

## 应用于卫星导航功率倒置阵的改进最小均方算法\*

陈飞强, 聂俊伟, 倪少杰, 王飞雪

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**采用功率倒置准则的自适应天线阵特别适合于弱信号、强干扰的场合,因而在卫星导航系统中得到了广泛的应用。针对基于最小均方算法实现的卫星导航功率倒置阵在干扰数目或干扰功率突然减少时,算法收敛慢、影响信号接收性能的问题,分析了这一现象的产生机理,并提出了相应的改进算法。改进算法通过功率监测来检测干扰数目或干扰功率的突变,然后对最小均方算法进行复位处理重置权值来达到迅速收敛的目的。仿真结果表明:与原算法相比,改进算法可显著提高功率倒置阵的收敛速度。

**关键词:**卫星导航;功率倒置;天线阵;抗干扰;最小均方

**中图分类号:**TN967.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2017)03-047-05

## Improved least mean square algorithm for power-inversion global navigation satellite system antenna array

CHEN Feiqiang, NIE Junwei, NI Shaojie, WANG Feixue

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The power-inversion adaptive array is very suitable for situations where the desired signals are very weak while the interfering signals are much stronger, thus, it is widely used in the global navigation satellite system. For least mean square based on power-inversion adaptive array which is used in global navigation satellite system receivers, the convergence rate was very slow when sudden change in interference number or interference power occurs. The performance of receiving the satellite signals would be degraded. The cause of this phenomenon was analyzed. Then, an improved least mean square algorithm was proposed to solve this problem. The key novelty of the proposed method was that it monitors the power of the reference antenna output to detect any sudden change in interference number or interference power. Once the interference number or interference power decreases suddenly, the weight vector would be initialized again to improve the rate of convergence. Simulation results show that the improved method outperforms the original algorithm in rate of convergence.

**Key words:** satellite navigation; power-inversion; antenna array; anti-jamming; least mean square

对于全球导航卫星系统(Global Navigation Satellite System, GNSS),由于到达地面的卫星信号十分微弱(通常比热噪声小于30 dB),GNSS接收机极易被干扰。干扰会导致接收端的信噪比下降,从而使定位授时精度恶化,甚至使得接收机完全无法工作<sup>[1]</sup>。

自适应天线阵是一种有效的GNSS抗干扰措施<sup>[2-6]</sup>,它通过控制阵列中各阵元的增益和相位,使阵列方向图在干扰方向形成零陷来抑制干扰。经典的阵列加权准则包括最小方差无失真响应(Minimum Variance Distortionless Response, MVDR)准则<sup>[7-8]</sup>、最小均方误差(Minimum Mean Square Error, MMSE)准则<sup>[9]</sup>和功率倒置(Power Inversion, PI)准则<sup>[10-11]</sup>等。其中PI准则是一种盲抗干扰准

则,不需要先验信息辅助,因而可以低成本在一个独立的抗干扰硬件单元中实现;通用GNSS接收机不需要做任何修改即可与其直接相连完成抗干扰接收功能<sup>[12]</sup>。这些特点使得功率倒置阵在GNSS抗干扰接收机中得到了广泛的应用。

PI准则的基本原理是以某一个阵元接收信号作为参考,调整其他支路的阵列取值使阵列的误差输出信号功率最小。阵列权值可通过最小均方(Least Mean Square, LMS)算法获得,LMS算法具有算法复杂度小、易于工程实现等优点。但是,在干扰数目或干扰功率突然减少的情况下,其收敛速度非常慢,以至于这些干扰对应的零陷不能迅速消失或变浅。若卫星信号入射方向接近这些零陷方向,其结果必然会导致卫星信号出现较大

\* 收稿日期:2015-12-30

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61371158,61071140)

作者简介:陈飞强(1988—),男,湖南益阳人,博士研究生,E-mail:matlabfly@hotmail.com;

王飞雪(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:wangfeixue365@sina.com

的功率损耗。本文对这一现象产生的机理进行了深入分析,并提出一种改进 LMS 算法来提高算法的收敛速度。

## 1 问题描述及机理分析

考虑一个  $N$  元天线阵,设  $x_r(n)$  表示参考阵元接收的信号,这个信号一般也用作 LMS 算法的参考信号。其他  $N-1$  个阵元接收的信号用  $x_k(n)$  ( $k=1, 2, \dots, N-1$ ) 表示,这些信号经空域滤波后的输出可表示为:

$$y_a(n) = \sum_{k=1}^{N-1} w_k^*(n) x_k(n) = \mathbf{w}_a^H(n) \mathbf{x}_a(n) \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{w}_a = [w_1(n), w_2(n), \dots, w_{N-1}(n)]^T$  为阵列权值,  $\mathbf{x}_a(n) = [x_1(n), x_2(n), \dots, x_{N-1}(n)]^T$ ,  $(\cdot)^T$  表示转置,  $(\cdot)^H$  表示共轭转置。

根据 PI 准则的原理,总的阵列输出,即参考信号与空域滤波输出信号之差,可表示为:

$$y(n) = e(n) = x_r(n) - y_a(n) \quad (2)$$

采用 LMS 算法,通过使阵列输出的均方值最小可得到阵列权值的更新表达式:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_a(n+1) &= \mathbf{w}_a(n) - \mu \mathbf{x}_a(n) e^*(n) \\ &= \mathbf{w}_a(n) + \Delta \mathbf{w}_a(n) \end{aligned} \quad (3)$$

式中,  $\mu$  为步长因子,  $\Delta \mathbf{w}_a(n)$  为权值增量。

不失一般性,考虑有  $M$  个干扰的场景 ( $M < N$ ),当 LMS 算法收敛时,天线阵将在这  $M$  个干扰的入射方向形成相应的  $M$  个零陷来抑制干扰。同时,误差信号  $e(n)$  的功率趋近最小值。由于干扰被抑制,因此误差信号主要由热噪声组成。由于算法处于收敛状态,此时权值增量的幅度相对权值本身的幅度来说非常小,即有:

$$\mathbf{w}_a(n) + \Delta \mathbf{w}(n) \approx \mathbf{w}_a(n) \quad (4)$$

当干扰数目由  $M$  个增加到  $M+K$  ( $M+K < N$ ) 个时,则此时的阵列权值无法抑制新出现的  $K$  个干扰。误差信号的功率将会迅速增大,从式(3)可知,权值增量的幅度也将相应增大,从而使阵列权值迅速收敛到新的稳定状态(即天线阵形成  $M+K$  个零陷)来抑制新出现的干扰。

然而,当干扰数目减少  $K$  个时,由于剩下的  $M-K$  个干扰仍然被天线阵形成的零陷所抑制,此时误差信号仍然由热噪声组成,功率不会发生明显的改变。因此,在这种条件下式(4)仍然成立,权值增量的幅度相对权值本身的幅度来说非常小,算法需要很长的时间才能收敛到新的稳定状态(即天线阵形成  $M-K$  个零陷)。其结果是

这  $K$  个干扰对应的零陷不能迅速消失,若卫星信号入射方向接近这些零陷方向,其结果必然会导致卫星信号出现较大的功率损耗。

干扰功率突然变小的情况与干扰数目减少的情况类似,由于算法收敛很慢,其结果是干扰对应的零陷不能迅速变浅,也将影响到卫星信号的正常接收。

根据上面的分析可知,在干扰数目或干扰功率突然减少时,误差信号的功率并不会发生明显改变,误差信号功率过小是导致算法收敛速度慢的主要原因。

## 2 算法改进

针对上述问题,提出一种改进的 LMS 算法,该算法的核心思想是通过参考阵元接收的信号进行功率监测来检测干扰数目或干扰功率的突变。一旦检测到干扰数目或干扰功率突然减少,则对 LMS 算法的迭代过程进行复位处理,从而达到使算法迅速收敛的目的。

参考阵元接收信号的功率可通过式(5)进行估计。

$$p(m) = \frac{1}{L} \sum_{n=mL+1}^{mL+L} x_r^*(n) x_r(n) \quad (5)$$

式中,  $L$  为用于估计功率的数据块长度。

所提算法的实现框图如图 1 所示。在权值迭代之前,首先要对阵列权值进行初始化处理,即令  $\mathbf{w}_a(1) = \mathbf{w}_0$  (6) 其中,  $\mathbf{w}_0$  为一个任意的  $N-1$  维列向量,一般可取零向量作为初始值。

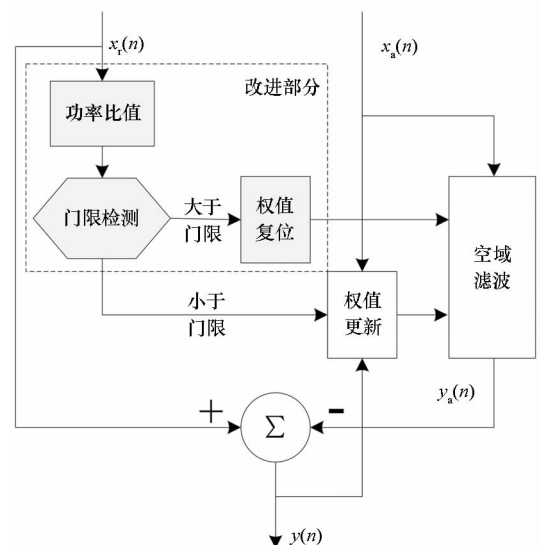


图 1 算法实现框图

Fig. 1 Block diagram of proposed algorithm

用阵列权值  $\mathbf{w}_a(n)$  对阵列输入数据  $\mathbf{x}_a(n)$  进

行空域滤波处理(见式(1))可得到空域滤波输出  $y_a(n)$ 。空域滤波输出与参考信号  $x_r(n)$  作差即可得到最终的阵列输出信号  $y(n)$ 。

对于阵列权值的计算,经典的 LMS 算法直接根据误差信号(在这里为阵列输出信号)和阵列输入信号即可计算出权值增量,并进一步可用式(3)进行权值更新,得到下一个快拍对应的阵列权值。

在经典 LMS 算法的基础上进行了相应的改进,改进部分如图 1 中的虚线框所示。首先用式(5)对参考阵元接收信号的功率进行块估计,得到前一个数据块对应的功率  $p(m-1)$  与当前数据块对应的功率  $p(m)$  的比值,并进行门限检测,即判断式(7)是否成立。

$$\frac{p(m-1)}{p(m)} > T \quad (7)$$

式中,  $T$  为检测门限。门限检测的目的是检测干扰数目或干扰功率的突然减少。为了降低虚警概率,可采取提高门限值或使用双门限检测等措施,这一部分的内容可参考文献[13]。

当检测量小于门限值时,根据式(3)对阵列权值进行更新。而当检测量大于门限值时,对阵列权值进行复位处理,即令

$$\mathbf{w}_a(n+1) = \mathbf{w}_0 \quad (8)$$

复位处理后,误差信号会突然增大,相应的权值增量也迅速变大,从而使得阵列权值迅速收敛到新的稳定状态。

相对传统的 LMS 算法,改进算法增加了一个功率监测模块,因此会增加算法实现复杂度。功率监测模块增加了一次复数乘法和一次复数加法运算,但这些运算量相对整个抗干扰算法来说非常小,不会影响到算法的实时性。

### 3 性能仿真

为了验证算法的性能,用软件接收机进行仿真。首先用 MATLAB 生成阵列信号,用来模拟产生天线阵接收到的不同入射方向上的 GNSS 信号、干扰以及噪声。然后用该算法对生成的阵列信号进行处理,并与经典的 LMS 算法进行对比。基本的仿真参数设置见表 1。

仿真实验一中,在  $t=0$  时刻,同时开启两个干扰,在  $t=50$  ms 时关闭干扰 1,用于模拟干扰数目的突然减少。仿真中,数据块长度  $L=1024$ ,检测门限  $T$  取经验值  $1.28^{[14]}$ 。

表 1 仿真中用到的参数

Tab. 1 Parameters used in simulations

参数类型	参数取值
天线阵型	间距为半波长的四元直线阵
GNSS 信号类型	北斗 B3 一期民码信号(PRN 1)
信号入射角	30°(线阵法线方向对应 0°)
信噪比	-30 dB(热噪声功率设为 0 dB)
干扰 1 类型	B3 频点的单频干扰
干扰 1 干信比	60 dB
干扰 1 入射角	20°
干扰 2 类型	20 MHz 宽带高斯干扰
干扰 2 干信比	65 dB
干扰 2 入射角	45°

图 2 给出了不同时刻下 LMS 算法得到的天线阵方向图,其中算法的步长因子固定为  $10^{-6}$ 。从图 2 中可以看到,天线阵在两个干扰方向均形成了零陷来抑制干扰,由于卫星信号的入射方向与干扰 1 的零陷方向接近,因此卫星信号也被部分抑制。在第 50 ms 关闭干扰 1 后,天线阵在 20° 方向处的零陷并没有迅速消失,而是慢慢变浅,直到第 100 ms 时才基本消失。干扰数目突然减少后,整个算法的收敛过程十分缓慢。这个实验结果与第 1 节的理论分析一致。

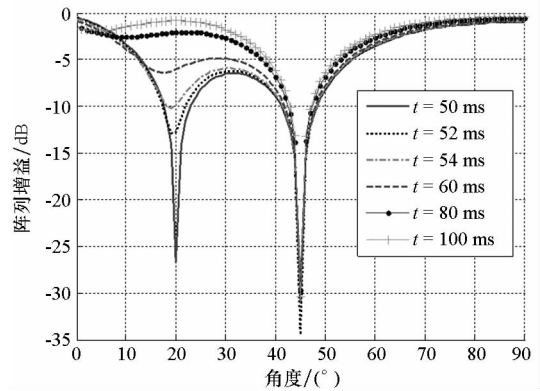


图 2 LMS 算法得到的天线阵方向图(实验一)  
Fig. 2 Antenna pattern obtained by LMS algorithm  
(Scenario 1)

图 3 给出了不同时刻下算法得到的天线阵方向图。从图 3 中可以看到,当干扰 1 在第 50 ms 关闭后,天线阵在 20° 方向处的零陷迅速消失,在第 51 ms 时算法就基本收敛,这时卫星信号的功率损耗也可以立即恢复。

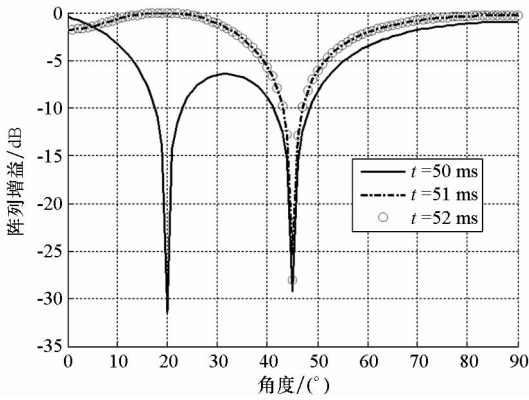


图 3 本文算法得到的天线阵方向图(实验一)  
Fig. 3 Antenna pattern obtained by proposed algorithm (Scenario 1)

图 4 进一步给出了不同算法得到的阵列输出信干噪比 (Signal to Interference plus Noise Ratio, SINR), 其定义为阵列输出信号功率与干扰加噪声功率之比。从图 4 中可以看到, 当干扰 1 关闭时, 本文算法的收敛速度明显优于 LMS 算法和归一化最小均方 (Normalized LMS, NLMS) 算法<sup>[15]</sup>。实际上, 本文算法在干扰 1 关闭后迅速收敛到了新的稳定状态 (即天线阵只在 45° 方向形成零陷), 从而阵列输出信干噪比迅速提升。实验中 NLMS 算法的步长因子固定为 0.05。值得注意的是, 对于 LMS 算法和 NLMS 算法, 增大步长因子可以提高算法的收敛速度, 但也会同时增大失调, 从而使算法性能下降。

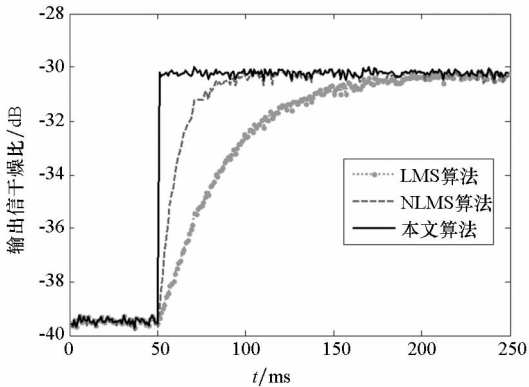


图 4 不同时刻下的阵列输出信干噪比(实验一)  
Fig. 4 Output SINR against times (Scenario 1)

仿真实验二中, 在  $t = 0$  时刻, 开启两个干扰, 在  $t = 50$  ms 时将两个干扰的功率衰减 20 dB, 用于模拟干扰功率由于遮挡等原因引起的突然衰减。仿真实验中其他参数与仿真实验一相同。

图 5 和图 6 对比了不同时刻下 LMS 算法和本文算法得到的天线阵方向图。从图 5 中可以看出, 对于 LMS 算法, 当干扰功率在第 50 ms 衰减

时, 天线阵在干扰方向的零陷并没有迅速变浅, 而是慢慢变浅, 整个算法的收敛过程十分缓慢。从图 6 中可以看出, 对于本文算法, 天线阵在干扰方向的零陷迅速变浅, 在第 51 ms 时算法就基本收敛, 实验结果与理论分析一致。

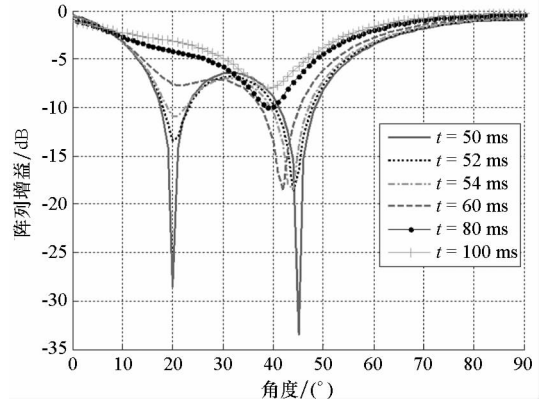


图 5 LMS 算法得到的天线阵方向图(实验二)  
Fig. 5 Antenna pattern obtained by LMS algorithm (Scenario 2)

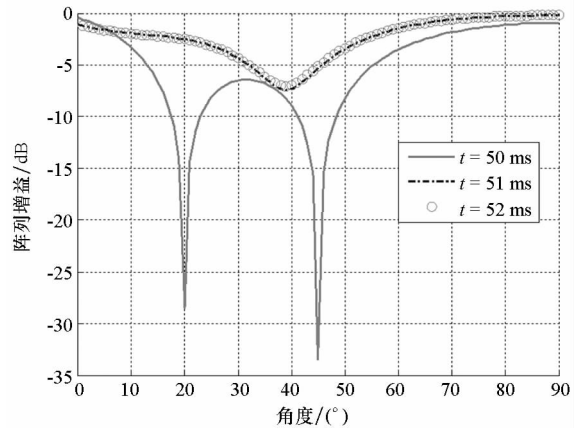


图 6 本文算法得到的天线阵方向图(实验二)  
Fig. 6 Antenna pattern obtained by proposed algorithm (Scenario 2)

### 4 结论

针对基于 LMS 算法实现的卫星导航功率倒置阵, 在干扰数目或干扰功率突然减少时算法收敛慢、影响信号接收的问题, 首先从理论上对这一现象的机理进行了分析, 指出误差信号功率过小是导致算法收敛慢的主要原因。进一步, 提出了一种改进的 LMS 算法, 该算法通过功率监测来检测干扰数目和干扰功率的突变, 并通过复位处理重置权值来达到使算法迅速收敛的目的。仿真实验结果表明, 与 LMS 算法和 NLMS 算法相比, 该方法可显著提高算法的收敛速度。该研究成果对卫星导航功率倒置阵的工程实现有一定的指导价值。

## 参考文献 (References)

- [1] Kaplan E D, Hegarty C J. Understanding GPS: principles and applications [M]. 2nd ed. US: Artech House, 2006.
- [2] O'Brien A J. Adaptive antenna arrays for precision GNSS receivers [D]. US: The Ohio State University, 2009.
- [3] Arribas J, Fernandez-Prades C, Closas P. Antenna array based GNSS signal acquisition for interference mitigation [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(1): 223 - 243.
- [4] Li M, Dempster A G, Balaei A T, et al. Switchable beam steering/null steering algorithm for CW interference mitigation in GPS C/A code receivers [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, 2011, 47(3): 1564 - 1579.
- [5] Daneshmand S, Broumandan A, Lachapelle G. GNSS interference and multipath suppression using an antenna array[C]//Proceedings of the 24th International Technical Meeting of the Institute of Navigation, 2011: 1183 - 1192.
- [6] Seco-Granados G, Fernandez-Rubio J A, Fernandez-Prades C. ML estimator and hybrid beamformer for multipath and interference mitigation in GNSS receivers [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(3): 1194 - 1208.
- [7] Applebaum S P. Adaptive arrays [J]. IEEE Transaction on Antennas and Propagation, 1976, 24(5): 585 - 598.
- [8] Zhang Y D, Amin M G. Anti-jamming GPS receiver with reduced phase distortions [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2012, 19(10): 635 - 638.
- [9] Widrow B. Adaptive antenna systems [J]. Proceedings of the IEEE, 1967, 55(12): 2143 - 2159.
- [10] 桑怀胜, 李峥嵘, 王飞雪, 等. 采用 RLS 算法的功率倒置阵列的性能 [J]. 国防科技大学学报, 2003, 25(3): 36 - 40.  
SANG Huai sheng, LI Zhengrong, WANG Feixue, et al. The performance of power inversion array using RLS algorithm[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2003, 25(3): 36 - 40. (in Chinese)
- [11] Compton R T, Jr. The power-inversion adaptive array: concept and performance [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1979, 15(6): 803 - 813.
- [12] Fu Z, Hornbostel A, Hammesfahr J, et al. Suppression of multipath and jamming signals by digital beamforming for GPS/Galileo applications[J]. GPS Solution, 2003, 6(4): 257 - 264.
- [13] Kay S M. Fundamentals of statistical signal processing [M]. US: Prentice Hall PTR, 1998.
- [14] 王瑛. 卫星导航天线阵抗干扰关键技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2008.  
WANG Ying. Research on the key technologies of anti-jamming antenna arrays in satellite navigation systems[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008. (in Chinese)
- [15] Goodwin G C, Sin K S. Adaptive filtering, prediction, and control [M]. US: Prentice-Hall, 1984.
- (上接第 35 页)
- [3] Cai C S, Gao Y. Performance analysis of precise point positioning based on combination GPS and GLONASS[C]//Proceedings of the ION GNSS 20th International Technical Meeting of the Satellite Division, Fort Worth, Texas, 2007.
- [4] 黄令勇, 吕志平, 任雅奇, 等. 多元总体最小二乘在三维坐标转换中的应用[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2014, 39(7): 793 - 798.  
HUANG Lingyong, LYU Zhiping, REN Yaqi, et al. Application of multivariate total least square in three-dimensional coordinate transformation [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2014, 39(7): 793 - 798. (in Chinese)
- [5] 黄令勇, 翟国君, 欧阳永忠, 等. 三频 GNSS 电离层周跳处理[J]. 测绘学报, 2015, 44(7): 717 - 725.  
HUANG Lingyong, ZHAI Guojun, OUYANG Yongzhong, et al. Ionospheric cycle slip processing in triple-frequency GNSS[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sina, 2015, 44(7): 717 - 725. (in Chinese)
- [6] 黄令勇, 翟国君, 欧阳永忠, 等. 削弱电离层延迟影响的三频 TurboEdit 周跳处理方法[J]. 测绘学报, 2015, 44(8): 840 - 847.  
HUANG Lingyong, ZHAI Guojun, OUYANG Yongzhong, et al. Triple-frequency TurboEdit cycles lip processing method of weakening ionospheric activity [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sina, 2015, 44(8): 840 - 847. (in Chinese)
- [7] 杨元喜. 自适应动态导航定位[M]. 北京: 测绘出版社, 2006.  
YANG Yuanxi. Adaptive navigation and kinematic positioning[M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2006. (in Chinese)