

## 运载火箭 1/5 动力学缩比模型设计\*

刘财芝<sup>1,2</sup>, 唐国金<sup>1</sup>, 周利霖<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073; 2. 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076)

**摘要:**缩比模型试验是获取大型运载火箭动特性的一种有效途径,其中一项重要内容是动力学缩比模型设计。以某型运载火箭为原型对象,根据其结构组成分别推导各部件的相似关系;利用横向刚度和质量相似系数的一致性,联立形成了运载火箭横向动特性相似关系;考虑实际加工制造条件,分析了横向刚度和质量相似系数的约束;根据上述相似关系和相似系数约束设计了 1/5 缩比模型,并对该缩比模型的动特性相似进行有限元数值计算验证。验证结果表明,设计所得 1/5 缩比模型在动特性方面与原型具有较高的相似性,相关方法能够有效应用于运载火箭的动力学缩比模型设计。

**关键词:**运载火箭;相似理论;缩比模型;动力学特性

中图分类号:V414.1 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2017)02-027-05

## 1/5 dynamic scaled model design of launch vehicle

LIU Caizhi<sup>1,2</sup>, TANG Guojin<sup>1</sup>, ZHOU Lilin<sup>1</sup>

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Beijing Astronautics Systems Engineering Institute, Beijing 100076, China)

**Abstract:** The design of dynamic scale model is one of the most important parts in the scale model test which is an effective approach to obtain dynamic characteristics of large launch vehicle. Taking the launch vehicle as the object, the similarity relationships for each part were derived on the basis of the structural components of the launch vehicle. Transverse dynamic similarity relationships of the launch vehicle were derived by taking advantage of the consistent similarity in respect of transverse stiffness and mass. Taking the actual processing and manufacturing conditions into consideration, the restrictions of similarity coefficient for transverse stiffness and mass were analyzed. According to the relationships and the restrictions above, a 1/5 dynamic scale model was designed and its similarity of dynamic characteristics was verified through the numerical analysis of finite element. The verification result shows that the 1/5 scale model gets a high-level similarity with the prototype in terms of dynamic characteristics, and the method can be effectively applied to the design of dynamic scale model for launch vehicle.

**Key words:** launch vehicle; similitude theory; scale model; dynamic characteristics

大型运载火箭结构的固有振动特性问题,历来都是型号研制中的关键技术。对于未来大型或重型运载火箭,结构尺度的增加和连接结构的复杂化给全箭动特性带来许多新的问题,没有充分的经验可供借鉴。同时,其芯级、助推器直径尺寸以及全箭长度都将超过目前全箭振动塔的可容纳箭体结构尺寸,而且全箭重量将超过振动塔的承载能力<sup>[1]</sup>。为避免在研制后期由于实测振动参数的影响而使研制工作出现大的反复,必须尽量在运载火箭研制早期甚至在方案论证阶段就对运载火箭振动特性有比较清楚的了解<sup>[2]</sup>。因此,如何立足于现有的试验条件,在难以进行实尺全箭动特性试验的情况下获得全箭动特性,对于未来

大型或重型运载火箭的研制具有极其重要的意义<sup>[3]</sup>。

在欧美,取代全箭实尺试验的一种重要手段就是采用缩比模型试验,如美国对土星 I、土星 V<sup>[4-6]</sup>和大力神 III 火箭,日本对 H-II 火箭等均进行了缩比模型试验的研究<sup>[7]</sup>。缩比模型试验作为获取运载火箭全箭动特性的一种重要途径,具有成本低、尺寸小、易于快速测量试验数据的特点,能够便于利用现有试验条件,有效降低工程型号研制的技术风险,提前预示全箭动力学特性进而缩短研制周期。

运载火箭动力学缩比模型试验的一项重要内容是设计与原型结构满足动力学相似的缩比

\* 收稿日期:2015-12-10

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11472003)

作者简介:刘财芝(1976—),男,辽宁盘锦人,博士研究生,E-mail:13651115788@163.com;

唐国金(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:tanggj@nudt.edu.cn

模型。其中,关键技术是推导动力学相似关系,难点在于解决“实际条件对缩比模型设计的限制”问题。以往运载火箭缩比模型设计通常采用“量纲分析法+参数补偿”的方式<sup>[4-7]</sup>:先通过量纲分析法建立相似关系,然后考虑实际条件限制,对相关参数进行修改并附加补偿手段。这种缩比模型设计方式的精度主要依赖于补偿手段的准确性,但随着大型或重型运载火箭的发展,趋于复杂的结构形式将导致缩比模型的精度由于过多参数需要修改和补偿而降低。

## 1 原型火箭梁单元模型概况

如图 1 所示,某型运载火箭梁单元模型为本文缩比模型设计的原型对象,其载荷锥段和发动机采用“RBE2+集中质量”简化,推进剂采用离散的集中质量点模拟,结构质量离散到各站点,各部位按照刚度等效得到蒙皮厚度。

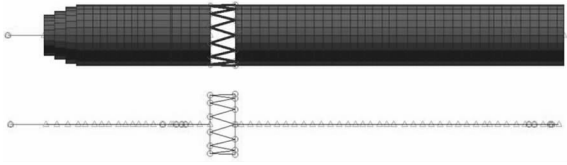


图 1 某型火箭有限元模型

Fig. 1 Finite element model of a launch vehicle

## 2 相似关系推导

根据火箭梁单元中各部件结构形式的不同,将采用方程分析法<sup>[8]</sup>对梁单元箭体结构、级间段杆系和推进剂的相似关系分别进行推导。

定义运载火箭相关物理量的相似系数:

$$\lambda_l = \frac{l_p}{l_m}, \lambda_\delta = \frac{\delta_p}{\delta_m}, \lambda_V = \frac{V_p}{V_m}, \lambda_E = \frac{E_p}{E_m}, \lambda_\rho = \frac{\rho_p}{\rho_m},$$

$$\lambda_m = \frac{m_p}{m_m}, \lambda_A = \frac{A_p}{A_m}, \lambda_I = \frac{I_p}{I_m}, \lambda_{EI} = \frac{(EI)_p}{(EI)_m}, \lambda_f = \frac{f_p}{f_m}.$$

其中, $l, \delta, V, E, \rho, m, A, I, EI, f$ 分别表示长度、蒙皮壁厚、体积、弹性模量、材料密度、质量、横截面惯性矩、横向刚度和横向固有频率。其中,下标“p”和“m”分别表示原型和缩比模型。

### 2.1 梁单元箭体

梁单元箭体结构包括等效蒙皮、站点质量、分支梁发动机和载荷锥段。其中,分支梁中的RBE2单元视为大刚度、无质量的梁单元。

将箭体结构视为变截面欧拉梁,其横向自由振动方程为:

$$\rho(x)A(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ E(x)I(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] = 0 \quad (1)$$

式中, $x$ 为沿箭体轴线方向的坐标, $y$ 为箭体横向位移。将相关相似系数代入式(1)得:

$$\lambda_{\rho(x)}\lambda_{A(x)}\frac{\lambda_{y(x)}}{\lambda_t^2} = \frac{1}{\lambda_x^2}\lambda_{E(x)}\lambda_{I(x)}\frac{\lambda_{y(x)}}{\lambda_x^2} \quad (2)$$

进一步简化得:

$$\lambda_f = \sqrt{\frac{\lambda_{E(x)}\lambda_{I(x)}}{\lambda_{\rho(x)}\lambda_{A(x)}\lambda_x^4}} \quad (3)$$

即:

$$\lambda_f = \sqrt{\frac{\lambda_{EI(x)}}{\lambda_{m(x)}\lambda_l^3}} \quad (4)$$

式(4)中,由于左端 $\lambda_f$ 与 $x$ 无关,所以要求右端项 $\lambda_{I(x)}, \lambda_{m(x)}, \lambda_{EI(x)}$ 不随 $x$ 变化,即箭体结构模型满足相似关系:

$$\begin{cases} \lambda_{I(x)} = \lambda_I \\ \lambda_{m(x)} = \lambda_m \\ \lambda_{EI(x)} = \lambda_{EI} \\ \lambda_f = \sqrt{\frac{\lambda_{EI}}{\lambda_m\lambda_l^3}} \end{cases} \quad (5)$$

### 2.2 级间段杆系

级间段杆系连接火箭的一级段和二级段,其刚度特性对火箭整体模态影响较大,但质量占比可忽略不计。因此,在级间段杆系的缩比模型设计方面,将主要考虑其横向刚度应满足的相似关系。

首先,建立级间段杆系横截面惯性矩 $I$ 的表达式。级间段杆系的任意横截面均由若干个离散的圆环组成,圆环大小与圆管的内外径相关,各圆环的分布与各圆管的空间排列位置相关。根据惯性矩的平行轴移动公式得:

$$I = \sum_i \left[ \frac{\pi(R^4 - r^4)}{2\cos\theta} \Big|_i + \alpha_i^2 \pi(R^2 - r^2) \right] \quad (6)$$

式中, $R, r$ 分别为圆管外、内半径, $\theta$ 为圆管与箭体轴线的夹角, $\alpha_i$ 为圆环横截面中心距 $y$ 轴距离。

然后,代入相似系数。由于缩比模型中圆管的相对分布与原型相同,即 $\lambda_\theta = 1$ ,代入得惯性矩满足:

$$\lambda_I = \lambda_{R^2-r^2}(\lambda_{R^2+r^2} + \lambda_{\alpha_i^2}) \quad (7)$$

同时,根据相似定理中分量与总量相似的一致性<sup>[9]</sup>得:

$$\lambda_{R^2+r^2} = \lambda_{\alpha_i^2} = \lambda_{\alpha_i}^2 \quad (8)$$

最后,结合材料弹性模量推导得级间段杆系相似关系:

$$\begin{cases} \lambda_{EI} = \lambda_E \lambda_{R^2-r^2} \lambda_{\alpha_i}^2 \\ \lambda_{R^2+r^2} = \lambda_{\alpha_i}^2 \end{cases} \quad (9)$$

式(9)建立了级间段杆系横向刚度相似系数和各圆管材料弹性模量相似系数、内/外半径相似系数之间的关系。

需要指出的是:由于  $R^2 + r^2 \ll \alpha_i^2$ , 式(6)中可忽略  $\sum_i \frac{\pi(R^4 - r^4)}{2\cos\theta} \Big|_i$  项,此时式(9)简化为:

$$\lambda_{EI} = \lambda_E \lambda_{R^2-r^2} \lambda_{\alpha_i}^2 \quad (10)$$

因此,当级间段杆系缩比模型的内/外半径无法严格满足式(9)时,亦可通过式(10)进行设计。

### 2.3 推进剂

推进剂采用离散耦合质量点模拟并忽略其对火箭结构刚度的影响,其质量相似系数满足  $\lambda_m = \lambda_\rho \lambda_V$ 。推进剂的体积等于贮箱的容积,则  $\lambda_V = \lambda_l^3$ ,进而简化得:

$$\lambda_m = \lambda_\rho \lambda_l^3 \quad (11)$$

该式建立了推进剂密度相似系数和质量相似系数之间的关系。

## 3 相似系数确定

运载火箭中部件类型多且部件结构复杂,为保证缩比模型中各部件的相似一致性,需要设定联立条件。同时,各部件在加工制造过程中受到不同实际条件的限制,产生的约束较多且约束对象不统一。

本节将横向刚度和质量相似系数设定为各部件相似关系的联立条件,并以之作为各种实际条件限制的约束对象。

### 3.1 相似关系联立

通过质量相似系数和横向刚度相似系数建立各部件相似关系的联系,即:

$$\begin{cases} \lambda_{EI_1} = \lambda_{EI_2} \\ \lambda_{m_1} = \lambda_{m_3} \end{cases} \quad (12)$$

式中,下标 1,2,3 分别表示梁单元箭体结构、级间段杆系、推进剂,忽略了级间段杆系的质量和推进剂对火箭结构刚度的影响。

整合式(5)、式(9)和式(11),并代入式(12),得火箭横向动特性缩比模型相似关系:

$$\begin{cases} \lambda_{l(x)} = \lambda_l \\ \lambda_{m(x)} = \lambda_m \\ \lambda_{EI(x)} = \lambda_{EI} \\ \lambda_{R^2-r^2} = \lambda_{EI} \lambda_E^{-1} \lambda_{\alpha_i}^{-2} \\ \lambda_{R^2+r^2} = \lambda_{\alpha_i}^2 \\ \lambda_\rho = \frac{\lambda_m}{\lambda_l^3} \\ \lambda_f = \sqrt{\lambda_{EI} \lambda_m^{-1} \lambda_l^{-3}} \end{cases} \quad (13)$$

### 3.2 相似系数约束

在缩比模型设计过程中,为适应不同任务需求并受各种实际条件制约,需要对式(13)所建立的完全相似(理想)模型进行限制。

从式(13)可知:该式仅建立了各物理量相似系数之间的关系,需要已知相似系数  $\lambda_{EI}$  和  $\lambda_m$  才能单值地确定模型其他参数的相似系数,但式中并未明确这两个相似系数的确定方式。因此,需要根据实际加工制造条件对相似系数  $\lambda_{EI}$  和  $\lambda_m$  进行约束,具体如下。

横向刚度相似系数  $\lambda_{EI}$  方面,设计中考虑的约束条件主要包括:①避免 1/5 缩比模型的蒙皮壁厚过小以致难以进行加工制造,从而约束横向刚度相似系数的下限;②缩比模型的蒙皮壁厚不宜过大以致模型质量过大,从而约束横向刚度相似系数的上限。

质量相似系数  $\lambda_m$  方面,设计中考虑的约束条件主要包括:①常规材料的密度一般不超过  $11\,000\text{ kg/m}^3$  (铅的密度),故缩比模型中推进剂的密度相似系数不应过大,过大则会对质量相似系数的上限形成约束;②在缩比模型蒙皮壁厚和材料确定后,需要对该蒙皮上各站点进行额外配重以满足质量分布相似的需要,此时质量相似系数不宜过小以致过多站点出现配重,即设置了质量相似系数的下限。

## 4 1/5 缩比模型设计及其数值验证

### 4.1 缩比模型参数设计

根据第3节所述相似关系式(13)和相似系数约束条件,设计原型对象的 1/5 缩比模型,各部件参数具体如下:

- 1) 模型外轮廓按原型的 1/5 缩小;
- 2) 蒙皮壁厚与原型相比有小幅变化并规格至整数,蒙皮材料与原型相同;
- 3) 各站点配重质量为 0.08 ~ 15.25 kg,规格

至 0.01 kg;

4) 载荷锥段和发动机为“RBE2 单元 + 集中质量”分支梁;

5) 级间段杆系材料与原型相同, 内半径 6.5 mm、外半径 12 mm(内、外半径理论值分别为 6.32 mm 和 11.88 mm);

6) 模拟氧化剂和燃烧剂的密度分别为  $5546 \text{ kg/m}^3$  和  $2885 \text{ kg/m}^3$ , 可采用不同密度的金属砂混合调配进行模拟;

7) 横向刚度相似系数为  $8.511 \times 10^{-3}$ , 质量相似系数为  $3.019 \times 10^{-2}$ , 频率相似系数为 5.936。

### 4.2 横向刚度分布和质量分布相似情况

如图 2 所示, 缩比模型的横向刚度相似系数为  $8.511 \times 10^{-3}$ , 由于蒙皮厚度规格至 0.1 mm, 实际蒙皮厚度与理论值有差别, 各部段蒙皮的刚度相似误差为  $-2.15\% \sim 0.76\%$ , 级间段杆系的刚度缩比误差为  $-0.68\%$ 。

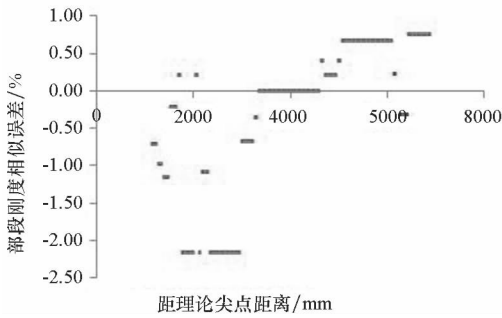


图 2 横向刚度分布的相似误差

Fig. 2 Similarity error of transverse stiffness distribution

如图 3 所示, 缩比模型的质量相似系数为  $3.019 \times 10^{-2}$ , 由于配重质量规格至 0.01 kg 并删除部分负值配重, 实际站点配重与理论值有差别, 各站点配重蒙皮的质量相似误差为  $-0.18\% \sim 0.17\%$ 。

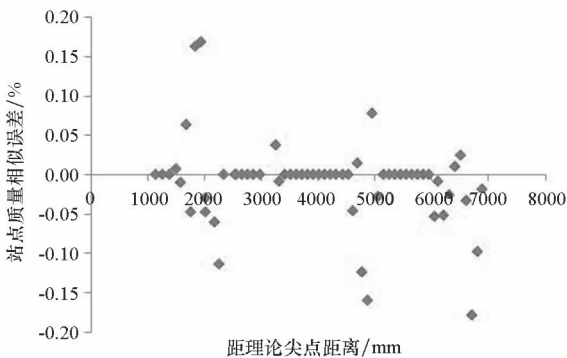


图 3 站点质量相似误差

Fig. 3 Similarity error of joint mass

### 4.3 动特性数值计算验证

利用 Patran/Nastran 对 4.1 节设计所得 1/5 缩比模型进行有限元建模, 设定两种典型边界条件——自由状态和底部固支状态进行模态分析, 将模态结果与原型对象模态进行相似性对比。

#### 4.3.1 自由模态

利用 Patran/Nastran 建立 1/5 缩比模型的梁单元有限元模型并计算其自由状态下的横向整体模态, 得前三阶振型均为横向振型, 如图 4 所示。

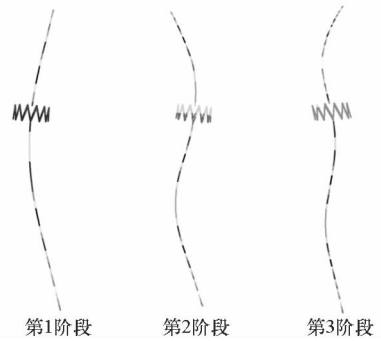


图 4 缩比模型前三阶振型

Fig. 4 The first third vibration type of scale model

对比前三阶横向弯曲固有频率, 通过相似系数换算得到预测值: 模型预测值 = 模型值/5.936。将模型预测值与原型值对比, 计算: 相似误差 = (模型预测值 - 原型值)/原型值  $\times 100\%$ , 并利用 MAC 值判定模型和原型相似模态下的振型相似度, 另附加部分高阶横向模态相似对比结果, 具体如表 1 所示。

表 1 自由边界下缩比模型横向模态频率的相似对比  
Tab. 1 Similarity comparison of transverse frequencies for scale model in condition of free boundary

模态阶数	原型值/Hz	模型值/Hz	模型预测值/Hz	相似误差/%	MAC
1	3.386	20.149	3.394	0.25	1.00
2	9.126	54.310	9.149	0.25	1.00
3	12.822	76.510	12.889	0.52	1.00
			⋮		
24	44.350	264.22	44.511	0.36	1.00
26	48.182	286.70	48.299	0.24	1.00
29	57.639	343.81	57.919	0.49	1.00

如表 1 所示, 自由状态下缩比模型的前三阶横向模态和所示部分高阶模态的频率相似误差最大仅为 0.52%, 同时各模态的振型相似度均达到  $MAC = 1.00$  ( $MAC$  值越接近 1 表明振型越接近),

表明该 1/5 缩比模型与原型在自由模态方面具有较高的相似度。

#### 4.3.2 底部固支模态

同样,对缩比模型底部固支状态进行模态分析,取其中前三阶和部分高阶横向模态与原型值进行对比,结果如表 2 所示。

表 2 底部固支下缩比模型横向模态频率的相似对比

Tab.2 Similarity comparison of transverse frequencies for scale model in condition of bottom clamped

模态阶数	原型值/ Hz	模型值/ Hz	模型预测 值/Hz	相似误差/ %	MAC
1	0.586	3.467	0.584	-0.33	1.00
2	2.645	15.726	2.649	0.16	1.00
3	7.666	45.624	7.686	0.26	1.00
		⋮			
28	57.646	343.86	57.928	0.49	1.00
30	60.417	360.12	60.667	0.41	1.00
34	69.027	410.54	69.161	0.19	1.00

如表 2 所示,底部固支状态下缩比模型的前三阶横向模态和所示部分高阶模态的频率相似误差均小于 0.49%,同时各模态的振型相似度均达到  $MAC = 1.00$ ,表明该 1/5 缩比模型与原型在底部固支模态方面具有较高的相似度。

## 5 结论

以某型运载火箭为原型对象,根据其结构组成分别推导了各部件的相似关系;在整合上述相似关系和确定相似系数中,提出了“以横向刚度和质量的相似系数作为联立条件,并将之作为各种实际加工制造条件限制的约束对象”的思路;设计了 1/5 缩比模型并进行了相似性对比数值验证。

相似性对比验证结果中,自由状态和底部固

支状态下各阶频率的相似误差均不超过 0.52%、 $MAC = 1.00$ ,表明:该 1/5 缩比模型在横向动特性方面与原型保持较高的相似性,本文推导的运载火箭横向动特性相似关系具有较高的准确性。

## 参考文献 (References)

- [1] 王毅,朱礼文,王明宇,等. 大型运载火箭动力学关键技术及其进展综述[J]. 导弹与航天运载技术, 2000(1): 29-37.  
WANG Yi, ZHU Liwen, WANG Mingyu, et al. Summary of some key technologies on dynamics of large launch vehicle[J]. Missiles and Space Vehicles, 2000(1): 29-37. (in Chinese)
- [2] 谭志勇,王毅,王明宇. 针对未来大运载火箭的缩比模型动特性仿真研究[J]. 强度与环境, 2002, 29(4): 11-18.  
TAN Zhiyong, WANG Yi, WANG Mingyu. Dynamic research and imitation of reduced-scale model for future launch rocket[J]. Structure & Environment Engineering, 2002, 29(4): 11-18. (in Chinese)
- [3] 邓魁英,王毅. 火箭动特性的缩比模型及建模分析[J]. 导弹与航天运载技术, 2003(3): 6-12.  
DENG Kuiying, WANG Yi. Studies on the scaled model and mathematical model for the overall dynamic characteristics of launch vehicle[J]. Missiles and Space Vehicles, 2003(3): 6-12. (in Chinese)
- [4] Adelman H M, Steeves E C. Vibration analysis of a 1/40-scale dynamic model of Saturn V—launch-platform—umbilical-tower configuration[R]. NASA-TN-D-4871, 1968.
- [5] Catherines J J. Experimental vibration characteristics of a 1/40-scale dynamic model of the Saturn V—launch-umbilical-tower configuration[R]. NASA-TN-D-4870, 1968.
- [6] Leadbetter S A, Leonard H W, Brock E J, Jr.. Design and fabrication considerations for a 1/10-scale replica model of the Apollo/Saturn5[R]. NASA-TN-D-4138, 1967.
- [7] 潘忠文,曾耀祥,廉永正,等. 运载火箭结构动力学模拟技术研究进展[J]. 力学进展, 2012, 42(4): 406-415.  
PAN Zhongwen, ZENG Yaoxiang, LIAN Yongzheng, et al. Reviews in structural dynamics analogy technique of launch vehicle[J]. Advances in Mechanics, 2012, 42(4): 406-415. (in Chinese)
- [8] Kline S J. Similitude and approximation theory[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1986: 229.
- [9] Kunes J. Similarity and modeling in science and engineering[M]. Cambridge (England): Cambridge International Science Publishing, 2012: 440.