

## 重力梯度对超大柔性空间结构在轨动力学特性的影响\*

穆瑞楠<sup>1</sup>, 谭述君<sup>2</sup>, 吴志刚<sup>1,2</sup>

(1. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024;

2. 大连理工大学 航空航天学院, 辽宁 大连 116024)

**摘要:**空间太阳能电站是一种具有超大和高柔性特征的空间结构,这种空间结构在尺寸上远超以往的航天器,给轨道动力学特性的研究带来了新现象与新问题。以千米量级的哑铃模型为研究对象,考虑重力梯度影响,建立了 Hamilton 体系下的在轨动力学模型,利用辛龙格库塔法得到了不同参数取值下的动力学响应。通过对比仿真结果,得到了结构尺寸与重力梯度对轨道运动、姿态运动影响的定量关系。仿真结果表明,重力梯度引起了姿态-柔性振动耦合现象,姿态运动影响了结构振动曲线外部包络线样式,而柔性振动改变了姿态运动周期。

**关键词:**空间太阳能电站;超大柔性空间结构;Hamilton 方程;哑铃模型;重力梯度;耦合

**中图分类号:**V11 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2017)03-007-08

## Effect of gravity gradient on dynamical characteristics of very large flexible space structures in orbit

MU Ruinan<sup>1</sup>, TAN Shujun<sup>2</sup>, WU Zhigang<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. School of Aeronautics and Astronautics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**Abstract:** Space solar power station is a kind of space structure with large size and high flexibility. It is far larger than the previous spacecraft in size, which results in new phenomena and new problems on the study of dynamical characteristics. The kilometer-scale dumbbell model was studied. The Hamilton's dynamical model on orbit was established under the effect of gravity gradient. The symplectic Runge-Kutta method was used with different combinations of parametrical values to obtain dynamical responses. By comparing the simulation results, the quantitative relationships were determined respectively between the size of space structure and the effect of gravity gradient on orbital motion and attitude motion. It is found that: due to the gravity gradient, the coupling phenomenon between attitude motion and elastic vibration occurs; the attitude motion has great influence on the external envelope curve of elastic vibration response, while the period of it is changed by elastic vibration.

**Key words:** space solar power station; very large flexible space structure; Hamilton equation; dumbbell model; gravity gradient; coupling

早在 1968 年,美国科学家 Glaser 就首先提出了建造空间太阳能电站的构想<sup>[1]</sup>。因其可实现连续工作、能量利用率高等诸多优点,受到美国、日本、欧洲国家等发达国家的重点关注,并相继开展了大量的研究工作<sup>[2-5]</sup>。目前,国际上提出的空间太阳能电站的概念设计已达几十种。美国 NASA 先后提出了“1979SPS 基准系统”以及“集成对称聚光系统”<sup>[5]</sup>,日本 JAXA 也先后提出了“SPS2003 系统”以及“分布式绳系太阳能电站卫星”<sup>[6-7]</sup>,欧空局提出了“太阳帆塔”<sup>[8]</sup>。在 NASA 创新概念项目支持下,由美国、日本和英国科学家于 2012 年共同提出了一种新的空间太阳能电

站概念方案“SPS-ALPHA”<sup>[8]</sup>。

在众多的概念设计中有一个共同点,那就是结构尺寸都达到千米量级,远远超过目前低地球轨道上最大的航天器——国际空间站,具有超大和高柔性的结构特性。这种超大和高柔性的空间结构给动力学特性的研究带来了姿态-柔性振动耦合等复杂的新现象和新问题。不论是在轨组装,还是长时间在轨运行,都需要对结构的轨道和姿态响应做出准确的预测。因此,在轨动力学特性分析是影响这种超大柔性空间结构研究和发展的的重要因素。已有很多学者利用简单的哑铃结构开展了大型空间结构的动力学特性与耦合关系的

\* 收稿日期:2016-02-02

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11572069,11372056,11432010,11502040)

作者简介:穆瑞楠(1990—),男,辽宁大连人,博士研究生,E-mail:mrn2013@mail.dlut.edu.cn;

吴志刚(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:wuzhg@dlut.edu.cn

研究。Malla<sup>[9]</sup>针对一维哑铃模型提出了考虑重力梯度的 Lagrange 形式的动力学方程,并通过比较在不同初始条件、质量比、轨道高度、轨道偏心率下的数值仿真结果,研究了结构轴向变形、姿态运动和轨道运动之间的规律,发现了三者之间复杂的耦合关系,同时研究了热辐射对耦合关系的影响。Ishimura<sup>[10]</sup>基于 Malla<sup>[9]</sup>建立的动力学方程,将日本的绳系空间太阳能电站结构简化为哑铃模型,并在平衡位置对方程进行线性化,同样采用数值仿真的方式,研究了质量比、频率比以及长度比三个系统参数对轴向振动、姿态以及轨道之间耦合关系的影响;用线性方程的特征值来表征系统参数的影响程度,发现对轴向振动频率和轨道频率的比值影响最大,对两端集中质量的比值影响较大。Sanyal 等<sup>[11-12]</sup>在哑铃模型的平衡位置处导出了线性化方程,研究了线性化方程在哑铃模型轴向和横向驱动力作用下的可控性问题,指出几种欠驱动可以完成对轨道、姿态、变形的控制。结合轨道角动量守恒定律,进一步采用 Routh 简化得到的降阶方程,该方程显示只利用姿态和变形驱动,就可以实现对轨道、姿态和变形的控制。以上工作均没有开展有关重力梯度对耦合关系影响的研究,而这种影响在尺寸相对较小的结构动力学中已有很多研究。Ashley<sup>[13]</sup>引入机翼研究的模态分析方法,建立了杆和梁在小变形、大变形时的模型,研究了重力梯度对姿态和结构变形的影响;此外,还研究了旋转对姿态和结构变形的影响,发现旋转的影响与重力梯度的影响量级相同。Sincarsin 等<sup>[14]</sup>推导出了在中心引力场的刚体所受的重力梯度力矩,并得到保留到四阶的 Taylor 展开表达式,提出了一种惯性矩的新定义,讨论了重力梯度力矩高阶项的影响,发现高阶项的作用不能被忽略。通过以上工作可以发现,重力梯度对耦合关系的影响极其重要,尤其在超大柔性空间结构在轨动力学特性与耦合关系的研究中需要被重点考虑。

## 1 哑铃模型的动力学方程

一维哑铃模型将结构总质量简化为两端集中质量,中间由只有轴向变形能力的柔性杆连接,哑铃模型受理想地球(质点)的重力场作用,在轨道平面内运动,如图 1 所示。尽管哑铃模型结构十分简单,但包含轨道、姿态和结构变形的耦合,适合初步的研究工作。

基于图 1 所示哑铃模型根据 Lagrange 变分原

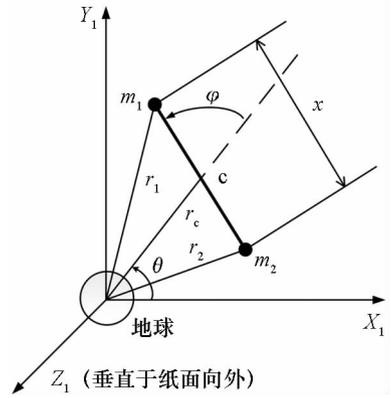


图 1 一维哑铃模型示意图

Fig. 1 Model of one-dimensional dumbbell

理,建立考虑重力梯度柔性体(Flexible Dumbbell with Gravity Gradient, FDwithGG)模型的 Hamilton 正则方程如下。

定义广义坐标为 $(r_c, \theta, \varphi, x)$ 。其中: $r_c$ 为轨道半径,表示结构质心到地心的距离; $\theta$ 为轨道角,表示以零时刻结构质心和地心连线与当前时刻质心和地心连线之间的夹角; $\varphi$ 为姿态角,表示结构轴线方向与轨道法线方向之间的夹角; $x$ 为结构尺寸,表示两个集中质量之间的距离。则其系统动能为:

$$T = \frac{1}{2} m_c [\dot{r}_c^2 + (r_c \dot{\theta})^2] + \frac{1}{2} \bar{m} x^2 (\dot{\theta} + \dot{\varphi})^2 + \frac{1}{2} \bar{m} \dot{x}^2 \quad (1)$$

其中: $m_1$ 和 $m_2$ 分别为两端集中质量, $m_c = m_1 + m_2$ , $\bar{m} = (m_1 \cdot m_2) / m_c$ 。可见系统动能是由轨道动能、姿态动能以及结构动能组成。系统势能为:

$$V = -\mu \left( \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} \right) + \frac{1}{2} k (x - x_s)^2 \quad (2)$$

其中: $r_1, r_2$ 分别为两端集中质量的轨道半径; $x_1, x_2$ 分别为两端集中质量到质心的距离; $\mu$ 为地球引力常数; $k = EA/x_s$ 为结构等效刚度系数, $E$ 为杆的轴向弹性模量, $A$ 为杆的截面面积; $x_s$ 为结构原始尺寸。

定义 $(p_r, p_\theta, p_\varphi, p_x)$ 分别为广义坐标 $(r_c, \theta, \varphi, x)$ 对应的广义动量,则 Hamilton 正则方程为:

$$\begin{cases} \dot{r}_c = \frac{p_r}{m_c} \\ \dot{\theta} = \frac{p_\theta - p_\varphi}{m_c r_c^2} \\ \dot{\varphi} = \frac{p_\varphi}{m_c x^2} - \dot{\theta} \\ \dot{x} = \frac{p_x}{m} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \dot{p}_r = \frac{(p_\theta - p_\varphi)^2}{m_c r_c^3} - \mu \left[ \frac{m_1(r_c + x_1 \cos\varphi)}{r_1^3} + \frac{m_2(r_c - x_2 \cos\varphi)}{r_2^3} \right] + Q_r \\ \dot{p}_\theta = Q_\theta \\ \dot{p}_\varphi = -\bar{m} \mu r_c x \sin\varphi \left( -\frac{1}{r_1^3} + \frac{1}{r_2^3} \right) + Q_\varphi \\ \dot{p}_x = \frac{p_\varphi^2}{\bar{m} x^3} - \bar{m} \mu \left[ \frac{x_1 + r_c \cos\varphi}{r_1^3} + \frac{x_2 - r_c \cos\varphi}{r_2^3} \right] - k(x - x_s) + Q_x \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $Q_r, Q_\theta, Q_\varphi, Q_x$  分别是广义坐标  $(r_c, \theta, \varphi, x)$  对应的外部非保守广义力。式(3)和式(4)中含有地球引力常数  $\mu$  的项为重力项。基于上面建立的 FDwithGG 模型,通过对该模型的简化可以给出其他三种模型。如令  $x_1 = x_2 = 0$  且  $r_1 = r_2 = r_c$ , 则式(3)~(4)简化为不考虑重力梯度的柔性体哑铃(Flexible Dumbbell without Gravity Gradient, FDwithoutGG)模型;如令  $x = x_s$ , 则式(3)~(4)简化为考虑重力梯度的刚体哑铃(Rigid Dumbbell with Gravity Gradient, RDwithGG)模型;如令  $x_1 = x_2 = 0, x = x_s$  且  $r_1 = r_2 = r_c$ , 不考虑柔性, 则式(3)~(4)简化为不考虑重力梯度的刚体哑铃(Rigid Dumbbell without Gravity Gradient, RDwithoutGG)模型。

对比 RDwithGG 模型与 RDwithoutGG 模型,可以研究重力梯度的影响;而对比 FDwithGG 模型和 RDwithGG 模型可以研究在重力梯度作用下柔性振动的影响。对比四种模型中的轨道运动方程,可以发现考虑重力梯度时重力项与姿态角有关,而不考虑重力梯度时则无关;不考虑重力梯度时,姿态运动方程中不含有重力项,只受轨道角速度以及结构变形的影响,而考虑重力梯度时姿态运动受重力梯度、轨道角速度以及结构变形的共同影响;柔性振动方程中存在耦合项  $p_\varphi$ , 当不考虑重力梯度且外部广义力  $Q_\varphi$  为零时,  $p_\varphi$  为常值,且可以由初始条件确定,耦合项相当于常力作用在结构上,即结构振动只受初始条件影响。

## 2 模型参数的确定

考虑到“低轨组装和高轨运行”是目前空间太阳能电站的一种主要设计方案,同时在低轨上重力梯度的影响更为显著,所以分析中的轨道均选择轨道高度为 200 km 的低地球轨道。本文重点研究重力梯度对超大柔性空间结构动力学特性的影响,忽略了热辐射、太阳光压等空间环境干扰。因此,在上节建立的哑铃模型中,广义动量导数方程右端的外部非保守力均为零(即  $Q_r = Q_\theta = Q_\varphi = Q_x = 0$ )。轨道形状分为圆轨道和小偏心率

轨道( $e = 0.0785$ )。

### 2.1 物理参数及初始条件选取

哑铃模型两端集中质量为  $m_1 = m_2 = 5.0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{min}^2/\text{km}$  (即  $1.8 \times 10^6 \text{ kg}$ ), 中间柔性杆的原始尺寸  $x_s$  和轴向刚度  $k$  分别是影响重力梯度以及柔性振动的重要参数,不同情况对应不同取值,若无说明则  $x_s = 1.0 \text{ km}$ ,  $k = k_s = 1.63859 \times 10^8 \text{ N/km}$ 。涉及的常数有:地球平均半径  $R = 6378 \text{ km}$ , 万有引力常数  $G = 8.64432 \times 10^{-9} \text{ km}^4/(\text{N} \cdot \text{min}^4)$ , 地球引力常数  $\mu = 1.43496 \times 10^9 \text{ km}^3/\text{min}^2$ 。

柔性体模型需要 8 个初始条件,而刚体模型需要 6 个初始条件,分别对应于广义坐标以及它们导数的初始值,表示为  $r_c(0), \theta(0), \varphi(0), x(0), \dot{r}_c(0), \dot{\theta}(0), \dot{\varphi}(0)$  以及  $\dot{x}(0)$ 。为了计算结果的有效性及其可比较性,给出一些关于初始条件的假设。假设结构从近地点或远地点开始运动,则  $\dot{r}_c(0) = \dot{\theta}(0) = 0, r_c(0) = 6578 \text{ km}$ ;在圆轨道时,  $\dot{\theta}(0) = 0.071003391567 \text{ rad/min}$ , 在小偏心率轨道时,  $\dot{\theta}(0) = 0.073737628934223 \text{ rad/min}$ ;而  $\dot{\varphi}(0)$  和  $\dot{x}(0)$  没有特殊要求,在所有情况下均假设为 0;  $\varphi(0)$  和  $x(0)$  分别是影响重力梯度以及柔性振动的重要参数,不同情况对应不同取值,若无说明则  $\varphi(0) = 0, x(0) = x_s$ 。

### 2.2 数值求解方法的确定

哑铃模型的动力学方程通常采用的是 Lagrange 方程的形式,而数值算法采用的是传统非保辛的龙格库塔(Runge-Kutta, RK)法<sup>[9-12]</sup>。本文采用 Hamilton 形式的动力学模型以及文献[15]中的辛龙格库塔(Symplectic Runge-Kutta, SRK)法的数值算法。传统的 RK 法是经典的非保辛方法,而文献[15]中的 SRK 法是经典的保辛方法。相比于 RK 法,SRK 法具有保辛优势,能够使动量及能量两种守恒量残差不会随积分时间增大而增大,使仿真结果更准确地反映守恒系统的本质特征,这对于揭示长时间运行系统的特性是非常重要的。同时, Lagrange 和 Hamilton 两种模型形式在物理本质上完全等价,但利用 Hamilton 形式动力学方程可以得到更好的系统守恒特征。设质点的初始条件为  $r_c(0) = 6578 \text{ km}, \dot{\theta}(0) = 0.04 \text{ rad/min}, \dot{r}_c(0) = \dot{\theta}(0) = 0$ ;求解步长为 0.5 min,求解时长为 1000 min。表 1 给出了 RK 法与 Hamilton 形式方程,SRK 法与 Hamilton 形式方程,以及 SRK 法与 Lagrange 形式方程的结果。在这

个算例中 RK 法给出的残差随着时间发散,导致轨道运动也随之发散。同时,Hamilton 形式对应的角动量残差始终保持为零,而 Lagrange 形式对应的角动量残差达到  $10^7$  量级。因此,在分析超大柔性空间结构的动力学特性时,使用 Hamilton 正则方程以及 SRK 法更为合理。考虑到姿态运动的大周期与柔性振动的小周期,数值仿真步长设置为  $0.1 \text{ min}$  较为合适。接下来分别给出圆轨道和小偏心率轨道的重力梯度影响以及结构姿态耦合效应的仿真结果。

表 1 不同方程形式与数值算法组合的计算结果

Tab. 1 Computational results of different combinations of formulations and algorithms

方程与算法 组合形式	总角动量残差	总能量残差
	最大值/ ( $\text{N} \cdot \text{min} \cdot \text{km}$ )	最大值/ ( $\text{N} \cdot \text{km}$ )
Hamilton & SRK	0	$4.6 \times 10^7$
Hamilton & RK	0	$1.4 \times 10^{10}$ (发散)
Lagrange & SRK	$6.5 \times 10^7$	$9.2 \times 10^7$

### 3 圆轨道的动力学特性

#### 3.1 重力梯度对轨道运动的影响

在不同初始姿态角  $\varphi(0)$  情况下,选取结构尺寸  $x_s$  为  $0.1 \text{ km}$ ,  $1.0 \text{ km}$ ,  $10.0 \text{ km}$  三种情况,用 RDwithGG 模型和 RDwithoutGG 模型响应之差表征重力梯度对轨道运动的影响。图 2(a) ~ (c) 和图 3(a) ~ (c) 分别给出了  $\varphi(0) = 0$  时重力梯度对轨道半径和轨道角速度的影响曲线。两图中的 (a) ~ (c) 分别对应结构尺寸为  $0.1 \text{ km}$ ,  $1.0 \text{ km}$ ,  $10.0 \text{ km}$  三种情况。从图 2(b) 和图 3(b) 可以观察到:  $x_s = 1.0 \text{ km}$  时,轨道半径有向负向小幅波动,最大波动值为  $-2.5 \times 10^{-4} \text{ km}$ ;轨道角速度有向正向小幅波动,最大波动值为  $4.5 \times 10^{-9} \text{ rad/min}$ ,可见重力梯度对轨道运动影响的量级很小。同时,上述情况中轨道运动周期均为  $88.4 \text{ min}$ ,与不考虑重力梯度时的轨道运动周期相同,说明重力梯度对轨道周期没有影响。结构尺寸对重力梯度作用存在影响,从 RDwithGG 模型中的轨道运动方程可得,结构尺寸增大使得重力梯度增大。从图 2(a) ~ (c) 可知,随着结构尺寸的增大,重力梯度对轨道半径变化的影响按尺寸平方量级增大。从图 3 可以发现轨道角速度也有相同趋势。 $\varphi(0) = \pi/4 \text{ rad}$  时对应结构尺寸变化的影响与

$\varphi(0) = 0$  时一致,也使重力梯度的影响按结构尺寸的平方量级增大。此外,注意到 RDwithGG 模型轨道运动方程中的重力项与姿态角有关,这说明重力梯度引起了轨道运动与姿态运动耦合,因此  $\varphi(0) = \pi/4 \text{ rad}$  中的结果出现不规则波动。对比 FDwithGG 模型和 FDwithoutGG 模型也得到相同结论。

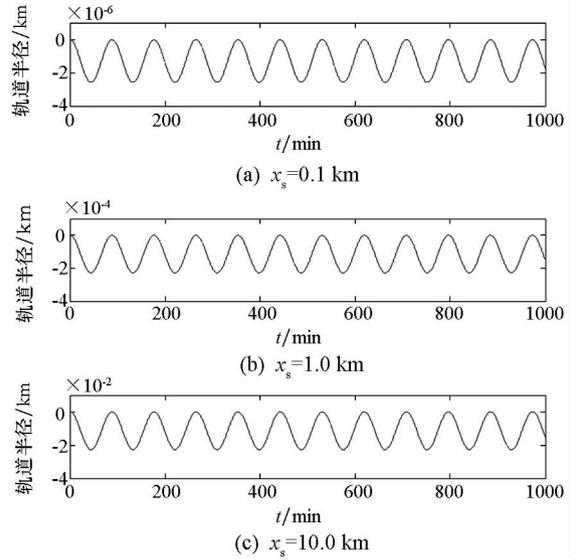


图 2 轨道半径变化( $\varphi(0) = 0$ )

Fig. 2 Change of orbital radius ( $\varphi(0) = 0$ )

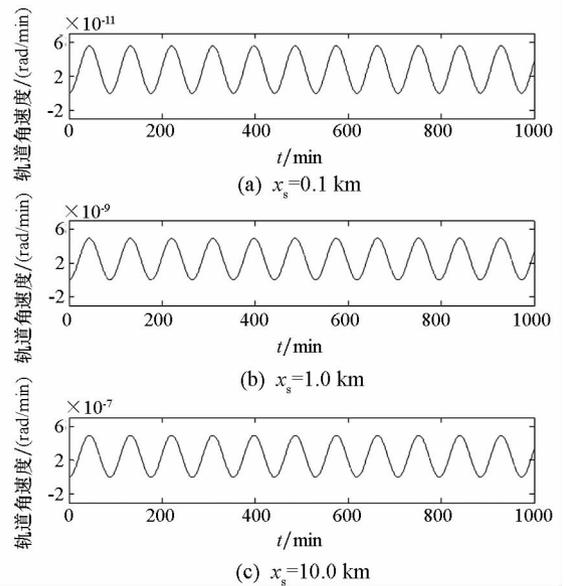


图 3 轨道角速度变化( $\varphi(0) = 0$ )

Fig. 3 Change of velocity of orbital angle ( $\varphi(0) = 0$ )

#### 3.2 重力梯度对姿态运动的影响

在不同的初始姿态角  $\varphi(0)$  情况下,选取结构尺寸  $x_s$  为  $0.1 \text{ km}$ ,  $1.0 \text{ km}$  两种情况,用姿态角和姿态角速度响应表征重力梯度对姿态运动的影响。在不考虑重力梯度时,从其对应的姿态运动方程可以看出,  $\bar{m}x_s^2(\ddot{\varphi} + \dot{\theta}) = p_\varphi = \text{const}$ ,即姿态

角动量为常数,这使得姿态运动只与轨道角速度以及初值有关。图4给出了对应的姿态角速度变

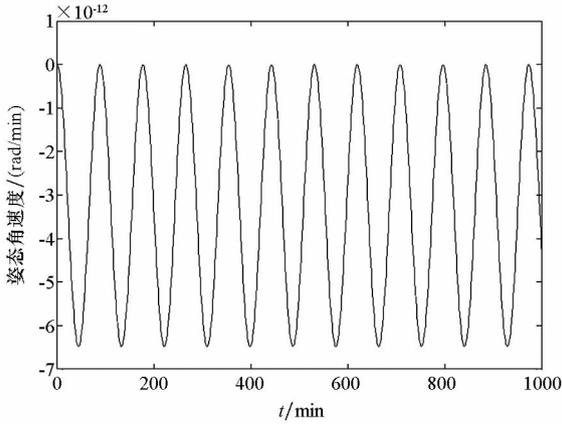
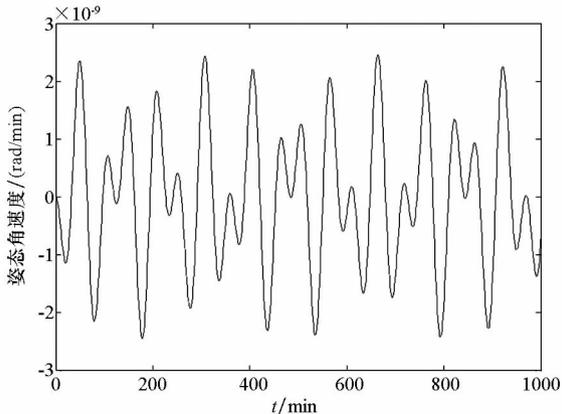


图4 不考虑重力梯度的姿态角速度变化

Fig. 4 Change of velocity of attitude angle without effect of gravity gradient

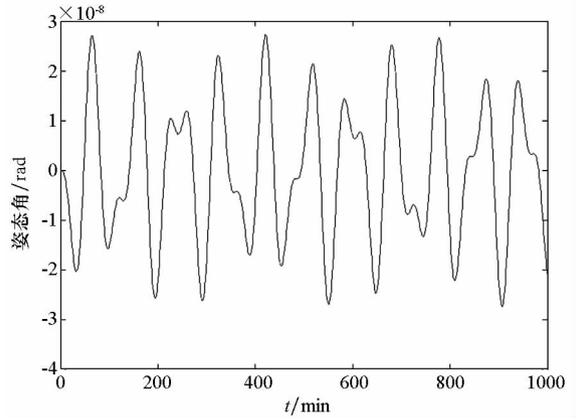
化曲线,观察到姿态角速度一直为负,使得对应的姿态角始终反向运动,这说明不考虑重力梯度时姿态运动逐渐累积最后发散。而考虑重力梯度后,在对应姿态运动方程中可以看出姿态角动量受到重力梯度影响而不断变化,即姿态运动除了受轨道角速度影响,也受到重力梯度力矩的影响。图5(a)和图5(b)分别给出了 $\varphi(0) = 0$ 时考虑重力梯度的姿态角速度和姿态角变化曲线,显示姿态角始终在平衡点附近振荡。可见轨道角速度的摄动使得姿态角从平衡点发散,而恢复力矩总是使姿态角回到平衡点,且影响量级相当。

图6(a)和图6(b)分别给出了 $\varphi(0) = 0$ 时 $x_s$ 为0.1 km和1.0 km时考虑重力梯度的姿态角响应。从图6中可以看出随着结构尺寸的增加,姿态角响应量级按尺寸平方的量级增加。在其他初始姿态角情况下,结构尺寸带来的影响略有不同。图7(a)和图7(b)分别给出了 $\varphi(0) = 0.1$  rad时 $x_s$ 为0.1 km和1.0 km时考虑重力梯度的姿态角



(a) 姿态角速度变化

(a) Change of velocity of attitude angle

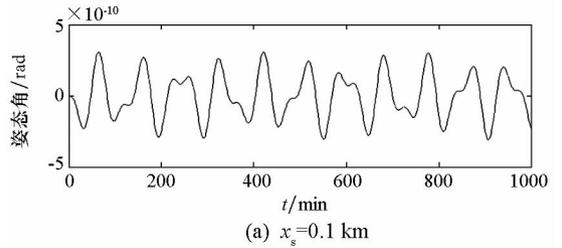


(b) 姿态角变化

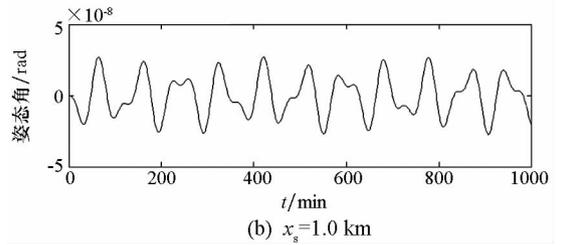
(b) Change of attitude angle

图5 考虑重力梯度的姿态运动( $\varphi(0) = 0$ )

Fig. 5 Attitude motion with effect of gravity gradient ( $\varphi(0) = 0$ )



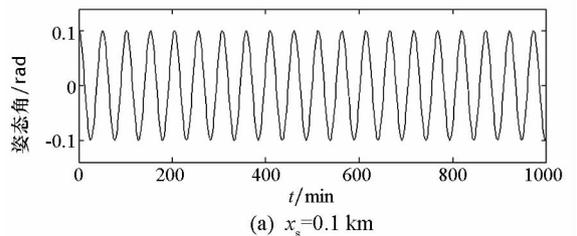
(a)  $x_s = 0.1$  km



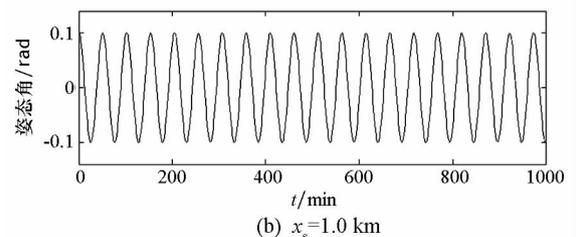
(b)  $x_s = 1.0$  km

图6 考虑重力梯度的姿态角响应( $\varphi(0) = 0$ )

Fig. 6 Attitude angle with effect of gravity gradient ( $\varphi(0) = 0$ )



(a)  $x_s = 0.1$  km



(b)  $x_s = 1.0$  km

图7 考虑重力梯度的姿态角响应( $\varphi(0) = 0.1$  rad)

Fig. 7 Attitude angle with effect of gravity gradient ( $\varphi(0) = 0.1$  rad)

响应。可以看出,随着尺寸的增加,姿态角响应几乎没有变化。注意到哑铃结构的转动惯量与尺寸的平方成正比,这就要求重力梯度产生的恢复力矩也与尺寸的平方成正比。对于  $\varphi(0) = \pi/4$  rad 的情况也有相同现象。

### 3.3 姿态运动和柔性振动的耦合效应

#### 3.3.1 姿态运动对柔性振动的影响

在重力梯度的影响下,姿态运动与柔性振动之间出现耦合现象。图 8(a) ~ (c) 分别给出了  $\varphi(0)$  为 0, 0.1 rad,  $\pi/4$  rad 时的结构变形量曲线,可以观察到曲线外部出现包络线,且包络线样式随初始姿态角变化而变化。在式(4)中的柔性振动方程中,右侧第一项为姿态运动项,右侧第二项为重力轴向分力项,可以看出重力轴向分力项与姿态角有关。

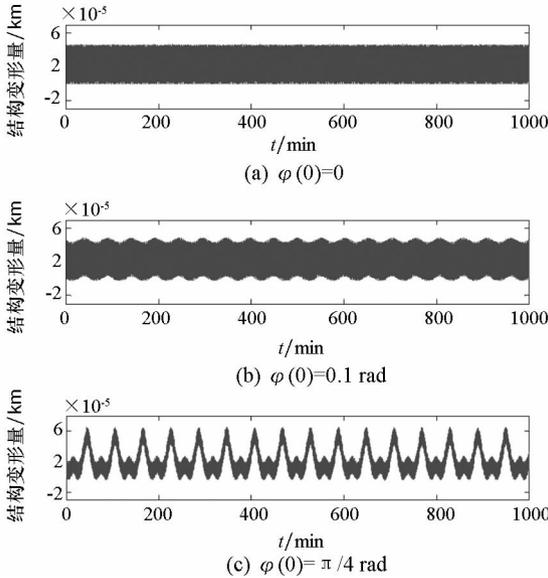


图 8 考虑重力梯度情况下的柔性振动响应

Fig. 8 Elastic vibration response with gravity gradient

图 9 给出了  $\varphi(0)$  为 0.1 rad 时方程中部分项的数值变化曲线,其中虚线表示姿态运动项,实线表示重力轴向分力项,点划线表示两项之和。可以看出此时姿态运动项的变化幅度较大,重力轴向分力项的变化幅度很小,振动曲线的外部包络线样式与姿态运动项的变化样式一致。

图 10 给出了  $\varphi(0)$  为  $\pi/4$  rad 时的结果。发现姿态运动项的变化幅度仍比重力轴向分力项的变化幅度大,但两者的数量级相同,在两者的共同作用下,出现了复杂的振动曲线外部包络线样式(如图 8(c) 所示)。从图 9 和图 10 可以看出,重力梯度引起了姿态运动的变化,同时姿态运动影响了重力轴向分力,姿态运动与重力轴向分力共同影响了柔性振动曲线外部包络线样式,其中姿态运动起主要影响作用。

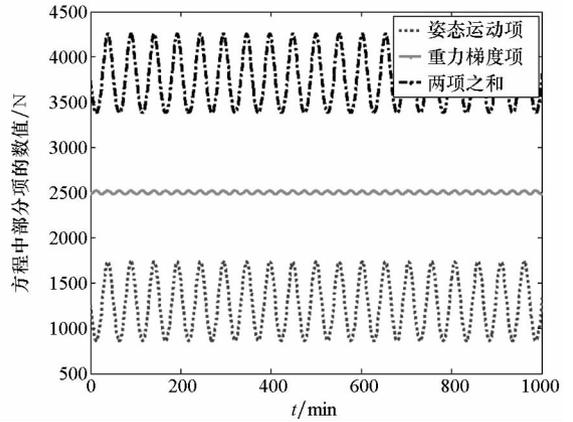


图 9 柔性振动方程中部分项变化曲线 ( $\varphi(0) = 0$ )

Fig. 9 Variation curve of several items in elastic vibration equation ( $\varphi(0) = 0$ )

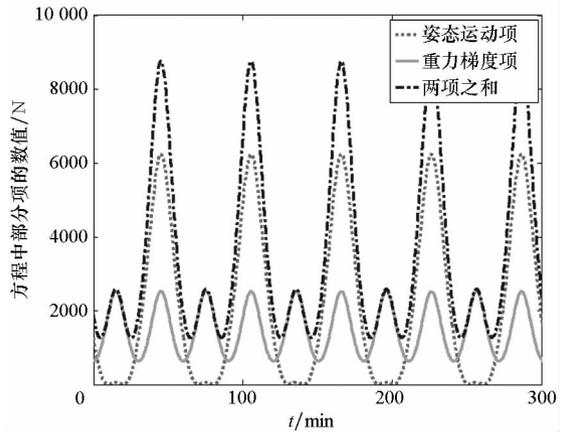


图 10 柔性振动方程中部分项随时间变化曲线 ( $\varphi(0) = \pi/4$  rad)

Fig. 10 Variation curve of several items in elastic vibration equation ( $\varphi(0) = \pi/4$  rad)

#### 3.3.2 柔性振动对姿态运动的影响

在重力梯度影响下,柔性振动对姿态运动也有影响,当尺寸较大时,这种影响尤为明显。图 11 给出了当  $k = 0.001k_s$ ,  $\varphi(0) = 1.37$  rad 时考虑柔性与不考虑柔性的姿态角响应对比图,其中实线表示柔性体模型响应,虚线表示刚体模型响应。发现刚体模型的姿态运动周期保持不变,而柔性体模型的姿态运动周期持续变大。进一步增大结构的柔性振动,发现柔性振动对姿态运动的影响加强了。

图 12 分别给出了初始伸长量为 0 和 0.1 km (对应  $x(0)$  分别为 1.0 km 和 1.1 km),  $k = 0.01k_s$ ,  $\varphi(0) = 1.26$  rad 时的结构变形量的姿态角响应曲线,其中实线表示初始伸长量为 0.1 km ( $x(0) = 1.1$  km), 虚线表示初始伸长量为 0 ( $x(0) = 1.0$  km)。由图 12 可知,初始伸长量为 0.1 km 的姿态运动周期大于初始伸长量为 0 的姿态运动周期,这说明结构的柔性振动加剧后,柔性振动进一步增大了姿态运动的周期。

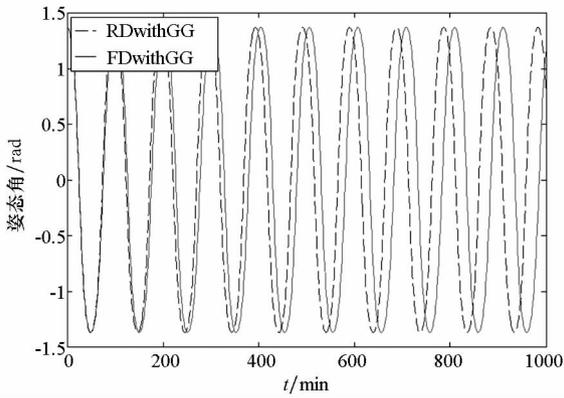


图 11 柔性体模型和刚体模型的姿态角  
( $\varphi(0) = 1.37 \text{ rad}$ )

Fig. 11 Attitude angle of flexible and rigid model  
( $\varphi(0) = 1.37 \text{ rad}$ )

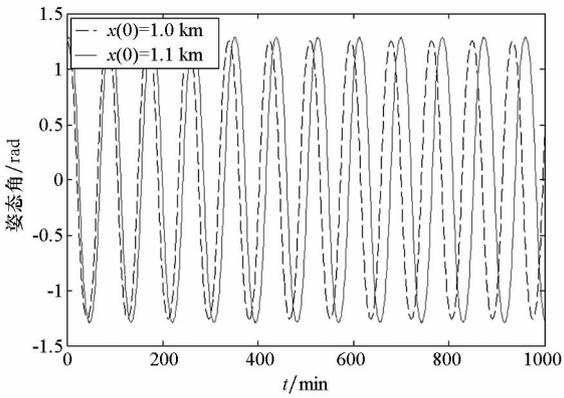


图 12 不同初始轴向变形量的姿态角

Fig. 12 Attitude angle with different initial axial deformations

图 13 给出了在  $\varphi(0) = \pi/2 \text{ rad}$  时柔性体模型和刚体模型的姿态运动,其中实线表示柔性体模型响应,虚线表示刚体模型响应。由图 13 可知,刚体模型始终保持在平衡位置附近,而柔性体模型则持续向负向翻滚,与 Malla 的结论<sup>[5]</sup>一致,

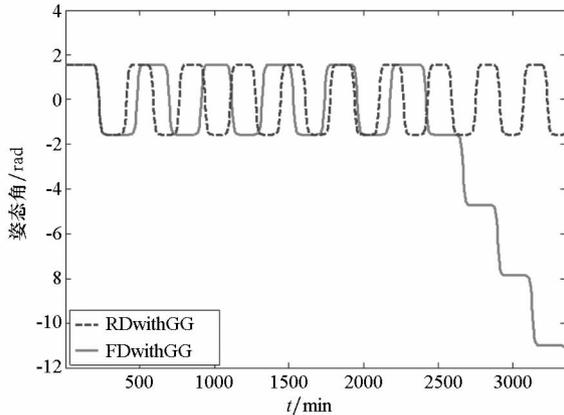


图 13 柔性体模型和刚体模型的姿态角  
( $\varphi(0) = \pi/2 \text{ rad}$ )

Fig. 13 Attitude angle of flexible and rigid model  
( $\varphi(0) = \pi/2 \text{ rad}$ )

即在重力梯度影响下,柔性振动使结构更容易发生翻滚现象。

#### 4 小偏心率轨道的动力学特性

在小偏心率轨道下的结果基本与圆轨道下的结论一致,但是情况更为复杂。这主要是由于在小偏心率轨道下的轨道角速度变化幅度较大,其与重力梯度共同影响了姿态运动。图 14 给出了小偏心率轨道和圆轨道在  $\varphi(0) = 0.1 \text{ rad}$  时姿态角响应对比,其中实线表示小偏心率轨道,虚线表示圆轨道,可以看到在小偏心率轨道下的姿态运动变得复杂。图 15(a) ~ (c) 分别给出了  $\varphi(0)$  分别为 0, 0.1 rad 和  $\pi/4 \text{ rad}$  时的结构变形量曲线。与圆轨道的结果(如图 8 所示)对比发现,柔性振动曲线的外部包络线样式变得复杂了。

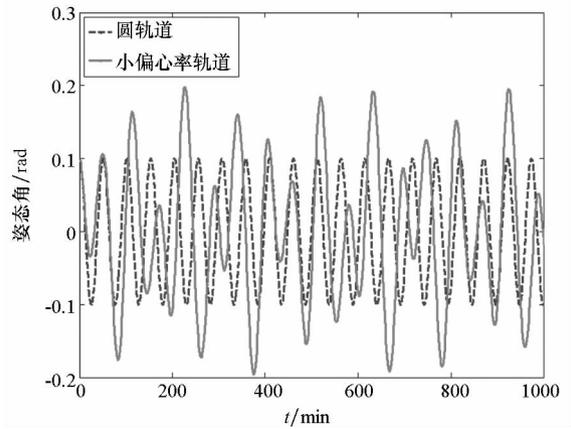
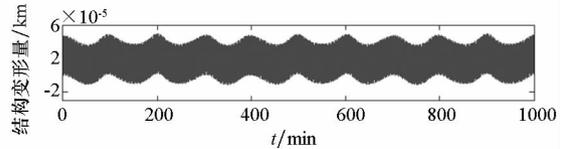
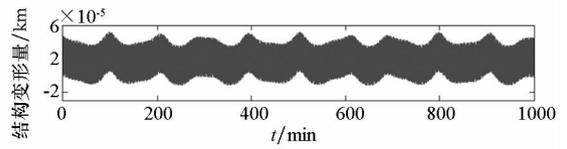


图 14 小偏心率轨道和圆轨道下的姿态角

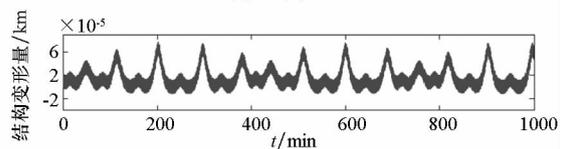
Fig. 14 Attitude angle in circular orbit and orbit with small eccentricity



(a)  $\varphi(0) = 0$



(b)  $\varphi(0) = 0.1 \text{ rad}$



(c)  $\varphi(0) = \pi/4 \text{ rad}$

图 15 小偏心率轨道下的柔性振动响应

Fig. 15 Response of elastic vibration in orbit with small eccentricity

此外,柔性振动对姿态运动的影响也有变化。

图 16 给出了在小偏心率轨道,  $k = 0.01k_s$ ,  $\varphi(0) = \pi/4$  rad 时, 柔性体模型和刚体模型的姿态角结果, 其中实线表示柔性体响应, 虚线表示刚体响应。不同于圆轨道在  $\varphi(0) = \pi/2$  rad 时发生翻滚, 小偏心率轨道在  $\varphi(0) = \pi/4$  rad 附近时发生翻滚。发生翻滚对应的初始姿态角称为临界初始姿态角。通过数值仿真, 图 17 给出了临界初始姿态角与轨道偏心率的变化曲线, 可以看到临界初始姿态角随轨道偏心率的增大呈近似于指数型的趋势减小。

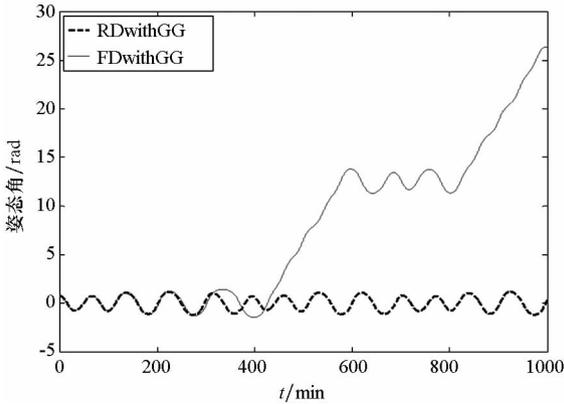


图 16 小偏心率轨道下柔性体和刚体模型的姿态角

Fig. 16 Attitude angle of flexible and rigid model in orbit with small eccentricity

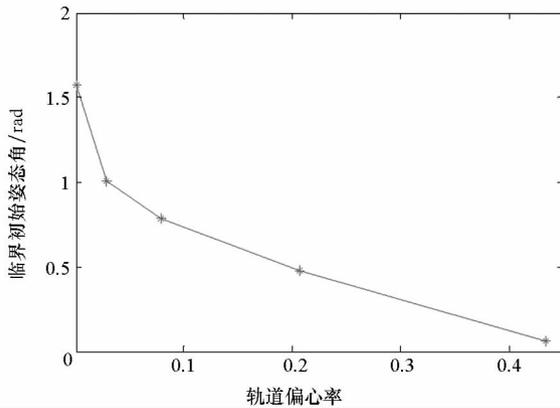


图 17 临界初始姿态角随轨道偏心率变化曲线

Fig. 17 Variation curve of critical initial attitude angle with orbit eccentricity

### 5 结论

主要结论如下:

- 1) 重力梯度对超大柔性空间结构的轨道运动影响较小, 但随着结构尺寸的增加, 重力梯度影响的量级按结构尺寸的平方量级增长;
- 2) 重力梯度力矩对超大柔性空间结构姿态动力学影响显著, 重力梯度力矩与结构尺寸的平方成正比;
- 3) 重力梯度使超大柔性空间结构振动与姿态运动产生耦合, 姿态运动会影响结构振动的模

式, 而结构振动则使得姿态运动周期增大, 并且结构振动使结构姿态运动更易于翻滚;

4) 小偏心率轨道下的结果与圆轨道下的结果基本一致, 但响应特性更加复杂。

目前的工作主要是采用数值仿真的手段揭示超大柔性空间结构在轨运行的特殊动力学现象, 接下来的工作将从理论上对重力梯度的影响方式、结构翻滚运动和稳定性等问题开展研究。

### 参考文献 (References)

- [1] Glaser P E. Power from the sun: its future [J]. Science, 1968, 162 (3856): 857 - 861.
- [2] Johnson W N, Bartolo R, Dorsey M, et al. Space-based solar power: possible defense applications and opportunities for NRL contributions: ADA513123 [R]. US: Naval Research Lab Washington DC Space Science DIV, 2009.
- [3] Belvin W K, Dorsey J T, Watson J J. Technology challenges and opportunities for very large in-space structural systems: LF99 - 9135 [R]. US: NASA Technical Reports Server, 2009.
- [4] 侯欣宾, 王立. 未来能源之路——太空发电站 [J]. 国际太空, 2014 (5): 4 - 7.  
HOU Xinbin, WANG Li. Future energy path-solar power station [J]. Space International, 2014 (5): 4 - 7. (in Chinese)
- [5] Mankins J C. A fresh look at space solar power: new architectures, concepts and technologies [J]. Acta Astronautica, 1997, 41 (4/5/6/7/8/9/10): 347 - 359.
- [6] Sasaki S, Tanaka K, Higuchi K, et al. A new concept of solar power satellite: tethered - SPS [J]. Acta Astronautica, 2007, 60 (3): 153 - 165.
- [7] Mori M, Kagawa H, Saito Y. Summary of studies on space solar power systems of Japan aerospace exploration agency [J]. Acta Astronautica, 2006, 59 (1/2/3/4/5): 132 - 138.
- [8] 侯欣宾, 王立, 朱耀平, 等. 国际空间太阳能电站发展现状 [J]. 太阳能学报, 2009, 30 (10): 1443 - 1448.  
HOU Xinbin, WANG Li, ZHU Yaoping, et al. International development situation of space solar power station [J]. Acta Energeticae Solaris Sinica, 2009, 30 (10): 1443 - 1448. (in Chinese)
- [9] Malla R B. Structural and orbital conditions on response of large space structures [J]. Journal of Aerospace Engineering, 1993, 6 (2): 115 - 132.
- [10] Ishimura K, Higuchi K. Coupling among pitch motion, axial vibration, and orbital motion of large space structures [J]. Journal of Aerospace Engineering, 2008, 21 (2): 61 - 71.
- [11] Sanyal A K, Shen J, McClamroch N H. Dynamics and control of an elastic dumbbell spacecraft in a central gravitational field [C] // Proceedings of 42nd IEEE Conference on Decision and Control, IEEE, 2003, 3: 2798 - 2803.
- [12] Sanyal A K, Shen J, McClamroch N H, et al. Stability and stabilization of relative equilibria of dumbbell bodies in central gravity [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28 (5): 833 - 842.
- [13] Ashley H. Observations on the dynamic behavior of large flexible bodies in orbit [J]. AIAA Journal, 1967, 5 (3): 460 - 469.
- [14] Sincarsin G B, Hughes P C. Gravitational orbit-attitude coupling for very large spacecraft [J]. Celestial Mechanics, 1983, 31 (2): 143 - 161.
- [15] Hairer E, Lubich C, Wanner G. Geometric numerical integration: structure-preserving algorithms for ordinary differential equations [M]. Springer Science & Business Media, 2006.