_{ey}\cos\hat{\theta}\sin\hat{\sigma} - \omega_{ex}\omega_{ex}\cos\hat{\theta}\cos\hat{\sigma} + (\omega_{ey}^{2} + \omega_{ex}^{2})\sin\hat{\theta}] \end{cases}$ 

(4)

对比式(1)和式(3)可发现,虽然换极运动模型和一般运动模型对应的哥氏加速度项和牵连加速度项不同,但两套模型在形式上是完全一致的,便于理解和理论分析。此外,由于飞行器侧向机动能力有限,基于换极运动模型获得的再入滑翔 弹道保持在  $\hat{\phi} = 0$  对应的再入平面附近,不会出现  $\hat{\phi} = \pm \pi/2$  的情况,避免了一般运动模型的奇异问题。

以一条考虑禁飞区和航路点约束情况下的滑 翔弹道为例进行仿真分析,说明一般运动模型和 换极运动模型对应状态参数间的映射关系。假设 禁飞区为半径1000 km 的圆柱形,滑翔弹道在距 目标点待飞航程为100 km 时结束。考虑到两个 运动模型中速度、当地速度倾角和高度定义是一 致的,故仅给出滑翔弹道弹下点航迹和航迹偏航 角的映射关系,分别如图 3 和图 4 所示。

可以看出,一般运动模型和换极运动模型中 各个参数均具有一一映射关系。由图 3 可看出, 不管实际射向如何变换,换极运动模型中滑翔起 点经度和地心纬度以及目标点地心纬度均为0, 整个滑翔弹道在 φ̂ =0 的"赤道平面"附近。此 外,换极运动模型可分别用经度和地心纬度来描





述纵程角和横程角,因此,航路点和禁飞区中心的 经度即为它们与滑翔起点的距离,而地心纬度即 为它们偏离射面的距离。由图 4 可看出,换极运 动模型中航迹偏航角保持在 90°附近变化。可 见,换极运动模型能够大大简化弹道规划算法,并 规避一般运动模型的奇异问题,为复杂约束条件 下的弹道规划奠定基础。

为了描述的简便,在不引起混淆的情况下,换 极运动模型对应的状态参数仍采用 r,λ,φ,V,θ 和 σ 来描述。后文中,在没有特别说明的情况 下,弹道规划算法采用换极运动模型描述,而弹道 规划结果均采用一般运动模型对应参数来描述。

#### 3 物理规划方法

物理规划方法是由 Messac<sup>[6]</sup>提出的一种处 理多目标优化问题的有效方法,它能从本质上把 握设计者的偏好,大大减轻大规模多目标设计问 题的计算负担。物理规划根据从设计者那里获取 的信息,将设计问题描述成一个能够反映设计者 对设计指标偏好程度的真实框架结构,使设计过 程更加自然灵活。与加权法等传统基于偏好的方 法相比,该方法通过引入偏好函数,将不同物理意 义的多个设计指标转换为具有相同量级的无量纲 化满意度指标,并将各设计指标的偏好函数综合 起来获得综合偏好函数,进而通过对综合偏好函 数的优化,寻求对综合目标满意度最优的设计点 作为问题的最优解。

#### 3.1 偏好函数的数学模型

滑翔弹道优化设计问题可转换为 Class – 1S 的偏好类型,其对应的偏好函数区间划分如图 5 所示。



Fig. 5 Interval setting of preference function for Class - 1S

设第*i*个设计指标 $f_i$ 的偏好函数为 $p_i(k$ 为区 间划分),当 $f_i \leq f_{i1}$ 为区间1(记为k = 1),并依次 类推。当k = 1时,偏好函数表示为衰减的指数 函数:

$$p_i = p_{i1} \exp\left(\frac{s_{i1}}{f_{i1}}(f_i - f_{i1})\right)$$
,  $f_i \leq f_{i1}$  (5)

当 *k* = 2,3,4,5 时,偏好函数用分段样条函数 表示,即

$$p_{i}^{k} = T_{0}(\xi_{i}^{k})p_{i(k-1)} + T_{1}(\xi_{i}^{k})p_{ik} + \overline{T}_{0}(\xi_{i}^{k},\chi_{i}^{k})s_{i(k-1)} + \overline{T}_{1}(\xi_{i}^{k},\chi_{i}^{k})s_{ik}$$
(6)

其中,*s<sub>ik</sub>,p<sub>ik</sub>分别为区间端点处的斜率和偏好函数* 值,有:

$$s_{ik} = \frac{\partial p_i^k}{\partial f_i^k} \bigg|_{f_i^k = f_{ik}}$$
(7)

$$\begin{cases} \boldsymbol{\xi}_{i}^{k} = \frac{f_{i} - f_{i(k-1)}}{f_{i(k)} - f_{i(k-1)}} \\ k & c \end{cases}$$
(8)

$$\begin{cases} T_{0}(\xi) = \frac{1}{2}\xi^{4} - \frac{1}{2}(\xi - 1)^{4} - 2\xi + \frac{3}{2} \\ T_{1}(\xi) = -\frac{1}{2}\xi^{4} + \frac{1}{2}(\xi - 1)^{4} + 2\xi - \frac{1}{2} \\ \overline{T}_{0}(\xi,\chi) = \chi \Big[ \frac{1}{8}\xi^{4} - \frac{3}{8}(\xi - 1)^{4} - \frac{1}{2}\xi + \frac{3}{8} \Big] \\ \overline{T}_{1}(\xi,\chi) = \chi \Big[ \frac{3}{8}\xi^{4} - \frac{1}{8}(\xi - 1)^{4} - \frac{1}{2}\xi + \frac{1}{8} \Big] \end{cases}$$

$$(9)$$

设  $n_{sc}$ 为设计目标的个数, $\bar{p}_{i}^{k}$ 为经过第 k 个区 间偏好函数值的改变量,即  $\bar{p}_{i}^{k} = p_{ik} - p_{i(k-1)}; \bar{s}_{i}^{k}$  为 第 k 个区间的平均斜率。区间端点信息确定方法 如下。

$$\begin{aligned} & \textbf{Step 1}: \diamondsuit p_{i1} = \bar{p}_{i}^{1} = 0.1; \\ & \textbf{Step 2}: \bar{p}_{i}^{k} = \beta n_{sc} \bar{p}_{i}^{k-1} (k = 2, 3, 4, 5; \beta > 1); \\ & \textbf{Step 3}: p_{ik} = p_{i(k-1)} + \bar{p}_{i}^{k}; \\ & \textbf{Step 4}: \bar{s}_{i}^{k} = \bar{p}_{i}^{k} / \chi_{i}^{k} (k = 2, 3, 4, 5) (\text{Class - 1S}); \\ & \textbf{Step 5}: s_{i1} = \bar{\alpha} \bar{s}_{i}^{2}; s_{ik} = \frac{4 \bar{s}_{i}^{k} - s_{i(k-1)}}{3} + \\ & \bar{\alpha} \frac{8 [\bar{s}_{i}^{k} - s_{i(k-1)}]}{3}, \ddagger \psi \ 0 < \bar{\alpha} < 1, k = 2, 3, 4, 5_{\circ} \end{aligned}$$

#### 3.2 物理规划的优化模型

为了获得反映设计者偏好的折中解,对各设 计指标的偏好函数进行综合,以综合偏好函数作 为物理规划优化模型的目标函数。对 Class – 1S 型偏好结构,优化模型可描述为:

$$\begin{cases} \min p = \log_{10} \left[ \frac{1}{n_{sc}} \sum_{i=1}^{n_{sc}} p_i(f_i(x)) \right] \\ \text{s. t.} \quad f_i(x) \leq f_{i5} \\ x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \end{cases}$$
(10)

其中,x为设计变量, $x_{max}$ 和 $x_{min}$ 分别为设计变量的上下限。

#### 4 多目标复杂约束滑翔弹道优化

物理规划方法能获得反映设计者偏好的最优 解,这是通过设计不同的偏好结构来体现的。然 而,在飞行器方案设计阶段,由于工程经验的缺乏 使得确定偏好结构具有一定的盲目性。为此,可 先分别以所关注的单个性能指标为优化目标进行 滑翔弹道的优化设计,获得对应的最优性能指标 值,进而确定出反映设计者偏好的偏好结构<sup>[7]</sup>。 利用物理规划方法,可将滑翔弹道的多目标优化 问题转换为以综合性能指标为优化目标函数的单 目标优化问题,进而采用单目标优化算法进行弹 道设计。

#### 4.1 约束条件模型

1)驻点热流密度 Q、动压 q 和过载 n。设飞行 器允许最大驻点热流密度、最大动压和最大总过载

分别为 $\dot{Q}_{max}$ , $q_{max}$ 和 $n_{max}$ ,则根据文献[9]可知:

$$\begin{cases} \dot{Q} = \frac{C_1}{\sqrt{R_d}} \rho^{0.5} V^{3.15} \leq \dot{Q}_{\max} \\ q = \frac{1}{2} \rho V^2 \leq q_{\max} \\ n = \frac{\sqrt{L^2 + D^2}}{mg_0} \leq n_{\max} \end{cases}$$
(11)

其中, $R_{d}$ 为飞行器头部曲率半径, $C_{1}$ 为与飞行器 特性相关的常数, $\rho$ 为大气密度。

2) 控制量约束。控制量取攻角和倾侧角, 对 控制量约束主要限制控制量幅值和变化率, 即

$$\begin{cases} \alpha \in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}] \\ v \in [v_{\min}, v_{\max}] \\ \dot{\alpha} \leq \dot{\alpha}_{\max} \\ \dot{v} \leq \dot{v}_{\max} \end{cases}$$
(12)

#### 4.2 性能指标

以几种典型性能指标为例进行滑翔弹道的优 化设计:①纵程最大;②总加热量最小;③弹道跳 跃幅度最小。上述各性能指标可分别描述为:

 1)纵程最大。由于换极运动模型可用经度 来表示纵程角,故纵程最大对应性能指标可表 示为:

$$J = \max(\lambda_f) \tag{13}$$

其中 $\lambda_f$ 为换极运动模型对应的滑翔终点经度。

2) 总加热量最小。总加热量最小的性能指 标可描述为:

$$J = \min(\int_{t_0}^{t_f} \dot{Q} dt)$$
(14)

3) 弹道跳跃幅度最小。弹道跳跃幅度可通过 调整当地速度倾角的变化率来控制。性能指标可 表示为:

$$J = \min \int_{t_0}^{t_f} \dot{\theta}^2 dt \qquad (15)$$

#### 4.3 分段 Gauss 伪谱方法

考虑采用轨迹分段优化设计的思想<sup>[11]</sup>,即根 据弹道特性或优化需要,将整个飞行轨迹分为若 干段,对每段轨迹,按 Gauss 伪谱方法进行离散 化,各段轨迹之间满足段间连接条件。整个轨迹 分段离散化后,将所有的离散点状态变量、控制变 量作为优化参数同时进行优化设计,获得对应的 最优控制及最优轨迹。限于篇幅,具体分段策略 及求解方法参见文献[11]和文献[12]。

#### 仿真分析 5

#### 5.1 仿真条件

以高性能通用航空飞行器(High performance Common Aero Vehicle, CAV-H) 模型<sup>[13-14]</sup> 为例进 行仿真分析。优化指标包括弹道跳跃幅度最小  $(J_1)$ 、射程最大 $(J_2)$ 和总加热量最小 $(J_3)$ 。考虑 的约束条件不仅包括驻点热流密度、动压、过载 等,还包括航路点和禁飞区约束。基本仿真参数 设置如表1所示。

表』 弹迫饥化约束条件			
Т	ab. 1 Constraints of trajectory optimization		
约束条件	井 约束大小		
过程约束	$q_{\text{max}} = 65 \text{ kPa}, \dot{Q}_{\text{max}} = 1700 \text{ kW/m}^2, n_{\text{max}} = 3 g$ 控制量: $\alpha \in [0^\circ, 20^\circ], v \in [-85^\circ, 85^\circ], \dot{\alpha} \leq 5^\circ/\text{s}, \dot{v} \leq 10^\circ/\text{s}$ 航路点 1: $\phi_{z1} = 0^\circ, \lambda_{z1} = 25^\circ$ 航路点 2: $\phi_{z1} = 0^\circ, \lambda_{z1} = 60^\circ$ 禁飞区 1(圆柱形): 中心点坐标 $\lambda_{n1} = 45^\circ, \phi_{n1} = 2^\circ$ ; 半径 500 km 禁飞区 2(半椭球形): 中心坐标 $\lambda_{n1} = 80^\circ, \phi_{n1} = -3^\circ$ ; 半径 500 km, 高度 $R_h = 50 \text{ km}$		
端点约束	起始点: $V_0 = 6500 \text{ m/s}, \theta_0 = 0, \sigma_0 = 90^\circ, \phi_0 = \lambda_0 = 0^\circ, h_0 = 80 \text{ km}$ 终端点: $V_f = (2500 \pm 10) \text{ m/s}, \theta_f \in [-2^\circ, 2^\circ], \sigma_f \in [80^\circ, 100^\circ], \phi_f = 0^\circ, h_f \ge 30 \text{ km}$		

#### 5.2 偏好结构的确定

通过优化计算,得到各最优性能指标分别为: 弹道跳跃幅度指标为14.463,最大射程为 11 877.979 km (即 1.864 rad), 总加热量为 1.787×10<sup>6</sup> kJ/m<sup>2</sup>。为便于对比分析,图 6 给出 了各最优弹道对应的控制量及主要弹道参数。从 图 6(a) 可看出, 虽然优化性能指标不同, 但为了 满足驻点热流密度约束,初始再入段均以大攻角 飞行,随后,最小弹道(J<sub>1</sub>)和射程最大弹道(J<sub>2</sub>) 基本保持在大升阻比攻角附近飞行,而总加热量 最小弹道(J<sub>3</sub>)攻角较大,且变化较为复杂。由图 6(b)和图6(c)可看出,通过调整攻角,总加热量 最小弹道在纵平面大幅度跳跃,对应的当地速度 倾角变化幅度也比较大,使得总加热量(即 图 6(d) 所示驻点热流密度曲线下面区域的面 积)很小。弹道跳跃幅度最小弹道十分平滑,对 应当地速度倾角几乎为0,但对应的总加热量却 很大,可见,这两个性能指标之间是相互矛盾的。 射程最远弹道有一定的跳跃,并且由于飞行时间 较长,总加热量也较大。可见,三个性能指标间是 相互影响和矛盾的,在综合考虑三个性能指标的 情况下,只能获得一个折中解。







为了获得反映设计者偏好的最优滑翔弹道, 采用物理规划方法进行多目标弹道优化设计。假 设优化指标取弹道跳跃幅度最小、射程最大和总 加热量最小三个指标,基于前面的单个性能指标 优化结果,确定偏好结构的各指标区间端点的量 级。假设弹道跳跃幅度指标对应的偏好结构区间 边界不变,其他两个性能指标对应的偏好结构区间 间取不同的两组偏好结构:偏好1为设计者期望 总加热量较小,偏好2为期望弹道跳跃幅度较小, 两者偏好结构对应的区间设置如表2所示。

쿢	長2	偏好团	区间设置	L
Tab. 2	Pre	ference	interval	setting

				0		
况让北左	1	偏好区间边界(偏好1/偏好2)				
<b></b>	$f_{i1}$	$f_{i2}$	$f_{i3}$	$f_{i4}$	$f_{i5}$	
$J_1$	50/15	100/30	150/60	200/120	500/240	
$J_2$ /rad	- 1. 8	-1.7	-1.6	-1.5	-1.4	
$J_{3}/(10^{6} \text{ kJ/m}^{2})$	1.8/2.2	2.0/2.4	2. 2/2. 6	2.4/2.8	2.6/3.0	

#### 5.3 结果分析

利用表 2 所示的偏好设置,将三个性能指标 的多目标优化问题转化为反映设计者偏好的单目 标优化问题,进而基于分段 Gauss 伪谱方法进行 求解,得到目标函数如表 3 所示。

#### 表 3 不同偏好多目标最优弹道对应性能指标

Tab. 3 Results of multi-objective optimal trajectories corresponding to different preferences

	$J_1$	$J_2$ /rad	$J_3/(10^6 \text{ kJ/m}^2)$
偏好1	53.709	-1.747	1.853
偏好2	16.380	-1.796	2.202

对比表 3 所示的优化结果及表 2 所示的偏好 结构可知,两组设计结果对应的各优化指标均位 于"满意"的区间范围内( $f_{i1} \leq J_i \leq f_{i2}$ ),可满足设 计者要求,且能够反映设计者对性能指标的偏好。 上述两种不同偏好结构对应的最优三维滑翔弹道 及最优控制量分别如图 7 和图 8 所示。两组偏 好情况下最优滑翔弹道各状态参数及飞行约束对 比如图 9 所示。由图 7 和图 9(a)可以看出,两种 不同偏好结构的最优滑翔弹道均通过了航路点并 成功实现了对禁飞区的规避,满足预期飞行任务 的要求。

从弹道跳跃幅度方面来看,对比分析两条弹 道的弹道特性可知,在气动加热最为严重的飞行 阶段(即对应高度为40~50 km、飞行时间为 200~900 s 的飞行阶段),偏好1 对应的弹道跳跃 幅度相对较大,通过弹道跳跃达到减小总加热量 的目的;而偏好2 对应的弹道跳跃幅度较小,以反 映设计者减小弹道跳跃幅度的偏好要求。在通过 气动加热严重的飞行阶段后,两条弹道跳跃幅度均 很小,这是因为这一飞行阶段气动加热已不再严 重,通过弹道跳跃来减小总加热量变得得不偿失。

从总加热量方面来看,在气动加热较为严重 的区域,偏好1对应的弹道通过采用比偏好2弹 道更大的飞行攻角,实现跳跃飞行,能大大降低总 加热量。为了兼顾弹道跳跃幅度最小的性能指 标,在通过气动加热严重的区域后,采用较为平滑 的弹道飞行。从图9(f)的对比结果可以看出,由 于两条弹道飞行过程中驻点总加热量分别为图中 两条曲线下面部分的面积。由图可知,偏好1对 应的总加热量要远小于偏好2,体现了设计者期 望降低总加热量的偏好。由图8可以看出,攻角 在通过气动加热严重的区域后,保持在最大升阻 比附近。由于大升阻比攻角飞行对应射程更远, 可见设计结果体现了设计者期望获得较大射程的 设计需求。

综上所述,相比单个性能指标的滑翔弹道优 化设计,基于物理规划的多目标优化设计能够综 合考虑多个性能指标,并获得反映设计者偏好的 多个性能指标的折中解。因此,在实际工程应用 中能够获得与实际需要更加接近的最优滑翔弹道 设计结果。



图7 不同偏好最优空间弹道















(h) Dynamic pressure

图9 不同偏好弹道优化结果比较

Fig. 9 Comparison between optimal trajectories corresponding to different preferences

### 6 结论

针对复杂约束条件下高超声速飞行器滑翔弹 道多目标优化的特点,提出了一套优化方案。为 简化复杂路径约束条件的描述和处理并规避传统 运动模型的奇异问题,推导了换极变换运动模型。 以此为基础,通过对设计者所关注的各性能指标 分别进行优化求解,获得设计者的偏好结构,将多 目标优化问题转换为单目标优化问题,并基于分 段 Gauss 伪谱方法进行参数化处理,进而转换为 非线性规划问题进行求解。以美国 CAV-H 为例 进行仿真分析,验证了所提优化方案能够较好地 处理复杂约束条件,并可获得反映设计者特定偏 好的最优滑翔弹道。

## 参考文献(References)

- [1] 雍恩米,陈磊,唐国金.飞行器轨迹优化数值方法综述[J]. 宇航学报,2008,29(2):397-406.
  YONG Enmi, CHEN Lei, TANG Guojin. A survey of numerical methods for trajectory optimization of spacecraft[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(2):397-406. (in Chinese)
- [2] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA2 [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182 – 197.
- [3] Chen G, Hu Y, Wan Z M, et al. RLV reentry trajectory multi-objective optimization design based on NSGA-II algorithm [C]//Proceedings of AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, 2005: 1054 – 1059.
- [4] Hu Y, Chen G, Wan Z M, et al. Multi-objective Pareto collaborative optimization and its application [C]// Proceedings of 11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, AIAA 2006 – 7074, 2006: 1 – 6.
- [5] Akhtar S, Linshu H. An efficient evolutionary multi-objective approach for robust design of multi-stage space launch vehicle[C]// Proceedings of 11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, AIAA 2006 – 7073, 2006: 1 – 12.
- [6] Messac A. Physical programming: effective optimization for computational design [J]. AIAA Journal, 1996, 34 (1): 149-158.
- [7] 雍恩米,陈磊,唐国金.基于物理规划的高超声速飞行器 滑翔式再入轨迹优化[J].航空学报,2008,29(5): 1091-1097.
   YONG Enmi, CHEN Lei, TANG Guojin. Trajectory optimization of hypersonic gliding reentry vehicle based on the

physical programming [ J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2008, 29(5): 1091 – 1097. (in Chinese)
[8] Luo Y Z, Tang G J, Parks G. Multi-objective optimization of perturbed impulsive rendezvous trajectories using physical

- programming [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008, 31(6): 1829 1832.
  [9] Vinh N X. Optimal trajectories in atmospheric flight [M].
- [9] Vinh N X. Optimal trajectories in atmospheric flight [M]. New York: Elsevier, 1981: 47-62.
- [10] Xie Y, Liu L H, Liu J, et al. Rapid generation of entry trajectories with waypoint and no-fly zone constraints [J]. Acta Astronautica, 2012(77): 167-181.
- [11] Rao A V. Extension of a pseudospectral legendre method to non-sequential multiple-phase optimal control problems[C]// Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, AIAA 2003 – 5634, 2003.
- [12] 谢愈,刘鲁华,汤国建,等. 多约束条件下高超声速滑翔 飞行器轨迹优化[J],宇航学报,2011,32(12): 2499-2504.
  XIE Yu, LIU Luhua, TANG Guojian, et al. Trajectory optimization for hypersonic glide vehicle with multi-constraints[J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(12): 2499-2504. (in Chinese)
- [13] Phillips T. A common aero vehicle model, description, and employment guide [ EB/OL ]. [ 2015 - 10 - 01 ]. http:// www.dtic.Mil/matris/sbir/sbir/41/srch/af03 la.doc.
- [14] Richie G. The common aero vehicle: space delivery system of the future [C]//Proceedings of AIAA Space Technology Conference and Exposition, AIAA 99 – 4435, 1999.