doi:10.11887/j.cn.201702030

http://journal. nudt. edu. cn

潜艇应急上浮六自由度运动及黏性流场数值模拟。

周广礼,董文才,欧勇鹏 (海军工程大学舰船工程系,湖北武汉 430033)

摘 要:为揭示潜艇应急上浮过程中的强非线性运动及水动力作用规律,基于 RANS 方程及流体体积模型,针对 Suboff 标模建立了潜艇应急上浮数值预报方法。通过开展不同纵倾攻角及斜航漂角下全附体模型的水动力计算,验证了该计算方法的有效性,确定了其适用范围,进而结合整体动网格技术模拟了潜艇的应急上浮过程,获得了艇体六自由度运动的时历参数及流场细节信息。数值模拟结果表明该方法能够较合理地描述潜艇上浮的运动规律,也证明了该方法在潜艇上浮多自由度运动及水动力性能研究中的潜力和适用性。

关键词:潜艇;应急上浮;计算流体力学;六自由度运动;流场特性 中图分类号:U661.32 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2017)02-199-08

Numerical simulation of six degree of freedom motion and viscous flow for submarine's emergency ascent

ZHOU Guangli, DONG Wencai, OU Yongpeng

(Department of Naval Architecture, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: A method to estimate submarine's strongly nonlinear motion and hydrodynamic performance during emergency ascent was presented. RANS equations and VOF (volume of fluid) model were applied for simulation cases. The oblique towing experiments with different pitch and yaw angles were calculated numerically to verify the effectiveness of the method and obtain the proper application range for a fully appended Suboff model. Therefore, the emergency ascent process of submarine was simulated with integral dynamic mesh strategy, and the time parameters and the detail flow information of submarine under 6DOF (six degree of freedom) motion were obtained. Numerical simulation results show that the method can reasonably describe the motion law for submarine's emergency ascent and is feasible and powerful in the research about the multi degree of freedom motions and hydrodynamic characteristics of the submarine's ascent.

Key words: submarine; emergency ascent; computational fluid dynamics; six degree of freedom motion; flow characteristic

潜艇水下航行时,如遭遇破舱进水、卡舵等危 险情况,往往是通过紧急吹除压载水舱内海水的 方式使潜艇迅速浮出水面。为确保潜艇应急上浮 的安全性,准确地预报潜艇上浮过程中的运动特 性是十分必要且具有工程价值的。

较正常上浮,潜艇应急上浮时排水方式及上 浮策略均存在较大不同,艇体纵倾及横倾姿态变 化幅度相对较大,历时时间短,人为可控性差。关 于潜艇应急上浮运动,以往主要通过拘束模及数 值水池试验获取模型的水动力系数^[1-3],并结合 六自由度运动方程^[4]进行预报。基于上述方法, 金涛^[5-6]、何春荣^[7]等对潜艇破舱进水后大攻角 下的操纵运动进行了模拟,并分析了应急挽回措 施的有效性。戴余良等^[8]则进一步结合非线性 系统对潜艇应急上浮的稳定性开展了数值分析, 为潜艇应急上浮的操纵与控制提供了理论基础, 但该方法以准静态运动模型为基础,忽略了上浮 过程中流场等非定常因素的影响,其预报精度有 待进一步验证。此外,该方法尚不能对潜艇出水 后的运动进行模拟,且对于新型潜艇,大量水动力 系数的获取也直接增加了该方法的应用难度。

近年来随着计算机性能的不断提高,应用计 算流体动力学(Computational Fluid Dynamics, CFD)方法直接求解潜艇多自由度空间运动已得 以实现^[9-12]。通过黏流数值模拟,不仅可以预报 潜艇各运动参数的时历过程,而且能够较全面地 获得艇体周围的流场细节信息,然而若涉及自由 液面的影响,应用黏流 CFD 方法直接模拟潜艇应

^{*} 收稿日期:2015-12-03

基金项目:国家部委基金资助项目(9140A14030712JB11044);高性能船舶技术教育部重点实验室开放基金资助项目 (2013033102)

作者简介:周广礼(1990—),男,山东聊城人,博士研究生,E-mail:zhouguangli.1990@163.com; 董文才(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:haigdwc@163.com

急上浮所需计算量较大。目前可查阅的文献中, 仅 Bettle 等^[13]应用 FLUENT 软件,结合自定义 UDF(user defined function)对潜艇上浮进行了模 拟,其重点分析了潜艇水下上浮过程中初始横倾 角对运动稳定性的影响,但并未分析潜艇出水后 的运动特征。本文基于 Star-CCM + 软件,融合整 体动网格及体积力模型虚拟浆源项等多项技术, 实现了 Suboff 潜艇模型应急上浮运动的直接数值 模拟,所得结论可为潜艇应急操纵提供可行参考。

1 数值方法

1.1 控制方程及湍流模型

以 RANS(Reynolds averaged Navier-Stokes)方 程作为求解潜艇上浮三维黏性不可压流场的控制 方程,湍流模式选取 SST $k - \omega$ 模型,控制方程及 湍流模型的详细推导过程和各参数的选取参见文 献[14],气 - 液两相流采用流体体积(Volume of Fluid, VOF)模型。

计算过程中,连续方程、动量方程及湍流方程 均采用二阶迎风格式进行离散,压力速度耦合采 用 SIMPLE 算法进行迭代求解,时间步长取为 0.002 s。

1.2 网格技术

选取自适应切割体网格技术对计算域进行网 格离散,并应用整体动网格技术来模拟潜艇六自 由度空间运动。

切割体网格技术能够确保计算域内绝大部分 网格为计算性能优良的六面体网格,同时通过边 界层网格设置可对艇体近壁面网格进行控制,其 生成原理及步骤如下:

1)根据边界层加密区设置及域边界确定六 面体网格的生成边界,如图1(a)所示,边界层外 边界与域边界圈定的区域为中心网格区,艇体壁 面与边界层外边界间的区域为边界层区;

2)在整个计算域及周围生成初始体网格
 (见图1(a)),用第1步确定的边界进行裁剪,裁
 剪后的网格如图1(b)所示;

3)根据网格密度设置对中心网格区内网格 疏密程度进行控制,并进一步提高网格质量;

4) 在边界层区域内生成网格,对于过于复杂 的几何结构,边界层内网格自适应地采用其他形 状的网格结构生成贴体网格,以满足物面形状及 网格质量的要求。

应用整体动网格技术进行模拟时,整个计算 域随艇运动,域内网格不发生相对运动,自由液面



(a) 边界定义及初始网格生成







则相对于大地坐标系保持不变。相比于动态变形 网格^[15]及重叠网格技术^[16],整体网格不仅能够 保证运动过程中艇体周围网格的质量及密度满足 计算要求,而且对于长距离大范围潜艇多自由度 运动的数值模拟具有更为明显的优势。

1.3 运动模型及求解流程

为模拟及描述潜艇运动,定义了固定坐标系 $E - \xi \eta \zeta$ 及随艇坐标系 O - xyz,如图 2 所示,其中, 随艇坐标系的原点位于艇体质心处,与艇首及艇 底基线的距离分别为 2.016 m 与 0.233 m,在 t =0 s 时刻,相对于固定坐标系艇体质心的坐标为 (0,0, -6)。



图 2 坐标系及六自由度运动参数定义 Fig. 2 Definition of coordinate systems and 6DOF motion parameters

潜艇六自由度运动参数及其正值方向如图 2 所示。依据牛顿第二定律,应用质心运动定理和 相对于质心的动量矩定理,艇体的六自由度运动 方程可以表达为:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{B}}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{B} = \boldsymbol{F} \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{K}}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{K} + \boldsymbol{V} \times \boldsymbol{B} = \boldsymbol{M} \tag{2}$$

其中:**F**与**M**分别为艇体所受外力及外力矩;**B** = (mu,mv,mw)为艇体动量;**K** = (I_xp,I_yq,I_zr) 为艇体动量矩;**V** = (u,v,w)为艇体速度;**Ω** = (p,q,r)为艇体角速度。

在数值求解过程中,通过对艇体及螺旋桨域的 压力进行面积分,求得不同时刻作用于艇体上的力 及力矩,结合上述六自由度运动模型,便可求解艇体 运动的时历变化过程,具体计算流程如图3所示。



图 3 计算流程图 Fig. 3 Flow chart of solution strategy

2 计算对象及工况

Suboff 为美国泰勒研究中心提供的潜艇试验 模型^[17],国内外各水池对其开展了大量的拖曳及 流场测量试验,因此选取 Suboff 模型作为研究对 象,在模拟过程中以 DTMB 4383 标准桨为推进装 置,设定螺旋桨的旋向为右旋。由于该文重点分析 潜艇的运动特征,为提高计算效率,螺旋桨以基于 体积力模型的虚拟桨^[18]代替,其水动力性能曲线 参见文献[19]。艇体及虚拟桨源项的主参数如 表1所示,其中坐标参数均以随艇坐标系为参考。

进行模拟时,设定潜艇在初始潜深ζ = -6 m、 螺旋桨转速 n = 720 r/min 工况下单自由度定深 直航,待航速稳定后释放其余五个自由度运动,而 螺旋桨的转速保持不变,此时由于模型所受浮力 较重力大,潜艇会迅速上浮出水面,待稳定后继续 进行水面航行。

表1 艇体及虚拟桨源项主参数

Tab. 1 Main parameters of Suboff and visual propeller

参数	数值	参数	数值
艇长 L/m	4.356	横摇惯量 <i>I_x/</i> kg・m ²	22.84
艇宽 B/m	0.508	纵摇惯量 I _y /kg・m ²	761.2
艇重 M/kg	633.2	首摇惯量 <i>I_z/</i> kg・m ²	761.2
水下排水 体积/m ³	0.708	虚拟桨外径/ m	0.220
质心坐标/m	(0, 0, 0)	虚拟桨内径/ m	0.060
水下浮心 坐标/m	(0.074,0, 0.022)	虚拟桨厚度/ m	0.069
水上浮心 坐标/m	(0.072,0, -0.002)	虚拟桨中心距艇 体尾端距离/m	0.100

3 计算域及网格划分

计算域选取为方形域,除域尾端边界设置为压 力出口外,其余边界条件均设置为速度入口,域大小 及计算域与自由液面的初始相对位置如图4所示。



(b) Transverse section of computational domain

图 4 计算域大小及边界条件设置

Fig. 4 Computational domain and boundary conditions

网格划分时,为更好地捕捉两相流自由液面, 对自由液面可能通过的区域进行了网格加密。此 外,为准确地模拟潜艇出水后艇体周围的流场,对 模型首部及指挥室围壳周围的网格进行了细化处 理,同时为满足网格贴体的要求,对近壁面区域进 行了局部加密,确保艇体壁面 y + 在 30 ~ 300 之 间,艇体表面、域剖面及近壁面域网格如图 5 所 示,总网格数为 516 万。



图 5 艇体表面及域剖面网格 Fig. 5 Mesh for submarine and cross-sections of computation domain

4 计算方法可行性验证

为验证数值方法的可行性并确定计算模型的 适用范围,开展了来流速度 U_x = 3.34 m/s 全附 体 Suboff 模型(尾部安装有导管和支撑)固定状 态下,纵倾攻角 α 在 - 18°~18°及斜航漂角 β 在 - 14°~14°范围内的艇体水动力计算,间隔角度 均取为 2°,纵倾攻角、斜航漂角及艇体受力、力矩 的正值方向定义如图 6 所示,计算域大小及边界 条件设置与前述潜艇上浮预报模型相同。





为便于数据的对比分析,定义潜艇所受力及 力矩系数如下:

$$\begin{cases} Z' = Z/(0.5\rho U_{\infty}^{2} L_{PP}^{2}) \\ M' = M/(0.5\rho U_{\infty}^{2} L_{PP}^{3}) \\ Y' = Y/(0.5\rho U_{\infty}^{2} L_{PP}^{2}) \\ N' = N/(0.5\rho U_{\infty}^{2} L_{PP}^{3}) \end{cases}$$
(3)

式中:Z',M',Y',N'分别表示垂向力系数、纵倾力 矩系数、侧向力系数及摇首力矩系数;Z,M,Y,N 则为艇体所受垂向力、纵倾力矩、侧向力及摇首力 矩;L_{pp}为艇体垂线间长,取定为4.261 m;U₂为来 流速度。

对比计算值与试验值^[20]可知(如图7、图8 所示),当纵倾攻角α在-12°~12°、斜航漂角β 处于-10°~10°范围内时,应用上述数学模型计 算所得的力及力矩系数的相对误差均可控制在 5%以内,而当纵倾攻角及斜航漂角超出此范围 时,艇后流体流动分离严重,应用 RANS 方法尚不 能准确捕捉分离涡系的演变发展过程^[21],计算误 差较大。

由以上分析可知,前述计算模型可拓展应用 至一定运动幅度范围内的潜艇运动模拟问题。



图 7 垂向力及纵倾力矩系数计算值与试验值对比 Fig. 7 Comparison of calculated and experimental results for vertical force and pitch moment

5 计算结果及分析

5.1 水下定深直航

假定潜艇上浮之前在水下做定深直航运动, 为获取模型水下稳定直航状态,设定初始直航航 速 U=0,在螺旋桨推力作用下,潜艇沿 x 方向做 直航运动。为避免初始计算阶段出现计算结果不 稳定现象,在 t 为0~4 s 时间段内将艇体做静态



图 8 侧向力及摇首力矩系数计算值与试验值对比 Fig. 8 Comparison of calculated and experimental results for lateral force and yaw moment

处理,待螺旋桨推力及流场计算结果稳定后,即在 $t_1 = 4 \text{ s}$ 时刻,潜艇开始直航运动。同时为减小初 始加速度过大等不稳定计算因素对计算收敛性的 影响,设定匀变时间为 12 s,即在 $t_2 = 16 \text{ s}$ 时刻将 x 方向运动完全释放。

螺旋桨推力、艇体阻力及航速的时历曲线如 图9所示,由图可知,艇体阻力及螺旋桨推力逐渐向 直航值逼近,且二者随时间的绝对变化率较为相近, 航速则随时间逐步增大并在 *t* = 60 s 后趋于稳定,可 得模型水下稳定直航航速 *U*₀ = 2.624 m/s。







5.2 上浮运动分析

待潜艇水下直航稳定后,在 t_1 时刻(t = 70 s)

释放其余五个自由度的运动。图 10 给出了潜艇 各自由度运动参数的时历过程曲线,图中 $\varphi_{\chi} \theta_{\chi} \psi$ 分别为艇体横倾角、纵倾角及航向角, $u_{\chi}v$ 则表示 潜艇速度在随艇坐标系下沿 $x_{\chi}y$ 方向的分量, $V_{\zeta} = \partial \zeta / \partial t$ 为潜艇速度在固定坐标系下沿 ζ 方向 的分量(即上浮速度),各参数的正方向参见图 2。

上浮过程中艇体姿态直接影响潜艇安全,分 析图 10 中艇体纵倾与横倾的时历曲线可知,潜艇 浮出水面之前艇体保持较小幅度的右倾,最大横 倾值为 3. 2°;相较于横倾,艇体纵倾变化幅度则 较大,在初始上浮阶段艇体表现为艉倾,艉倾角度 随时间不断增大,并在 t = 71.86 s 时刻达到最大 值 11. 55°,随后艉倾值逐渐减小,在 t_2 时刻(t = 73.5 s)后变为艏倾,至浮出水面时艇体艏倾达到 最大值 8. 23°。

在 t₃ 时刻(t = 76.6 s)潜艇浮出水面,此时潜 艇浮心下移并伴随有幅度较大的横摇运动,初始 横摇幅值可达 24°,受到流体黏性阻尼的作用,横 摇幅值随时间逐渐减小,而潜艇出水后,艇体纵倾 在 0°附近进行小幅波动并逐渐趋于稳定。

此外,潜艇在水下上浮过程中,艇体纵倾对模型受力及运动速度产生较大影响。潜艇艉倾时, 艇体在 x 方向上不仅受螺旋桨推力的作用,而且 还受到指向艇首的动升力;潜艇艏倾时,由上浮运 动引起的动升力则指向艇尾,因此速度分量 u 随 时间先增大后减小。同时,艇体纵倾还影响螺旋 桨对艇体的作用效果,在 t₂ 时刻之前桨推力ζ方 向上的分量与浮力方向相同,两者共同作用使得 艇体加速上浮,最大上浮速度为1.3 m/s,而当艇 体姿态变为艏倾后,桨推力ζ方向上的分量与浮 力方向相反,上浮速度逐渐减小。

随着时间推移,潜艇姿态及速度均趋于稳定, 在 *t* = 100 s 之后,潜艇航行状态基本处于稳定水 面航行状态,其中航速 *u* = 1.75 m/s,较水下直航 降低约 30%。

由以上分析可知,通过前述方法获取的潜艇 六自由度运动符合潜艇应急上浮的运动规律,能 够直观地展现潜艇上浮的运动过程。

5.3 流场分析

相比于基于参数的传统预报方法,应用黏流 数值方法求解潜艇应急上浮可更为直观地获取不 同时刻艇体周围的流场信息。

图 11 给出了 *t* = 73.5 s 及 *t* = 75.5 s 时刻潜 艇未浮出水面时艇体周围流体的垂向速度分布。 观察分析可知,在艇体姿态由艉倾变为艏倾过程 中艇体尾部对周围流体存在明显的附连效应。 潜艇浮出水面瞬间的状态如图 12 所示,在 t = 76.6 s 时刻其尾端先浮出水面,随后艇体的纵 倾姿态由艏倾变为艉倾,而指挥台围壳在 t = 77.6 s时刻浮出水面。分析可知,基于前述计算 方法和模型能够形象地展示艇体上浮的瞬间状态。潜艇出水后,经过不断地上下浮动及左右摇摆,在流体的黏性阻尼作用下,最终达到水面航行的稳定状态(如图 13 所示)。



图 10 潜艇运动参数的时历曲线





(a) t = 73.5 s

V_ζ/(m/s): -1.84 -1.41 -0.97 -0.54 -0.10 0.33 0.77 1.20 1.63 2.07

(b) t = 75.5 s





图 12 潜艇出水瞬间自由液面波高图 Fig. 12 Wave pattern during submarine's emersion





(a) t = 85 s

(b) t = 110 s

图 13 潜艇出水后自由液面波高图

Fig. 13 Wave pattern after submarine's emersion

6 结论

基于 Star-CCM + 软件平台实现了 Suboff 潜艇 模型应急上浮运动的直接数值模拟,可得到以下 结论:

 1)采用 RANS 方法的计算模型可较为准确地 求解纵倾攻角 α 在 - 12°~12°及斜航漂角 β 在 -10°~10°范围内的潜艇模型水动力;

2)应用 VOF 模型,融合整体动网格技术、体积力模型虚拟桨及六自由度运动模型,可较全面地获取潜艇应急上浮空间运动时历参数及流场细节信息;

 3)潜艇水下上浮过程中,纵倾变化幅度较 大,而浮出水面后易出现横倾不稳定,该现象值得 引起注意,同时也将是下一步研究的重点。

参考文献(References)

[1] 李刚,段文洋.复杂构型潜器水动力特性的试验研究[J].
 船舶力学,2011,15(1):58-65.

LI Gang, DUAN Wenyang. Experimental study on the hydrodynamic property of a complex submersible [J]. Journal of Ship Mechanics, 2011, 15(1): 58-65. (in Chinese)

- Pan Y C, Zhang H X, Zhou Q D. Numerical prediction of submarine hydrodynamic coefficients using CFD simulation [J].
 Journal of Hydrodynamics, 2012, 24(6): 840 – 847.
- [3] Pan Y C, Zhou Q D, Zhang H X. Numerical simulation of rotating arm test for prediction of submarine rotary derivatives [J]. Journal of Hydrodynamics, 2015, 27(1): 68 – 75.
- [4] Gertler H. Standard equation of motion for submarine simulation [R]. Maryland, USA: Taloy Naval Ships Research and Department Center, 1967.
- [5] 金涛,杨枫,王京齐,等.大攻角情况下破损进水潜艇水 下机动性[J].华中科技大学学报:自然科学版,2008, 36(12):79-82.

JIN Tao, YANG Feng, WANG Jingqi, et al. Submerged maneuverability of flooded submarine with large angle of attack[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Nature Science Edition, 2008, 36(12): 79 - 82. (in Chinese)

- [6] 金涛,刘辉,王京齐,等. 舱室进水情况下潜艇的挽回操 纵[J]. 船舶力学,2010,14(Z1):34-43.
 JIN Tao, LIU Hui, WANG Jingqi, et al. Emergency recovery of submarine with flooded compartment[J]. Journal of Ship Mechanics, 2010, 14(Z1):34-43. (in Chinese)
- [7] 何春荣,赵桥生,马向能.潜艇大攻角操纵运动预报[J]. 船舶力学,2010,14(4):340-346.
 HE Chunrong, ZHAO Qiaosheng, MA Xiangneng. Prediction of submarine maneuverability with high angles of attack[J]. Journal of Ship Mechanics, 2010, 14(4): 340 - 346. (in Chinese)
- [8] 戴余良, 俞科云. 潜艇应急上浮运动稳定性与分叉分析[J].上海交通大学学报, 2010, 44(10): 1400 1413.
 DAI Yuliang, YU Keyun. Stability and bifurcations analysis of submarine during emergency ascent [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2010, 44 (10): 1400 1413. (in Chinese)
- [9] Coe R G. Improved underwater vehicle control and maneuvering analysis with computational fluid dynamics simulation [D]. Virginia, USA: The Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 2013.
- [10] Chase N, Carrica P M. Submarine propeller computations and application to self-propulsion of DARPA Suboff [J]. Ocean Engineering, 2013, 60: 68-80.
- [11] Zaghi S, Mascio A D, Broglia R, et al. Application of dynamic overlapping grids to the simulation of the flow around a fully-appended submarine [J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2015, 116: 75 - 88.
- [12] Martin J E, Michael T, Carrica P M. Submarine maneuvers using direct overset simulation of appendages and propeller and coupled CFD/potential flow propeller solver[J]. Journal of Ship Research, 2015, 59(1): 31-48.
- Bettle M C, Gerber A G, Watt G D. Unsteady analysis of the six DOF motion of a buoyantly rising submarine [J].
 Computers & Fluids, 2009, 38: 1833 - 1849.
- [14] Larsson L, Raven H. Ship resistance and flow [M]. New York, USA: Society of Naval Architects and Marine

Engineering, 2010.

- [15] 朱雄峰,郭正,侯中喜,等.基于动网格的翼型设计优化[J].国防科技大学学报,2013,35(2):1-6.
 ZHU Xiongfeng, GUO Zheng, HOU Zhongxi, et al. Dynamic mesh based airfoil design optimization[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2013, 35(2):1-6. (in Chinese)
- [16] 张海瑞,袁武,范晶晶,等.重叠网格方法研究多子弹抛 撒气动问题[J].国防科技大学学报,2014,36(5): 15-20.

ZHANG Hairui, YUAN Wu, FAN Jingjing, et al. Investigation of cluster bomb projection aerodynamic problem using overset grid method[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2014, 36(5): 15 – 20. (in Chinese)

- [17] Groves N C, Huang T T, Chang M S. Geometric characteristics of DARPA SUBOFF models (DTRC Models No. 5470 and 5471) [R]. Maryland, USA: David Taylor Research Center, 1989.
- [18] Carrica P M, Ismail F, Hyman M, et al. Turn and zigzag

maneuvers of a surface combatant using a URANS approach with dynamic overset grids [J]. Journal of Marine Science and Technology, 2013, 18(2): 166 - 181.

 [19] 周振龙,朱锡,张帅.螺旋桨 CFD 不确定度分析及叶形对 桨叶变形的影响[J].上海交通大学学报,2014,48(1): 74-80.
 ZHOU Zhenlong, ZHU Xi, ZHANG Shuai. Propeller CFD

2HOU Zhenlong, ZHU XI, ZHANG Shuai. Propeller CFD uncertainty and influence of blade geometry on its deformation[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2014, 48(1): 74 – 80. (in Chinese)

- [20] Roddy R F. Investigation of the stability and control characteristics of several configurations of the DARPA SUBOFF model (DTRC model 5470) from captive-model experiments [R]. Maryland, USA: David Taylor Research Center, 1990.
- [21] Breuer M, Jovicic N, Mazaev K. Comparison of DES, RANS, and LES for the separated flow around a flat plate at high incidence[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2003, 41(4): 357-388.