

稀疏贝叶斯学习框架下的扩展目标雷达关联成像*

周小利,王宏强,程永强,秦玉亮

(国防科技大学 电子科学与工程学院,湖南长沙 410073)

摘要:传统的关联成像方法未考虑复杂扩展目标的结构信息,在高分辨成像时的应用受到限制,为此提出一种自适应结构配对稀疏贝叶斯学习方法。该方法在稀疏贝叶斯学习的框架内针对扩展目标建立一种结构配对层次化高斯先验模型,然后采用变分贝叶斯期望-最大化算法交替进行目标重构和参数优化。该方法将某一信号分量的重构与周围信号分量联系起来,并能在迭代过程中自适应地调整表征各信号分量相关性的参数。实验结果表明,该方法针对扩展目标可以有效地进行高分辨成像。

关键词:雷达关联成像;扩展目标;稀疏贝叶斯学习;结构配对;变分贝叶斯期望-最大化

中图分类号:TN957 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2017)03-151-07

Radar coincidence imaging for extended targets in sparse Bayesian learning framework

ZHOU Xiaoli, WANG Hongqiang, CHENG Yongqiang, QIN Yuliang

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Radar coincidence imaging is a high-resolution staring imaging technique without the limitation of relative motion between target and radar. Conventional radar coincidence imaging methods ignore the structure information of complex extended target, which limits its applications in high resolution imaging, thus an adaptive pattern-coupled sparse Bayesian learning algorithm was proposed. To model the extended target, a pattern-coupled hierarchical Gaussian prior model was introduced in sparse Bayesian learning framework, and then the algorithm alternated between steps of target reconstruction and parameter optimization under the variational Bayesian expectation maximization framework. Therefore, the reconstruction of each coefficient involved its immediate neighbors, and the parameter indicating the pattern relevance between the coefficient and its immediate neighbors was updated adaptively during the iterations. Experimental results demonstrate that the proposed algorithm can achieve high resolution imaging effectively for the extended target.

Key words: radar coincidence imaging; extended target; sparse Bayesian learning; pattern-coupled; variational Bayesian expectation maximization

作为一种全天候、全天时、远距离的信息获取手段,雷达成像技术在空间监视、对地观测等领域有着非常重要的应用。现有的高分辨雷达成像系统多采用合成孔径雷达或逆合成孔径雷达成像技术,二者依据距离-多普勒成像原理,属于“运动成像”方式。雷达与目标的相对运动是成像的前提条件,同时也存在复杂运动补偿难度大,在“凝视/近凝视”的非理想观测几何下难以高分辨成像等难题。而雷达关联成像(Radar Coincidence Imaging, RCI)^[1-4]可以与传统的雷达成像系统形成互补。其作为一种新的凝视成像技术,不依赖于雷达与目标的相对运动,具有高分辨、抗截

获、抗干扰等优势,在静止/准静止平台凝视成像、灾情监测、海洋监视、高分辨对地观测等应用领域具有广泛的应用前景。

雷达关联成像借鉴经典的光学关联成像思想,通过对发射信号波前的调制,构造在时间和空间上随机分布的二维随机辐射电磁场,以此模拟具有随机涨落的光场分布,然后将目标散射回波与二维随机辐射场进行关联处理,从而实现波束内目标信息的提取与解耦^[1]。

目前,雷达关联成像正受到越来越多的关注和研究。中国科学技术大学^[5]、国防科技大学^[1-3]、西安电子科技大学^[6]、西安交通大学^[4]

* 收稿日期:2016-01-21

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61302149, 61302142);高等学校博士学科点专项科研基金博导类资助项目(20124307110013)

作者简介:周小利(1988—),男,湖北随州人,博士研究生,E-mail:zhouxiaoli@nudt.edu.cn;
王宏强(通信作者),男,研究员,博士,博士生导师,E-mail:oliverwhq1970@gmail.com

等单位相继展开相关研究,在关联成像基本原理、超分辨率机理、随机辐射源优化设计、成像算法等方面取得了一系列研究成果。中国科学技术大学利用所研制的原理演示装置验证了关联成像具有超 10 倍天线孔径限制的分辨能力。

由于雷达关联成像模型与压缩感知成像模型存在天然的一致性,目前关联成像算法的研究大多集中在压缩感知/稀疏重构类算法,其前提是目标满足稀疏特性,即目标可由少数占支配地位的局部散射中心近似描述^[7]。在点目标成像中,这类算法的成像效果较好。但是对于较复杂的扩展目标而言,目标散射点较多且呈区域性块聚集特性,空间域的稀疏性相对较差,此时传统的稀疏重构方法所能获得的成像结果常常并不理想^[8]。

对扩展目标进行稀疏成像时,除了要考虑散射点的稀疏先验之外,也要考虑其结构信息,这些信息在传统的稀疏重构算法中通常会被忽略。目前,已经有一些挖掘结构信息的算法,如 Group-BP^[9]、Block-OMP^[10]、Group-LASSO^[11]、Block-CoSaMP^[12]等。这些算法尽管有效,但是需要知道结构信息的先验,例如块的大小和划分,这在实际中通常是无法预知的。稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning, SBL)由于可以灵活地对目标先验信息进行建模,近来蓬勃兴起。Zhang 等考虑稀疏块元素之间的结构特性提出了块稀疏贝叶斯学习(Block SBL, BSBL)框架^[13]。文献[14]基于群稀疏模型和不同的稀疏先验利用变分贝叶斯参数估计方法提出了变分贝叶斯群稀疏(Variational Bayesian Group-Spare, VBGS)算法。文献[15-16]将“spike-and-slab”先验引入到 SBL 中,基于马尔科夫蒙特卡罗采样(Markov Chain Monte Carlo, MCMC)提出了 CluSS-MCMC^[15]方法,这一先验模型可以在诱导重构信号稀疏性的同时,也提高了信号系数呈块状聚集的可能性。文献[16-17]采用基于图论的先验概率模型来表征元素间的统计相关性。文献[18]同时考虑了整个稀疏信号块的稀疏性和块内元素的稀疏性,提出了一种分层稀疏贝叶斯学习算法(Hierarchical SBL, HiSBL)。文献[19-20]考虑相邻元素之间的统计相关性,提出了一种结构配对(pattern-coupled)的层次化高斯先验模型。在该模型中,各元素的稀疏的先验不仅与自身对应的超参数有关,而且与其相邻元素的超参数有关,这种结构可以有效促进块状聚类特征,挖掘块状先验。

针对传统的关联成像算法对扩展目标的成像

效果不佳的问题,本文提出了一种自适应结构配对稀疏贝叶斯学习算法(Adaptive Pattern-Coupled Sparse Bayesian Learning, APC-SBL)。

1 扩展目标雷达关联成像的贝叶斯模型

1.1 雷达关联成像模型

雷达关联成像的基本原理如图 1 所示。与传统雷达发射相干信号形成平面波前进行成像探测不同,雷达关联成像通过发射特定调制的雷达波形对信号波前进行随机调制,在波束内不同目标处形成具有差异性分布的辐射场激励,确保目标散射回波中蕴含可辨识的空间分布信息,从而为实现波束内超分辨成像提供可能。图 2 为关联成像形成的随机调制波前与传统雷达所形成的平面波前示意图,平面波前在不同时刻形成的波前分布基本一致,多次观测并不能带来信息量的增加;而关联成像的随机调制波前不仅在空间上是随机起伏的,增加了可用于波束内目标分辨的信息,同时在时间上的波前分布也是独立的,从而带来观测信息量的增加,为目标重构和超分辨提供必要条件。

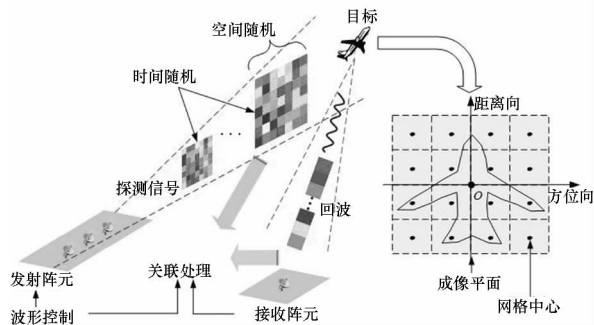
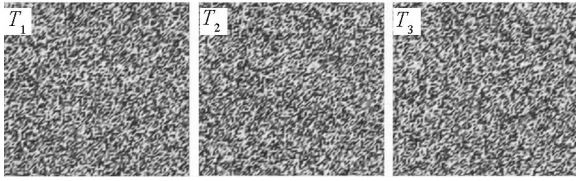


图 1 雷达关联成像原理图

Fig. 1 Basic principle of RCI

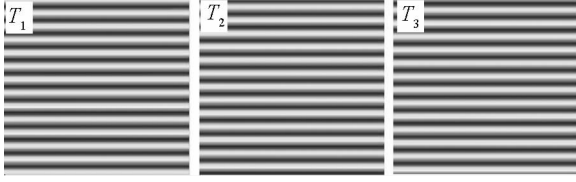
一种比较可行的构造时空二维随机辐射场的方式是通过雷达阵列发射相互独立的随机信号。因此雷达关联成像可以由多发多收(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)雷达系统实现。但是与 MIMO 雷达聚焦于多路径和多观测角不同,雷达关联成像利用发射信号的干涉增强波前的起伏和探测信号的空间差异性,同时 MIMO 雷达利用波形的正交性实现多路径分离,而雷达关联成像不需要进行信号分离。

根据文献[1]给出的模型,采用如图 1 所示的多发单收体制,发射阵元数为 M 。在进行成像处理前,首先将成像平面均匀划分为 K 个网格(也称为成像单元),并假设散射点均位于网格中心上。在雷达关联成像中,各发射阵元发射特定



(a) 不同时刻随机波前

(a) Random wavefront at different times



(b) 不同时刻平面波前

(b) Flat wavefront at different times

图2 探测信号波前示意图

Fig.2 Wavefront of detecting signals

调制的随机波形 $S t_m(t)$, 从而在成像平面上形成时空二维随机辐射场。目标图像可由回波与随机辐射场对应的参考信号进行关联处理得到。根据散射点与随机辐射场的作用规律, 可以将接收回波写为:

$$\begin{cases} \mathbf{y} = \mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\beta} + \mathbf{w} \\ \begin{bmatrix} y(t_1) \\ y(t_2) \\ \vdots \\ y(t_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(t_1, \mathbf{r}_1) & \cdots & S(t_1, \mathbf{r}_K) \\ S(t_2, \mathbf{r}_1) & \cdots & S(t_2, \mathbf{r}_K) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ S(t_N, \mathbf{r}_1) & \cdots & S(t_N, \mathbf{r}_K) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w(t_1) \\ w(t_2) \\ \vdots \\ w(t_N) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{w}$ 分别表示接收回波、散射系数和高斯噪声矢量; t_n 表示采样时刻。根据散射点均位于网格中心上这一假设, 第 k 个网格中心对应的散射系数为 $\beta_k, \beta_k = 0$ 表示该网格中心上没有散射点。 \mathbf{S} 为各个散射点处的辐射场所组成的参考信号矩阵, 其中第 k 个网格中心 \mathbf{r}_k 处的辐射场参考信号为:

$$S(t_n, \mathbf{r}_k) = \sum_{m=1}^M S t_m \left(t_n - \frac{|\mathbf{r}_k - \mathbf{R}_m| + |\mathbf{r}_k - \mathbf{R}_0|}{c} \right) \quad (2)$$

其中, \mathbf{R}_0 和 \mathbf{R}_m 分别表示接收阵元和第 m 个发射阵元的位置。

基于目标的稀疏先验, 式(1)表示的成像方程即为典型的稀疏重构模型, 目标的重构可以采用稀疏重构方法来解决。

1.2 扩展目标的贝叶斯模型

基于式(1)中的模型, 雷达关联成像需要利用被噪声污染的数据 \mathbf{y} 以及根据成像模型推演的参考信号矩阵 \mathbf{S} 来重构散射系数矢量 $\boldsymbol{\beta}$ 。在对扩展

目标进行关联成像时, 待成像目标的散射点分布是块状稀疏的, 且块结构样式和块大小均未知。为了充分挖掘目标的稀疏先验, 下面在 SBL 框架中, 对目标先验进行建模。

在传统的 SBL 框架中^[21], 一般假设 $\boldsymbol{\beta}$ 服从高斯-伽马先验分布, 以促进目标的稀疏性。

$$p(\boldsymbol{\beta} | \boldsymbol{\alpha}) = \prod_{k=1}^K CN(\beta_k | 0, \alpha_k^{-1}) \quad (3)$$

$$p(\boldsymbol{\alpha}; a, b) = \prod_{k=1}^K \text{Gamma}(\alpha_k | a, b) \quad (4)$$

其中: $CN(\cdot | \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ 表示均值为 $\boldsymbol{\mu}$ 、协方差为 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的复高斯分布, α_k^{-1} 为 β_k 的先验方差, $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K]^T$ 可以控制 $\boldsymbol{\beta}$ 的稀疏性。当 α_k 趋于无穷大时, 对应的 β_k 趋于 0。 $\text{Gamma}(\alpha_k | a, b) = \Gamma(a)^{-1} b^a \alpha_k^{a-1} e^{-b\alpha_k}$ 表示 α_k 服从参数为 a 和 b 的伽马分布。

可以看出该模型中 $\boldsymbol{\beta}$ 中的各个系数之间是相互独立的, 每一个系数由对应的超参数 α_k 来控制, 因此对块状结构没有诱导作用。但实际上, 对于扩展目标而言, 某一散射点的稀疏性可能与周围的散射点有关, 例如当周围的点的散射系数均非 0 时, 该散射点将以较大的概率趋于非 0。因此为了挖掘散射系数的这种相关性, 这里借鉴文献[19]的思想, 针对 $\boldsymbol{\beta}$ 建立一种结构化贝叶斯模型, 在该模型中, 每个散射系数的先验分布除了与自身对应的超参数有关外, 也与周围散射系数对应的超参数有关, 即

$$p(\boldsymbol{\beta} | \boldsymbol{\alpha}; \boldsymbol{\rho}) = \prod_{k=1}^K CN(\beta_k | 0, \gamma_k^{-1}) \quad (5)$$

其中: $\gamma_k \triangleq \alpha_k + \rho \zeta_k, \zeta_k = \sum_{l \in S_k} \alpha_l, S_k$ 代表第 k 个网格中心周围所有网格中心元素的集合, $\boldsymbol{\rho}$ 表征该网格与周围各网格的相关性。显然, 当 $\boldsymbol{\rho} = 0$ 时, 该模型退化为传统的 SBL 模型; 当 $\boldsymbol{\rho} \neq 0$ 时, β_k 的稀疏性不仅与 α_k 有关, 也与周围散射系数对应的超参数有关, 这样就使得各个网格对应的散射系数相互关联起来, 从而可以诱导块稀疏。

对于噪声, 通常假设其服从高斯分布, 同时假设其精度(方差的倒数)服从伽马分布(因为伽马分布与高斯分布为共轭分布, 可为后续推导提供便利), 即

$$p(\mathbf{w} | \alpha_0) = CN(\mathbf{w} | \mathbf{0}, \alpha_0^{-1} \mathbf{I}) \quad (6)$$

$$p(\alpha_0; c, d) = \text{Gamma}(\alpha_0 | c, d) \quad (7)$$

其中, α_0^{-1} 为噪声的先验方差, c 和 d 为 α_0 服从的伽马分布的参数。

2 基于 APC-SBL 的扩展目标关联成像算法

基于 1.2 节所建立的模型, 本节将在 VBEM

框架内推导提出的 APC-SBL 算法。

在 VBEM 框架^[22]中,首先定义隐变量(即未观测到的变量)为 $\Omega = \{\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}, \alpha_0\}$, 未知的确定性参数为 ρ 。在期望 - 最大化 (Expectation-Maximization, EM) 算法中,首先需要知道隐变量 Ω 的后验分布,即

$$p(\Omega | \mathbf{y}; \rho) = \frac{p(\Omega, \mathbf{y}; \rho)}{p(\mathbf{y})} \quad (8)$$

其中: $p(\Omega, \mathbf{y}; \rho)$ 为联合概率分布,但是由于 $p(\mathbf{y})$ 没有解析表达式,导致传统的 EM 算法不能直接应用。而 VBEM 算法在变分 E 步采用变分贝叶斯推理的方法对隐变量的后验分布进行估计而不是点估计,为此可以通过式(9)估计各个隐变量的近似后验概率密度^[22]。

$$\ln q_k = \langle \ln p(\Omega, \mathbf{y}; \rho) \rangle_{i \neq k} + c_0 \quad (9)$$

其中: q_k 表示 Ω 的第 k 个分量 Ω_k 的近似后验概率密度, $\langle \cdot \rangle_{i \neq k}$ 表示相对于 $q_i (i \neq k)$ 的数学期望, c_0 为归一化常数。通过应用 VBEM 算法及以上假设,可以计算出 Ω 中各分量的近似后验分布。利用式(9)可以得到:

$$\begin{aligned} \ln q(\boldsymbol{\beta}) &= \langle \ln p(\Omega, \mathbf{y}; \rho) \rangle_{q(\boldsymbol{\alpha})q(\alpha_0)} + c_0 \\ &= \langle \ln p(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \alpha_0; \rho) p(\boldsymbol{\beta} | \boldsymbol{\alpha}; \rho) \rangle_{q(\boldsymbol{\alpha})q(\alpha_0)} + c_0 \end{aligned} \quad (10)$$

经过推导可得:

$$q(\boldsymbol{\beta}) = CN(\boldsymbol{\beta} | \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\mu} = \langle \alpha_0 \rangle \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{S}^H \mathbf{y} \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = (\langle \alpha_0 \rangle \mathbf{S}^H \mathbf{S} + \langle \boldsymbol{\Lambda} \rangle)^{-1} \quad (13)$$

其中: $\langle \boldsymbol{\Lambda} \rangle = \text{diag}(\langle \gamma_1 \rangle, \langle \gamma_2 \rangle, \dots, \langle \gamma_K \rangle)$ 。

同理,可以推导 α_0 的后验分布,得到:

$$q(\alpha_0) = \text{Gamma}(\alpha_0 | \hat{c}, \hat{d}) \quad (14)$$

$$\hat{c} = c + N - 1 \quad (15)$$

$$\hat{d} = \langle \|\mathbf{S}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{y}\|_2^2 \rangle_{q(\boldsymbol{\beta})} + d \quad (16)$$

式(16)中, $\langle \|\mathbf{S}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{y}\|_2^2 \rangle_{q(\boldsymbol{\beta})} \triangleq \|\mathbf{S}\boldsymbol{\mu} - \mathbf{y}\|_2^2 + \alpha_0^{-1} \sum_{k=1}^K \lambda_k$, 其中 $\lambda_k = 1 - \gamma_k \boldsymbol{\Sigma}_{kk}$, $\boldsymbol{\Sigma}_{kk}$ 为 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的第 (k, k) 个元素。根据伽马分布的性质, α_0 的后验期望为:

$$\langle \alpha_0 \rangle = \frac{\hat{c}}{\hat{d}} \quad (17)$$

隐变量 $\boldsymbol{\alpha}$ 的后验分布可以通过式(18)计算。

$$\ln q(\boldsymbol{\alpha}) = \langle \ln p(\boldsymbol{\beta} | \boldsymbol{\alpha}; \rho) p(\boldsymbol{\alpha}; a, b) \rangle_{q(\boldsymbol{\beta})q(\alpha_0)} + c_0 \quad (18)$$

将式(4)和式(5)代入式(18)得:

$$\ln q(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{k=1}^K (a \ln \alpha_k + \ln \gamma_k - \gamma_k \langle |\boldsymbol{\beta}_k|^2 \rangle - b \alpha_k) + c_0 \quad (19)$$

令 $\omega_k \triangleq \langle |\boldsymbol{\beta}_k|^2 \rangle = |\boldsymbol{\mu}|_k^2 + \boldsymbol{\Sigma}_{kk}$ 。从式(19)可以看出与传统 SBL 中各个 α_k 独立更新不同, $\ln q(\boldsymbol{\alpha})$ 表达式中涉及 α_k 与 $\alpha_l (l \in S_k)$ 的交叉项, 很难求出 α_k 后验分布的准确形式。为此可以考虑在 VBEM 算法中的 M 步中更新 $\boldsymbol{\alpha}$, 即最大化 E 步中的 Q 函数 $Q(\boldsymbol{\alpha} | \boldsymbol{\alpha}^{\text{OLD}})$ 。 Q 函数表示给出当前估计参数 $\boldsymbol{\alpha}^{\text{OLD}}$ 及观测数据时, $\boldsymbol{\alpha}$ 的后验对数概率期望, 这与 $\ln q(\boldsymbol{\alpha})$ 是一致的。所以

$$Q(\boldsymbol{\alpha} | \boldsymbol{\alpha}^{\text{OLD}}) = \sum_{k=1}^K (a \ln \alpha_k + \ln \gamma_k - \gamma_k \omega_k - b \alpha_k) \quad (20)$$

最大化 Q 函数更新 $\boldsymbol{\alpha}$ 的估计值, 得:

$$\boldsymbol{\alpha}^{\text{NEW}} = \arg \max_{\boldsymbol{\alpha}} Q(\boldsymbol{\alpha} | \boldsymbol{\alpha}^{\text{OLD}}) \quad (21)$$

采用文献[19]介绍的方法, 用简单的次优解来代替最优解进行迭代优化, 可以求得:

$$\alpha_k^{\text{NEW}} = \frac{a-1}{b + \chi_k} \quad (22)$$

其中, $\chi_k = \omega_k + \rho \sum_{l \in S_k} \omega_l$ 。

而对于参数 ρ , 同样可以在 VBEM 中的变分 M 步对其估计进行更新, 即

$$\rho^{\text{NEW}} = \arg \max_{\rho} \langle \ln p(\mathbf{y}, \Omega; \rho) \rangle_{q(\boldsymbol{\beta}; \rho^{\text{NEW}})q(\boldsymbol{\alpha})q(\alpha_0)} \quad (23)$$

经过化简可以得到:

$$\rho^{\text{NEW}} = \arg \max_{\rho} \left(\sum_{k=1}^K \ln \gamma_k - \sum_{k=1}^K \gamma_k \omega_k \right) \quad (24)$$

令 $f(\rho) = \sum_{k=1}^K \ln \gamma_k - \sum_{k=1}^K \gamma_k \omega_k$, 从式(24)可以看出 ρ 的估计是一个非线性问题, 这里采用牛顿迭代法解决该问题, 即

$$\rho^{\text{NEW}} = \rho^{\text{OLD}} - [\nabla^2 f(\rho^{\text{OLD}})]^{-1} [\nabla f(\rho^{\text{OLD}})] \quad (25)$$

其中, $\nabla f(\rho^{\text{OLD}})$ 和 $\nabla^2 f(\rho^{\text{OLD}})$ 分别表示 ρ^{OLD} 处的一阶和二阶导数。 $\nabla f(\rho^{\text{OLD}})$ 和 $\nabla^2 f(\rho^{\text{OLD}})$ 可以化简为:

$$\nabla f(\rho^{\text{OLD}}) = \sum_{k=1}^K \zeta_k \left(\frac{1}{\alpha_k + \rho^{\text{OLD}} \zeta_k} - \omega_k \right) \quad (26)$$

$$\nabla^2 f(\rho^{\text{OLD}}) = - \sum_{k=1}^K \frac{\zeta_k^2}{(\alpha_k + \rho^{\text{OLD}} \zeta_k)^2} \quad (27)$$

在 VBEM 推理过程中, 每步的迭代计算量主要来源于式(12)的矩阵 - 向量乘积和式(13)的矩阵求逆运算, 其计算复杂度分别为 $O(K^2)$ 和 $O(K^3)$, 当网格数 K 较大时, 算法的计算量较大。事实上, 通过网格修剪, 所需处理的网格维数可以不断减小, 从而使得迭代过程中的计算量不断下降。网格修剪的方法是, 当某一网格对应的超参数 α_k^{NEW} 超过设定的阈值 α_{th} 时, 该网格即可被修

剪掉,即

$$H^{i+1} = \{k | \alpha_k^{\text{NEW}} < \alpha_{\text{th}}, k \in H^i\} \quad (28)$$

其中, H^{i+1} 为第 i 次修剪后的网格点的集合。

基于以上分析,利用 APC-SBL 算法重构目标散射系数的流程可以概括如下。

1) 初始化: 迭代次数 $i = 0$, $\alpha_0 = 10^2 / \text{VAR}(\mathbf{y})$, $\alpha = N / |\mathbf{S}^H \mathbf{y}|$, 网格点的集合 $H^0 = \{1, 2, \dots, K\}$;

2) 更新散射系数: 令 $i = i + 1$, 根据式 (12) 和式 (13) 计算 $\boldsymbol{\mu}$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}$;

3) 更新参数: 根据式 (22) 计算超参数 α_k^{NEW} ($k \in H^i$), 根据式 (25) 计算 ρ^{NEW} ;

4) 修剪网格点: 按照式 (28) 的方法修剪网格点, 同时对 $\boldsymbol{\mu}$ 、 \mathbf{S} 和 α 进行相应的修剪;

5) 判断终止条件: 当 $\|\boldsymbol{\mu}^{i+1} - \boldsymbol{\mu}^i\| / \|\boldsymbol{\mu}^i\| \leq \varepsilon$ 或者达到最大迭代次数 I_{max} ;

6) 输出重构结果: 利用当前重构的散射系数 $\boldsymbol{\mu}$ 和网格点集合 H^{i+1} 合成成像结果。

迭代初始值可以影响算法的收敛性能, 参考文献 [8, 19–22] 并结合所提算法和仿真实验对上述流程第 1 步中的初始值进行设置, 大量数值仿真检验了其有效性。根据 VBEM 算法的原理 [22], 在变分 E 步, 以当前隐变量的后验分布 $q^{\text{OLD}}(\boldsymbol{\Omega})$ 与当前参数估计 ρ^{OLD} 作为输入条件, 通过式 (9) 求解新的后验分布 $q^{\text{NEW}}(\boldsymbol{\Omega})$; 在变分 M 步, 通过求解式 (23) 获得新的参数估计 ρ^{NEW} 。APC-SBL 算法在迭代过程中会依次减小 Kullback-Leibler 散度和负对数似然函数的期望, 直至收敛, 同时迭代过程中高阶统计信息的利用也可以减小收敛到局部最小值的可能性。

3 仿真实验

本节将通过数值仿真对所提 APC-SBL 算法在扩展目标关联成像中的性能进行评估。其中评价算法重构性能的指标为: 相对成像误差 (Relative Imaging Error, RIE) $\xi = 20 \lg(\|\hat{\boldsymbol{\beta}} - \boldsymbol{\beta}\|_2 / \|\boldsymbol{\beta}\|_2)$, 其中 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ 和 $\boldsymbol{\beta}$ 分别表示重构的散射系数和真实的散射系数。

雷达工作在 X 波段, 载频为 10 GHz, 发射阵元配置方式为均匀线阵, 阵元数 $M = 8$, 阵元间距为 1 m。各阵元发射随机跳频信号 [23], 信号带宽为 500 MHz。成像平面均匀划分为 40×40 网格, 网格大小为 1 m \times 1 m。APC-SBL 算法的参数 $a = 2$, $c = 1$, $b = d = 10^{-6}$, 网格修剪参数 $\alpha_{\text{th}} = 10^2$, 终止条件参数 $\varepsilon = 10^{-6}$, 最大迭代次数 $I_{\text{max}} = 300$ 。除了所提算法之外, 两种典型的稀疏重构算法——正交匹配追踪 (Orthogonal Matching Pursuit,

OMP) 算法 [24]、平滑 L0 (Smoothed L0-norm, SLO) 算法 [25], 以及三种块稀疏重构算法——Group-BP、BSBL、CluSS-MCMC 算法 [16] 也进行了仿真, 用于对比分析。实验采用的目标模型如图 3 所示, 为相对于简单的点目标, 该目标在距离向和方位向均存在块状结构, 稀疏性相对较差。

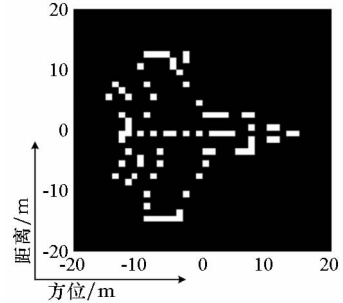


图3 目标场景

Fig. 3 Target scene

实验 1: 算法有效性验证。首先通过仿真实验检验算法对扩展目标的成像效果, 在仿真时加入信噪比为 20 dB 的高斯噪声, 仿真结果如图 4 所示。从图 4 中的成像结果可以看出传统的稀疏重构算法重构性能较差, 存在较多的“虚点”以及不同程度的“散焦”现象。其中 OMP 和 SLO 算法基本无法成像, 这是因为目标的稀疏性较弱, 使 OMP 和基于 L0 范数的 SLO 算法成像性能受限。Group-BP 和 BSBL 算法考虑了目标的块稀疏特性, 但是当块的大小和划分未知时, 很难对块稀疏结构进行精确描述和重构; 因此, 尽管这两种算法所成的图像具有一定的辨识度, 从中可以看出目标轮廓, 但是“虚点”也较多。CluSS-MCMC 算法也考虑了目标的块聚集特征, 并有针对性地进行了建模; 但由于采用的是 Gibbs 采样的方法, 并不能保证收敛到全局最优解, 而且重构性能受噪声影响较大, 因此重构结果也不理想。相比而言, APC-SBL 算法对噪声和块稀疏结构都进行了建模, 可以获得更加清晰、背景更加纯净的目标图像, 几乎不存在明显的“虚点”。

实验 2: 算法性能测试。下面通过蒙特卡洛仿真实验检验本文算法的时效性及对噪声的鲁棒性。所考察的信噪比范围为 10 ~ 40 dB, 对每一个信噪比进行 100 次独立实验, 每次实验记录各个算法的相对成像误差和运行时间, 结果如图 5 所示。仿真时采用的计算机配置为酷睿 i3 处理器, CPU 主频为 3.4 GHz, 内存为 4 GB, 仿真平台为 MATLAB 2012b。

从图 5(a) 中可以看出, 除了 OMP 之外的五

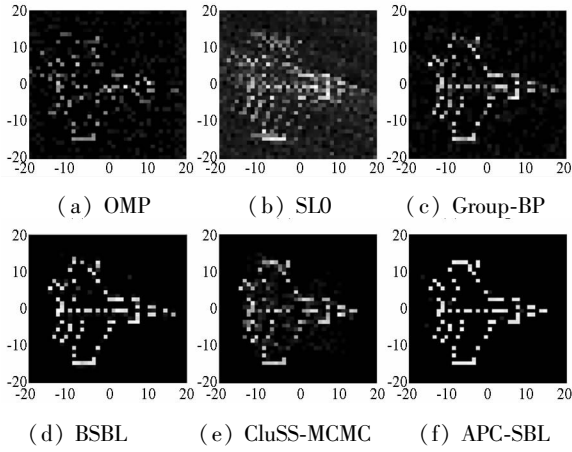
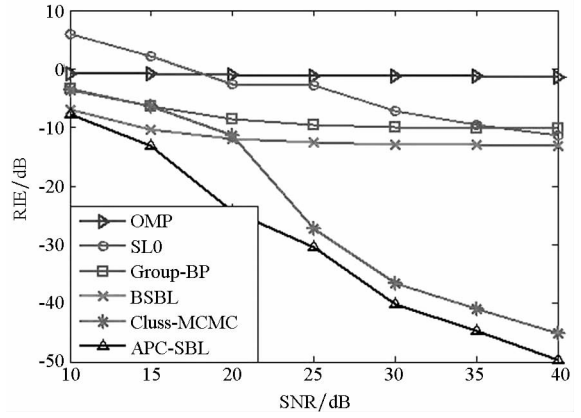


图 4 各种算法的雷达关联成像结果
Fig. 4 RCI results for different algorithms

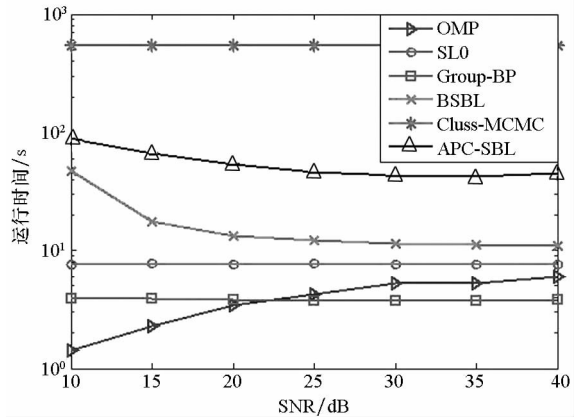
种算法的相对成像误差均随着信噪比的增加而减小,即算法性能与噪声水平密切相关;而噪声对 OMP 算法的影响较小,其重构误差基本保持在 -1 dB 左右,此时成像是失败的。同时,APC-SBL 算法的相对成像误差随信噪比增加而近似线性递减,说明算法性能对测量噪声比较敏感。由于 OMP、SLO 算法未考虑目标的块结构先验,重构误差较大。Group-BP、BSBL、CluSS-MCMC 和 APC-SBL 算法考虑了目标的块稀疏结构,重构性能有所改善,特别是在高信噪比时 CluSS-MCMC 和 APC-SBL 两种算法性能优势更加明显。CluSS-MCMC 算法尽管在高信噪比时性能较优,但是在低信噪比时性能反而不及 BSBL,这是因为算法在更新参数时采用的是 Gibbs 采样的方法,参数提取精度较低,对噪声比较敏感。相较而言,APC-SBL 算法既考虑了目标块稀疏结构,并能根据各次迭代结果自适应地调整各网格之间的相关性参数 ρ ,同时在迭代过程中也对噪声功率进行估计,具有更强的抑制噪声的能力。但是,随着信噪比的降低,APC-SBL 算法性能优势越来越不明显,因此如何进一步改善算法在低信噪比下的重构性能是需要进一步研究的内容。

算法的时效性如图 5(b) 所示。可以看出,OMP 和 SLO 算法运算较快,这两种算法的迭代过程比较简单,计算量小。Group-BP 和 BSBL 算法的计算复杂度较高,计算时间较长,特别是 BSBL 在低信噪比时的收敛速度变慢,需要的迭代次数增多,运行时间更长。CluSS-MCMC 一般需要 200 次以上的 Gibbs 采样才能达到稳定采样,收敛速度很慢。APC-SBL 算法的时效性虽不及 OMP、SLO、Group-BP 和 BSBL,但是比 CluSS-MCMC 算法要好,其运行时间与 BSBL 算法基本处在同一



(a) 信噪比对相对成像误差的影响

(a) RIE vs. SNR



(b) 信噪比对算法运行时间的影响

(b) Runtime vs. SNR

图 5 算法性能测试结果

Fig. 5 Performance test results of proposed algorithm

量级。同时,在低信噪比时,APC-SBL 算法达到收敛所需的迭代次数也逐渐增加,算法的时效性变差。

4 结论

作为一种新的凝视高分辨成像体制,雷达关联成像有望突破现有雷达成像系统在非理想观测几何条件下高分辨率成像的瓶颈难题。传统的稀疏重构方法对简单的稀疏点目标成像效果较好。但实际扩展目标的稀疏性往往较差且呈现块聚集特性,此时传统的稀疏重构算法的成像性能会下降。为此本文提出一种基于自适应结构配对稀疏贝叶斯学习的重构算法,针对扩展目标建立一种结构配对层次化高斯先验模型来表征各信号分量间的统计相关性,以诱导块状稀疏结构,然后在 VBEM 的框架下完成目标重构和参数优化。实验结果表明,与传统的稀疏重构算法相比,所提算法在无须知道目标块状结构的先验信息的情况下,针对复杂的扩展目标依然取得了良好的重构效果。

参考文献 (References)

- [1] Li D Z, Li X, Cheng Y L, et al. Radar coincidence imaging: an instantaneous imaging technique with stochastic signals [J]. *IEEE Transactions on Geoscience Remote Sensing*, 2014, 52(4): 2261 – 2277.
- [2] Li D Z, Li X, Cheng Y L, et al. Radar coincidence imaging in the presence of target-motion-induced error [J]. *Journal of Electronic Imaging*, 2014, 23(2): 023014.
- [3] Zhou X L, Wang H Q, Cheng Y Q, et al. Sparse auto-calibration for radar coincidence imaging with gain-phase errors [J]. *Sensors*, 2015, 15(11): 27611 – 27624.
- [4] Zhu S T, Zhang A X, Xu Z, et al. Radar coincidence imaging with random microwave source [J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2015, 14: 1239 – 1242.
- [5] Guo Y Y, He X Z, Wang D J. A novel super-resolution imaging method based on stochastic radiation radar array [J]. *Measurement Science and Technology*, 2013, 24(7): 074013.
- [6] 邵鹏, 许然, 李浩林, 等. Björck-Schmidt 正交化微波凝视成像方法的研究 [J]. *信号处理*, 2014, 30(4): 450 – 456.
- SHAO Peng, XU Ran, LI Haolin, et al. The research on Björck-Schmidt orthogonalization for microwave staring imaging [J]. *Journal of Signal Processing*, 2014, 30(4): 450 – 456. (in Chinese)
- [7] Potter L C, Chiang D M, Carriere R, et al. A GTD-based parametric model for radar scattering [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1995, 43(10): 1058 – 1067.
- [8] Wang L, Zhao L F, Bi G A, et al. Enhanced ISAR imaging by exploiting the continuity of the target scene [J]. *IEEE Transactions on Geoscience Remote Sensing*, 2014, 52(9): 5736 – 5750.
- [9] Ewout V D B, Friedlander M P. Probing the pareto frontier for basis pursuit solutions [J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2008, 31(2): 890 – 912.
- [10] Eldar Y C, Kuppinger P, Bölcskei H. Block-sparse signals uncertainty relations and efficient recovery [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(6): 3042 – 3054.
- [11] Eldar Y C, Mishali M. Robust recovery of signals from a structured union of subspaces [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(11): 5302 – 5316.
- [12] Baraniuk R G, Cevher V, Duarte M F, et al. Model-based compressive sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(4): 1983 – 2001.
- [13] Zhang Z L, Rao B D. Extension of SBL algorithms for the recovery of block sparse signals with intra-block correlation [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(8): 2009 – 2015.
- [14] Derin B S, Shinichi N, Do M N. Bayesian group-sparse modeling and variational inference [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(11): 2906 – 2921.
- [15] Yu L, Sun H, Barbot J P, et al. Bayesian compressive sensing for cluster structured sparse signals [J]. *Signal Processing*, 2012, 92(1): 259 – 269.
- [16] Peleg T, Eldar Y C, Elad M. Exploiting statistical dependencies in sparse representations for signal recovery [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(5): 2286 – 2303.
- [17] Drúmeau A, Herzet C, Daudet L. Boltzmann machine and mean-field approximation for structured sparse decompositions [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(7): 3425 – 3438.
- [18] Wang L, Zhao L F, Bi G R, et al. Hierarchical sparse signal recovery by variational Bayesian inference [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2014, 21(1): 110 – 113.
- [19] Fang J, Shen Y N, Li H B, et al. Pattern-coupled sparse Bayesian learning for recovery of block-sparse signals [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(2): 360 – 372.
- [20] Duan H P, Zhang L Z, Fang J, et al. Pattern-coupled sparse Bayesian learning for inverse synthetic aperture radar imaging [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, 22(11): 1995 – 1999.
- [21] Tipping M E. Sparse bayesian learning and the relevance vector machine [J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2001, 1(3): 211 – 244.
- [21] Tzikas D G, Likas A C, Galatsanos N P. The variational approximation for Bayesian inference [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(6): 131 – 146.
- [23] Gogineni S, Nehorai A. Frequency-hopping code design for MIMO radar estimation using sparse modeling [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(6): 3022 – 3035.
- [24] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655 – 4666.
- [25] Figueiredo M A T, Nowak R D, Wright S J. Gradient projection for sparse reconstruction: application to compressed sensing and other inverse problems [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(4): 586 – 597.