

## 基于非线性 Kalman 滤波的导航系统误差补偿技术\*

沈凯<sup>1,2</sup>, 聂吾希斌 K. A.<sup>2</sup>, 刘荣忠<sup>1</sup>, 普拉列达尔斯基 A. V.<sup>2</sup>, 郭锐<sup>1</sup>

(1. 南京理工大学机械工程学院, 江苏南京 210094;

2. 莫斯科鲍曼国立技术大学 计算机科学与控制系统学院, 俄罗斯莫斯科 105005)

**摘要:**针对非线性非高斯导航系统信息处理问题,采用自组织算法、神经网络和遗传算法等改进传统非线性 Kalman 滤波算法,构建一种自适应的组合导航系统。应用具有冗余趋势项的自组织算法、Volterra 神经网络和遗传算法,建立导航系统误差的非线性预测模型,进而计算得到其预测值;将该预测值与 Kalman 滤波算法求得的估计值进行比较得到差值,以此监测 Kalman 滤波算法的工作状态;采用自适应控制方法,在导航系统结构层面改进 Kalman 滤波算法,构建新型的导航系统误差补偿模型。开展基于导航系统 KIND-34 的半实物仿真研究,应用所提出的改进方法改善了导航系统误差的补偿效果,提高了组合导航系统的自适应能力和容错能力。

**关键词:**组合导航系统;导航系统误差补偿;非线性 Kalman 滤波;自组织算法;遗传算法

**中图分类号:**V249.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2017)02-084-07

## Technology of error compensation in navigation systems based on nonlinear Kalman filter

SHEN Kai<sup>1,2</sup>, Neuspyn K. A.<sup>2</sup>, LIU Rongzhong<sup>1</sup>, Proletarsky A. V.<sup>2</sup>, GUO Rui<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;

2. Faculty of Computer Science and Control Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow 105005, Russia)

**Abstract:** As for nonlinear/non-Gaussian information processing problems in navigation systems, a kind of adaptive integrated navigation system was established on the basis of the modified traditional nonlinear Kalman filter by utilizing self-organization algorithm, neural network and genetic algorithm. Applying self-organization algorithm with redundant trends, Volterra neural network and genetic algorithm, the nonlinear prediction model of navigation system error was built. Then, predicted values of navigation errors were obtained using the established error model. Comparing the predicted values with the estimated values by Kalman filtering algorithm, the difference between them, functioning as an indicator of the divergence of Kalman filter, was formulated. The modification of nonlinear Kalman filter was made and a novel technology of navigation error compensation was thus developed on the basis of adaptive control methods. Applying traditional and modified Kalman filtering algorithms respectively, the semi-physical simulation study based on the navigation system KIND-34 was carried out. The analyzed results indicate that the accuracy of error estimation and compensation in navigation systems is improved by using the modified nonlinear Kalman filter, and thus the ability of self-adaption and fault tolerance are enhanced in integrated navigation systems.

**Key words:** integrated navigation system; navigation error compensation; nonlinear Kalman filter; self-organization algorithm; genetic algorithm

飞行器导航系统由惯性导航系统及其他外部辅助导航系统组成,是确定飞行器位置、速度和姿态等信息并引导飞行器按照某一轨迹飞行的复杂非线性系统。惯性导航系统具有自主性强、导航参数完备、短时精度高和隐蔽性好等优点。但是,惯性元件本身存在漂移,定位误差随时间而累积,长时间工作后会产生不可容许的积累误差<sup>[1]</sup>,因此,有必要选用外部辅助导航设备,例如机载多普

勒导航系统、卫星导航定位系统和地基无线电导航系统等,构建飞行器组合导航系统<sup>[2-3]</sup>。本文后续的讨论将基于此类组合导航系统来开展。

为了实现组合导航,需要采用信息估计、预测和融合算法。这些信息处理算法通常分为三类:传统 Kalman 滤波及其改进算法<sup>[4-6]</sup>;神经网络(Neural Networks, NN)、自组织算法(Self-Organization

\* 收稿日期:2015-09-19

基金项目:国家自然科学基金青年科学基金资助项目(11102088);高等学校学科创新引智计划资助项目(B16025)

作者简介:沈凯(1990—),男,山东淄博人,博士研究生,E-mail:shenkaichn@163.com;

郭锐(通信作者),男,副教授,博士,硕士生导师,E-mail:guoruid@163.com

Algorithm, SOA) 和遗传算法 (Genetic Algorithm, GA) 等智能算法<sup>[7-13]</sup>; Kalman 滤波与智能导航算法的组合<sup>[9,13]</sup>。其中应用最广泛的估计算法是 Kalman 滤波算法<sup>[1]</sup>, 例如: 线性 Kalman 滤波 (Linear Kalman Filter, LKF) 算法<sup>[1,4]</sup>、自适应 Kalman 滤波 (Adaptive Kalman Filter, AKF) 算法<sup>[1,5]</sup> 和非线性 Kalman 滤波 (Nonlinear Kalman Filter, NKF) 算法<sup>[6]</sup> 等。在工程应用中, 线性 Kalman 滤波算法较为容易实现, 但是, 由于其无法获得足够的、满意的先验信息, 很难保证信息处理的高精度。

飞行器导航系统是动态非线性系统, 客观上要求采用非线性自适应方法对其进行处理。Busy 和 Carvalho 等<sup>[3,6]</sup> 提出采用非线性滤波算法处理导航系统信息。与线性 Kalman 滤波算法相比, 非线性 Kalman 滤波算法计算量较大, 但是信息处理的精度会提高。Stepanov 和 Toropov<sup>[14]</sup> 分析和对比了线性和非线性最优估计算法在解决非线性导航问题中的表现, 讨论了线性化处理方式对非线性问题求解精度的影响。随后, Stepanov 和 Vasiliev<sup>[15]</sup> 对比了贝叶斯方法和神经网络技术在非线性导航信息估计方面的工作效果, 肯定了神经网络算法在导航领域应用的潜力。

针对非线性动态系统信息处理的问题, Ivakhnenko<sup>[7]</sup> 提出了基于高阶回归多项式原理的自组织方法。基于该基本原理, 多种类型的自组织算法应运而生, 并在很多领域得到了广泛的应用。其中, 分组数据处理方法 (Group Method of Data Handling, GMDH)<sup>[8]</sup> 是工程应用最广泛并且工作效果较理想的一种信息估计和预测算法。针对飞行器导航系统信息处理的问题, Neusypin, Proletarsky 和沈凯等改进了 Ivakhnenko 的自组织算法, 构建了一种具有冗余趋势项的自组织算法<sup>[9]</sup>。

为了进一步改善导航系统误差估计和补偿的效果, Neusypin 和沈凯<sup>[12]</sup> 提出采用遗传算法<sup>[13]</sup> 改进非线性 Kalman 滤波算法。遗传算法是模拟生物在自然界中遗传、进化和变异过程而形成的一种自适应全局概率搜索算法, 是基于进化论“物竞天择, 适者生存”原理的一种随机启发式最优算法。应用遗传算法等智能算法建立导航系统误差的高精度非线性预测模型, 进而获得导航系统误差的预测值, 然后将此预测值与应用 Kalman 滤波算法求得的估计值比较, 并且利用比较差值监测 Kalman 滤波算法的工作状态, 最后采用自适应控制方法, 提出一种新型的组合导航系统误差补偿技术, 进而提高导航系统整体的精度和容错能力。

## 1 非线性 Kalman 滤波算法及分析

假设, 飞行器导航系统可以表示成如式(1)所示的非线性状态方程形式:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{f}_{k/k-1}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{x}_k$  为  $t_k$  时刻的系统状态矢量;  $\mathbf{f}_{k/k-1}(\mathbf{x}_{k-1})$  为非线性系统模型;  $\mathbf{w}_{k-1}$  为输入噪声矢量。

相应地, 系统状态测量方程为:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{z}_k$  为  $t_k$  时刻的系统测量矢量;  $\mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k)$  为非线性观测模型;  $\mathbf{v}_k$  为测量噪声矢量。

$\mathbf{w}_{k-1}$  和  $\mathbf{v}_k$  为互不相关的高斯白噪声, 其协方差矩阵分别为  $\mathbf{Q}_{k-1}$  和  $\mathbf{R}_k$ 。

应用泰勒公式线性化非线性系统模型和观测模型, 得到如下的近似结果:

$$\Phi_{k/k-1} \approx \frac{\partial \mathbf{f}_{k/k-1}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1})}{\partial \mathbf{x}_{k-1}^T} \quad (3)$$

$$\mathbf{H}_k \approx \frac{\partial \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1})}{\partial \mathbf{x}_k^T} \quad (4)$$

其中:  $\Phi_{k/k-1}$  为系统状态转移矩阵;  $\mathbf{H}_k$  为系统观测矩阵。

此时, 非线性 Kalman 滤波算法具有如下形式<sup>[3,6]</sup>:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} = \mathbf{f}_{k/k-1}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}) \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k [\mathbf{z}_k - \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1})] \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k/k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1} \quad (7)$$

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k/k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (8)$$

$$\mathbf{P}_k = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_{k/k-1} \quad (9)$$

其中:  $\mathbf{K}_k$  为最优 Kalman 增益矩阵;  $\mathbf{P}_{k/k-1}$  为先验估计误差  $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$  的协方差矩阵;  $\mathbf{P}_k$  为后验估计误差  $\hat{\mathbf{x}}_k$  的协方差矩阵;  $\mathbf{I}$  为单位矩阵。

通常上述类型的 Kalman 滤波算法被称为扩展 Kalman 滤波 (Extended Kalman Filter, EKF) 算法。在该算法中, 非线性的系统模型需要经过泰勒公式线性化后才能使用。并且, 它仅适用于后验概率密度函数为单峰值高斯分布概率密度函数的情形。当后验概率密度函数为多峰值函数时, 需要将其近似表达成狄拉克  $\delta$  函数累加和的形式:

$$\pi_k(x_k^i) \approx \sum_{j=1}^{N_k} \mu_k^j \delta(x_k^i - x_k^{i,j}) \quad (10)$$

式中:  $x_k^i$  为系统状态矢量  $\mathbf{x}_k$  的第  $i$  个状态分量;  $\pi_k(x_k^i)$  为  $x_k^i$  的后验概率密度函数;  $N_k$  为  $t_k$  时刻的计算节点数目;  $x_k^{i,j}$  为计算节点;  $\mu_k^j$  为权值, 并且满足  $\sum_{j=1}^{N_k} \mu_k^j = 1$ 。

这样的近似方法有以下不足:①没有考虑系统状态转移矩阵  $\Phi_{k/k-1}$  在  $x_k^{i,j}$  计算节点附近的局部函数性质;②为了提高 Kalman 滤波算法的精度,需要增加计算节点的数量  $N_k$ ,相应地也会引起算法计算量的增加。

为了进一步提高后验概率密度函数的近似程度,可以将其表达成多个高斯分布概率密度函数累加和的形式<sup>[16]</sup>。此时,后验概率密度函数可以近似表示为:

$$\pi_k(x_k^i) \approx \sum_{j=1}^{N_k} \mu_k^j G(x_k^i, \hat{x}_k^{i,j}, \sigma_k^{i,j}) \quad (11)$$

式中: $G(x_k^i, \hat{x}_k^{i,j}, \sigma_k^{i,j})$  为高斯分布概率密度函数; $\hat{x}_k^{i,j}$  为高斯分布的期望值; $\sigma_k^{i,j}$  为高斯分布的标准差。

采用这样的近似方法,可以保证近似前后概率密度函数较好的吻合性,而且不会引起估计算法计算量的大幅增加。

由于导航系统信息处理的问题是一种非线性非高斯问题,因此,在工程应用中,仅仅采用传统非线性 Kalman 滤波算法很难满足信息处理高精度的要求。为此,Julier 等<sup>[17-18]</sup>提出了无迹 Kalman 滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)算法。在传统 Kalman 滤波算法的框架上,该算法采用无迹转换(Unscented Transformation, UT)技术,实现非线性概率分布的采样近似,进而对信息进行预测和估计。与扩展 Kalman 滤波算法不同,无迹 Kalman 滤波算法直接使用系统的非线性模型,因此算法的运行效果受到系统模型精确度的影响。如果能够在飞行过程中实现先验模型的在线优化,那么相应地也会提高算法处理的精度。

## 2 Kalman 滤波算法改进与组合导航

在飞行器高机动操作时,导航系统误差模型呈现高度的非线性。此时,应用先验知识而建立的非线性系统模型与实际情形吻合度不高。针对此问题,在全面考虑飞行环境和导航系统特性的基础上,采用自组织算法、神经网络和遗传算法等,在飞行过程中优化先验模型的物理参数,建立更符合实际情形的高精度误差模型,并将此模型应用到 Kalman 滤波算法解算中,实现 Kalman 滤波算法的改进,进而提高导航系统的精度和自适应能力。与传统 Kalman 滤波改进方法不同,此方法是在组合导航系统结构设计上改进 Kalman 滤波算法,所以是一种新型的导航系统误差估计和补偿技术。结合自组织算法、神经网络和遗传算法的基本原理,下面将详细地介绍和讨论这一新

型的导航系统误差补偿技术。

自组织算法可以在先验知识较少和几乎没有的情况下,或者在不考虑现存未知和不确定因素的情况下,对导航系统信息进行处理,并且在一定程度上减弱外部干扰对信息处理精确度的影响<sup>[8-9]</sup>。在自组织算法中,应用多种类型的基函数可以有效地提高算法的精度,但是,相应地也会增加工程实现的难度。针对飞行器导航信息处理的问题,应用已有先验知识和工程经验,基于导航系统误差模型特点的分析,优先选用线性函数和三角函数作为本算法的基函数。此外,为了减少近亲繁殖效应和时效效应的不利影响,采用冗余趋势项技术,构建如图 1 所示的具有冗余趋势项的自组织算法<sup>[9]</sup>,进而实现导航系统误差的非线性建模。

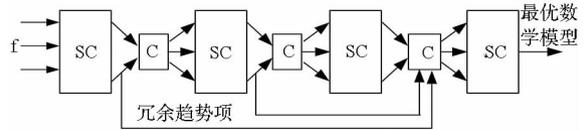


图 1 具有冗余趋势项的自组织算法

Fig. 1 Self-organization algorithm with redundant trends

图 1 中  $f$  为基函数;SC 为自组织选择判定准则集合<sup>[9]</sup>;C 为自组织择优繁衍模型。

除采用自组织算法外,还可以采用神经网络和遗传算法等智能进化算法。神经网络是一种模仿生物神经网络的结构和功能而形成的数据建模方法。应用神经网络技术可以对系统输入和输出间的复杂关系进行建模。在非线性动态系统的信息处理方面,可以优先选用基于 Volterra 级数原理的神经网络算法<sup>[10]</sup>。针对导航系统信息处理的问题,Neusypin 等<sup>[11]</sup>采用自组织方法优化了传统 Volterra 神经网络算法的结构(如图 2 所示,其中  $w_i$  为计算权值,  $x_i$  为系统输入,  $y$  为系统输出),简化了其计算过程,促进了其在导航领域的应用。

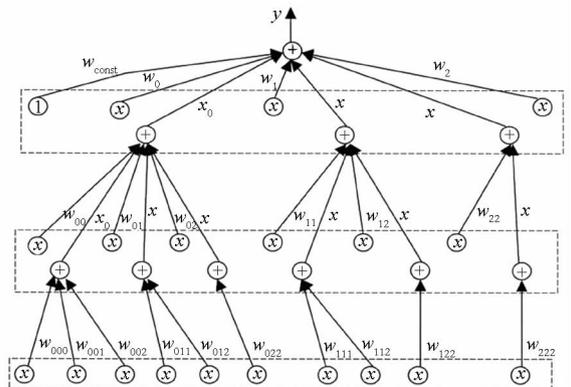


图 2 优化的 Volterra 神经网络算法

Fig. 2 Optimized Volterra neural networks

遗传算法是模拟生物在自然界中遗传、进化和变异过程而形成的一种随机启发式最优算法,其工作过程如下<sup>[13]</sup>:①个体编码;②初始化种群;③适应度计算;④选择操作;⑤交叉操作;⑥变异操作;⑦求得最优解。基于已有经验知识和先验模型,应用遗传算法,优化系统模型的物理参数,建立高精度的最优数学模型(如图3所示)。

在飞行器高机动操作时,基于已有先验数学模型和导航系统测量数据,应用自组织算法、神经网络和遗传算法(如图1~3所示)优化先验模型中的各个物理参数,建立更高精度的复杂的非线性系统模型<sup>[12]</sup>。一方面,应用优化后的系统模型对导航系统误差进行预测,获得其预测值;另一方面,将新建的模型应用到 Kalman 滤波算法中,提高导航系统信息估计的精度。

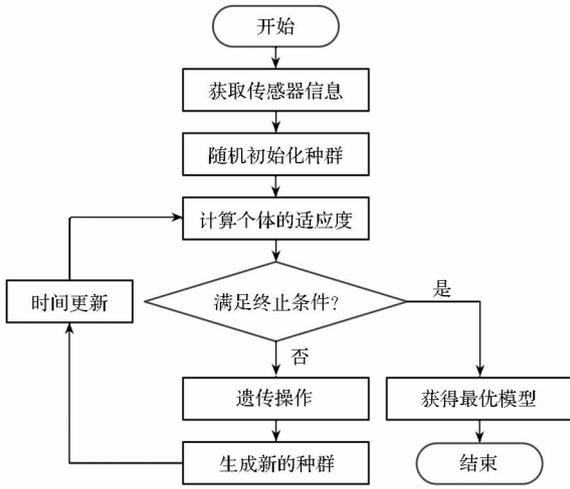


图3 遗传算法优化模型原理图

Fig.3 Schematic diagram of constructing models using genetic algorithms

进一步,基于自适应控制原理和方法,求得信息预测值和估计值的比较差值,然后应用此差值监测时 Kalman 滤波算法的工作状态。一方面克服因 Kalman 滤波算法发散所造成的低精度,另一方面提高系统整体的容错能力,改善导航系统误差的补偿效果,提高导航系统的精度。基于上述思想,构造了如图4所示的自适应组合导航系统。

图4中INS为惯性导航系统;GPS为全球定位系统;NKF为非线性Kalman滤波算法;IA为自组织算法、神经网络和遗传算法等智能算法;C为状态监测与容错准则; $\theta$ 为真实导航系统信息; $z$ 为测量信息; $x$ 为惯性导航系统误差; $\hat{x}$ 为导航系统误差的估计值; $\tilde{x}$ 为估计误差; $v$ 为比较残差。

为了实现 Kalman 滤波算法工作状态监测和导航系统的容错,需要设计和构造相应的判断

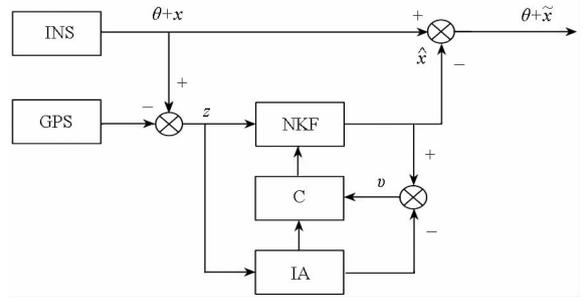


图4 自适应组合导航系统原理图

Fig.4 Schematic diagram of adaptive integrated navigation system

准则。其中,Kalman 滤波发散判据是工程上比较容易实现的一种判断准则,其具有以下形式<sup>[19]</sup>:

$$v_k v_k^T \leq \gamma \text{tr}(H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k) \quad (12)$$

式中: $v_k$ 为残差序列或者测量余量; $\gamma$ 为 Kalman 发散系数( $\gamma \geq 1$ );tr为矩阵迹的符号。

此外,还可以在图4的C环节中同时应用多个判据和准则,例如基于 Cramer-Rao 下届理论的算法评价准则<sup>[20-21]</sup>等。

### 3 试验结果及分析

为了验证所提出的导航系统误差补偿技术的正确性及有效性,开展了基于导航系统 KIND-34 的半实物仿真试验研究。

将导航系统固定放置在试验平台上,以导航系统输出的速度误差作为系统的测量信息,分别采用非线性 Kalman 滤波算法以及基于自组织算法、神经网络和遗传算法的改进型 Kalman 滤波算法处理导航系统信息,进而获得估计后的速度误差、姿态角误差(如图5所示)<sup>[22]</sup>及陀螺漂移等导航信息。

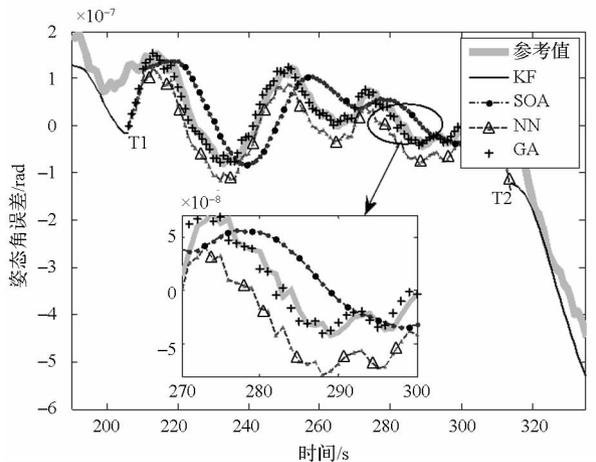


图5 飞行器导航系统姿态角误差的估计值

Fig.5 Estimated attitude error of navigation system

如图5所示,在T1时刻附近,应用状态监测

与系统容错准则(见图 4)检测到 Kalman 滤波算法的工作状态不佳。此时,为了防止因算法发散所造成的低精度,在 Kalman 滤波算法中改用优化后的误差模型,即采用改进型 Kalman 滤波算法。在 T2 时刻附近, Kalman 滤波算法恢复正常工作状态,此时则选用传统 Kalman 滤波算法处理导航信息。不难发现,在导航系统结构设计层面上改进 Kalman 滤波算法,不仅能够保证导航系统信息处理的高精度,而且还可以提高系统整体的容错能力和鲁棒性。

为了对比和分析自组织算法、神经网络和遗传算法在信息处理方面的特性和优缺点,计算得到了应用不同算法时的估计误差,即组合导航系统误差补偿后的残差。试验结果如图 6~8 所示。

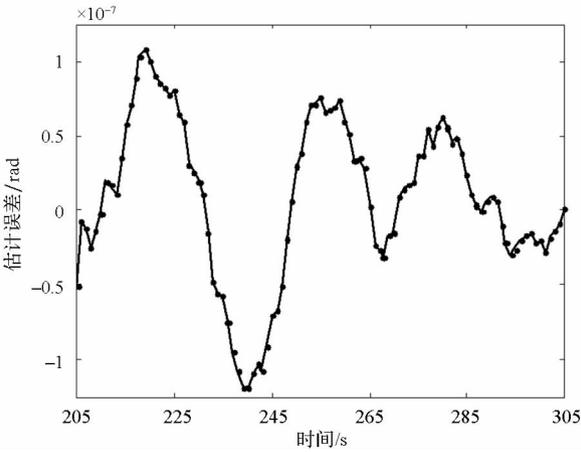


图 6 基于 SOA 的改进型 Kalman 滤波的估计误差  
Fig. 6 Estimation error by utilizing NKF with SOA

应用基于自组织算法的改进型 Kalman 滤波算法,估计误差会呈现绕 0 轴上下波动的特性,即减小了误差补偿后残差的均值,算法的收敛性比较好。这是由自组织算法的数据归纳的工作原理决定的。

根据图 7 和图 8 所示的结果可知:应用基于神经网络和遗传算法的改进型 Kalman 滤波算法求得的估计误差的变化趋势大致相同,因为这两

种算法都是基于数据统计的随机启发式算法。为了保证算法工作的稳定性和收敛性,需要根据导航系统误差模型的特点,合理地设计算法结构和内部参数。

为了进一步定量地分析各种信息处理算法的工作效果和特点,分别计算了估计误差的均值、均方根、算法运行时间以及运行时间和仿真时间的比值等数据,绘制了如表 1 所示的算法性能对照表。

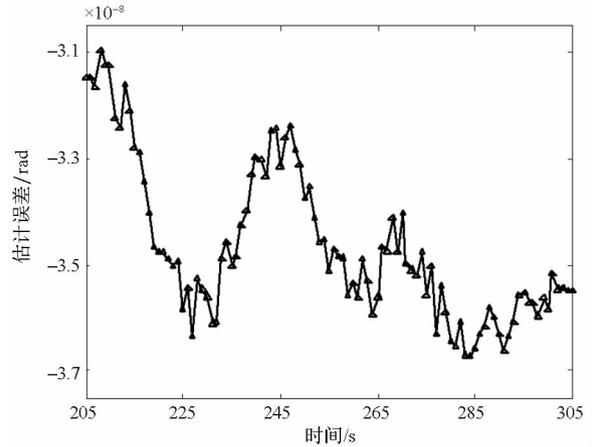


图 7 基于 NN 的改进型 Kalman 滤波的估计误差  
Fig. 7 Estimation error by utilizing NKF with NN

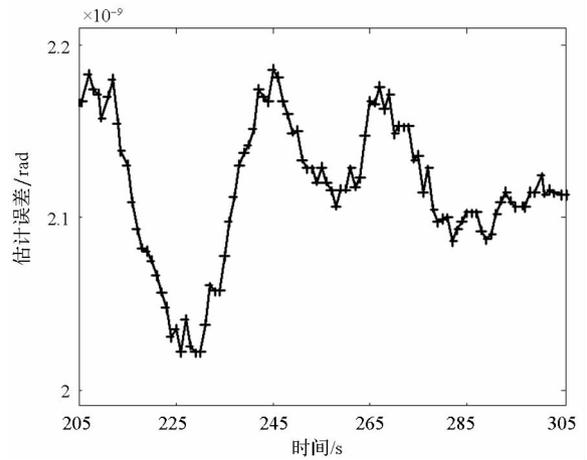


图 8 基于 GA 的改进型 Kalman 滤波的估计误差  
Fig. 8 Estimation error by utilizing NKF with GA

表 1 算法性能对照表

Tab. 1 Performance comparison of various algorithms

信息处理算法	估计误差均值/ rad	估计误差均方根/ rad	运行时间 $T_f/s$	运行时间与仿真时间比 $T_f/T_i (T_i = 100\text{ s})$
NKF 算法	$-1.16 \times 10^{-7}$	$1.28 \times 10^{-7}$	0.25	$2.50 \times 10^{-3}$
基于 SOA 的 NKF	$9.63 \times 10^{-9}$	$5.47 \times 10^{-8}$	1.52	$1.52 \times 10^{-2}$
基于 NN 的 NKF	$-3.45 \times 10^{-8}$	$3.49 \times 10^{-8}$	5.56	$5.56 \times 10^{-2}$
基于 GA 的 NKF	$1.81 \times 10^{-9}$	$3.48 \times 10^{-9}$	104.92	1.05

分析表 1 中的数据,不难看出:

1) 基于遗传算法的改进型 Kalman 滤波算法的估计精度非常高,但是,相应的运算时间也很长,不能满足信息处理实时性的要求;

2) 虽然基于自组织算法的改进型 Kalman 滤波算法的精度处于中等水平,但是该方法的整体性能比较优越,可以满足信息处理实时性和鲁棒性的要求。

在条件允许的情况下,应用基于自组织算法的改进型 Kalman 滤波算法,增加基函数的种类和数量,增大算法归纳迭代的次数,适当地延长算法运行的时间,可以获得比神经网络算法更高的信息处理精度。此时,其运行结果与应用遗传算法的效果基本相当<sup>[9]</sup>。

在飞行过程中,由于外部诸多因素的干扰,传统非线性 Kalman 滤波算法的估计效果会比基于固定试验平台的仿真试验的结果更差。自组织算法和遗传算法能够在一定程度上减弱外部随机干扰的影响,因此,在飞行过程中,改进型 Kalman 滤波算法的工作优势将更加明显。此时,应用文献[22]中的计算方法,求得的定位误差平均为  $0.01'$ ,即约为  $2.9 \times 10^{-6}$  rad。

## 4 结论

在组合导航系统结构设计层面,采用自组织算法、神经网络和遗传算法改进了传统非线性 Kalman 滤波算法,提出了一种新型的组合导航系统误差补偿模型,构建了一种自适应的组合导航系统。半实物仿真试验验证了所提出的改进方法的有效性和正确性。应用改进型 Kalman 滤波算法可以明显地提高飞行器导航系统的精度和容错能力。分析和对比了各种信息处理方法的性能和优缺点。其中,基于自组织算法的改进型 Kalman 滤波算法具有明显的整体性能优势。本文所提出的方法不仅有利于飞行器组合导航系统的设计,而且可以推广应用到无人飞行器和智能无人移动平台的优化设计等领域,具有一定的实际应用意义。

## 参考文献 (References)

[1] Шэнь Кай, Пролетарский А В, Неусыпин К А. Исследование алгоритмов коррекции навигационных систем летательных аппаратов[J]. Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана, Сер. Приборостроение, 2016, 107 (2): 28 - 39.  
SHEN Kai, Proletarsky A V, Neusypin K A. The research into correction algorithms for aircraft navigation systems[J].

Herald of the Bauman Moscow State Technical University, Series Instrument Engineering, 2016, 107 (2): 28 - 39. (in Russian)

[2] Brown R G. Integrated navigation systems and Kalman filtering: a perspective[J]. Navigation, USA - 1972 - 1973, 194: 355 - 362.

[3] Carvalho H, Del Moral P, Monin A, et al. Optimal nonlinear filtering in GPS/INS integration[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1997, 33(3): 835 - 850.

[4] Kalman R E, Bucy R S. New results in linear prediction and filtering theory [J]. Journal of Basic Engineering, 1961, 83(1): 95 - 108.

[5] 田安红, 廖瑛, 尹大伟, 等. 基于自适应 Kalman 滤波算法的航空发动机可测参数及其偏离量估计[J]. 国防科技大学学报, 2012, 34(4): 1 - 6.  
TIAN Anhong, LIAO Ying, YIN Dawei, et al. Aeroengine measurable parameters estimation using adaptive Kalman filter algorithm [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2012, 34(4): 1 - 6. (in Chinese)

[6] Bucy R S. Nonlinear filtering theory[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1965, 10(2): 198.

[7] Ivakhnenko A G. Polynomial theory of complex systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetic, 1971, 14: 364 - 378.

[8] Farlow S J. The GMDH algorithm of Ivakhnenko[J]. The American Statistician, 1981, 35(4): 210 - 215.

[9] Neusypin K A, Proletarsky A V, 沈凯, 等. 一种具有冗余趋势项的飞行器自组织算法[J]. 南京理工大学学报:自然科学版, 2014, 38(5): 602 - 607.  
Neusypin K A, Proletarsky A V, SHEN Kai, et al. Aircraft self-organization algorithm with redundant trend[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2014, 38(5): 602 - 607. (in Chinese)

[10] Stegmayer G, Pirola M, Orengo G, et al. Towards a Volterra series representation from a neural network model[J]. WSEAS Transactions on Systems, 2004, 2: 432 - 437.

[11] Неусыпин К А, Вайс Ю Л. Модификация нейронной сети Вольтерра методом самоорганизации [J]. Автоматизация и современные технологии, 2007, 1: 30 - 34.  
Neusypin K A, Vays Y L. Modification of Volterra neural network using self-organization methods[J]. Automation and Modern Technologies, 2007, 1: 30 - 34. (in Russian)

[12] Неусыпин К А, Шэнь Кай. Модификация нелинейного фильтра Калмана с использованием генетического алгоритма [J]. Автоматизация и современные технологии, 2014, 5: 9 - 11.  
Neusypin K A, SHEN Kai. Modification of nonlinear Kalman filter by utilizing genetic algorithms [J]. Automation and Modern Technologies, 2014, 5: 9 - 11. (in Russian)

[13] Holland J H. Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence[M]. USA: MIT Press, 1992.

[14] Stepanov O A, Toropov A B. A comparison of linear and nonlinear optimal estimators in nonlinear navigation

- problem[J]. Gyroscope and Navigation, 2010, 13: 183 – 190.
- [15] Stepanov O A, Vasiliev V A. Comparison of the Bayesian and neural network algorithms in nonlinear navigation estimation problems [ C ]//Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, Barcelona, 2010: 1 – 7.
- [16] Alspach D, Sorenson H. Nonlinear Bayesian estimation using Gaussian sum approximations [ J ]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1972, 174: 439 – 448.
- [17] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. A new approach for filtering nonlinear systems [ C ]//Proceedings of the American Control Conference, Seattle, Washington, 1995: 1628 – 1632.
- [18] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators [ J ]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 453: 477 – 482.
- [19] Sriyananda H A. A simple method for the control of divergence in Kalman filter algorithms [ J ]. International Journal of Control, 1972, 166: 1101 – 1106.
- [20] Stepanov O A, Vasilyev V A, Dolnakova A S. Cramer-Rao lower bound for parameters of random processes in navigation data processing [ C ]//Proceedings of the 21st Mediterranean Conference on Control and Automation, Plataniass-Chania, Crete-Greece, 2013: 1214 – 1221.
- [21] Stepanov O A, Vasilyev V A. Cramer-Rao lower bound for a nonlinear filtering problem with multiplicative measurement errors and forcing noise [ C ]//Proceedings of the 19th IFAC World Congress, Cape Town, South Africa, 2014: 9557 – 9562.
- [22] Пролетарский А В, Неусыпин К А. Оценка точности алгоритма построения моделей по данным лабораторного эксперимента с навигационными системами [ J ]. Автоматизация и современные технологии, 2014, 6: 40 – 44.
- Proletarsky A V, Neusypin K A. Accuracy evaluation of algorithms for constructing models according to laboratory experiments with navigation systems [ J ]. Automation and Modern Technologies, 2014, 6: 40 – 44. ( in Russian )