doi:10.11887/j.cn.201704003

http://journal. nudt. edu. cn

# 飞行器动态滑翔的受力平衡状态。

单上求,侯中喜,王 鹏,郭 正

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要:为了研究动态滑翔的物理本质,从受力平衡的角度出发,根据物理定律推导平衡方程,从数学上 求解出方程解集构成的平衡曲线。以信天翁和某小型无人机在不同风梯度下滑翔为例对平衡曲线进行仿 真。分析和仿真结果表明:平衡曲线是满足受力平衡的所有速度状态的集合,由上升和下降两个分支构成; 上升分支只有当风梯度足够大时才存在,是动态滑翔的关键。

关键词:动态滑翔;无动力飞行;风梯度;受力平衡;无人机

中图分类号: V212.1 文献标志码: A 文章编号: 1001 - 2486 (2017) 04 - 015 - 06

## Force balance in dynamic soaring of aerial vehicle

#### SHAN Shangqiu, HOU Zhongxi, WANG Peng, GUO Zheng

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: To clarify the physical essential, a perspective of force balance to dynamic soaring was put forward. Equilibrium equations were derived according to physical laws. The solution of the equations solved mathematically formed a curve. Simulations of the curve were made in the cases of an albatross and an unmanned air vehicle in different wind gradients for instances. The results of analysis and simulation indicate that the curve is the velocity set that satisfies the equilibrium equations; the curve consists of a climbing branch and a diving one; the climbing branch exists only if the gradient is sufficiently large, and it is critical to dynamic soaring.

Key words: dynamic soaring; effortless flight; wind gradient; force balance; unmanned air vehicle

飞行器在天空中飞行会消耗大量的能源,那 么飞行器可否不携带任何能源却又能够持久飞行 呢?如果飞行器能够时刻从环境中获取能量来补 充它消耗的部分,答案就是肯定的。在大气环境 中,尤其是在贴近地面和海面处,由于剪切层的存 在,当地的风速会随着高度而改变,这样的风场被 称为梯度风场。飞行器在飞过梯度风场时空速会 发生额外的改变,因此飞行器有可能利用梯度风 场补充动能消耗。这一获能原理最初是从观察信 天翁飞行时发现的。人们观察到,信天翁可以一 次飞行长达数千公里而几乎不拍打翅膀<sup>[1]</sup>。 Rayleigh 勋爵首次从飞行力学的角度分析了信天 翁利用海面梯度风场获取能量的机理<sup>[2]</sup>。此后, 信天翁利用梯度风场获能的飞行方式被称为动态 滑翔。

Rayleigh 提出的 Rayleigh 循环概念吸引了很 多研究者投入动态滑翔研究<sup>[3]</sup>。单上求等研究 了三维质心动力学的能量转化机理,并给出了速度空间中的最大获能功率和边界曲面<sup>[4]</sup>。更多的研究者利用计算机日益强大的计算能力,通过各种过程优化算法尝试对动态滑翔问题优化航迹。Zhao 利用 NPSOL 优化软件分别数值求解出无动力飞行器<sup>[5]</sup>和有动力飞行器<sup>[6]</sup>动态滑翔的最小循环。Sachs等求解了动态滑翔的最优控制问题<sup>[7]</sup>,并计算了闭合航迹的最小切变风梯度<sup>[8]</sup>。Deittert等利用了系统的微分平滑特性优化跨国无动力飞行路径<sup>[9]</sup>。朱炳杰等采用高斯伪谱法计算了最优航迹的能量变化<sup>[10]</sup>。

虽然数值优化算法能够给出理想航迹,但对 于未知环境,实时计算量仍旧过大。因此,很多研 究者转向更直观更易于计算的路径生成方法研 究,希望动态滑翔理论向实际应用更近一步。 Lawrance 等提出了跟踪最大能量获取方向的算 法<sup>[11]</sup>。Langelaan 等给出了先估计风场,再利用

 <sup>\*</sup> 收稿日期:2016-07-07
 基金项目:国家 863 计划资助项目(2014AA7054035)
 作者简介:单上求(1987—),男,辽宁锦州人,博士研究生,E-mail:ssq870424@126.com; 侯中喜(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:hzx@ nudt.edu.cn

估计的风场计算航迹的方案<sup>[12]</sup>。Gao 等设计了 一个基于函数的分段生成航迹方法来实现动态滑 翔<sup>[13]</sup>。然而,这些方法仍旧没有从机理层面给出 合理的解释。

本文相比于以往的研究更加关注于飞行力学 机理,对动态滑翔给出更具物理意义的解释,特别 探讨了三自由度动态滑翔动力学系统的平衡点。 联系平衡曲线理论和传统观点更加深刻地揭示出 动态滑翔的物理机制。

### 1 动态滑翔原理

信天翁在大气中飞行本身是耗能的,而由于 风梯度的存在,这种海鸟却能从中补充能量而持 续飞行,其根源在于它巧妙地利用了空速在海面 梯度风中的变化。其原理如图1所示,由于边界 层效应,海面常常形成类似图1具有风切变形式 的梯度风场。图1将风场简化为上下两层,下层 接近海面的风速为0,上层的水平风速为7 m/s。 此时假设信天翁以17 m/s的水平地速逆风从下 层穿越到上层时(图1逆风上升段),由于速度矢 量合成,空速会突然增加7 m/s。





如果在风场固连参考系中观察,速度突然从 17 m/s 增加到 24 m/s,动能瞬间增大,动能因风 梯度的增加量往往等效于有动力飞行器动力系统 做功。因此,在理论分析中,风梯度也常常等效为 动力,称之为动态滑翔力。动态滑翔力是动态滑 翔的唯一能源,后文会对其具体讨论。

#### 1.1 Rayleigh 循环

信天翁获取能量的周期过程即 Rayleigh 循 环,分为四个阶段:逆风上升、高空转弯、顺风下降 和低空转弯。假设信天翁已经完成图 1 中的逆风 上升过程,此时空速已经达到 24 m/s,地速 17 m/s。 接着,信天翁保持同样的空速(假设能量损耗为 0)转弯直到顺风飞行,此时地速为空速与风速之 和,即31 m/s,这一过程称为高空转弯。之后,信 天翁以此速度由上层穿越到下层。由于顺风,空 速再次突然增加了7 m/s,也达到31 m/s,这一过 程称之为顺风下降。信天翁保持同样的空速转弯 直到逆风飞行,这一过程称为低空转弯。此时,信 天翁已完成整个 Rayleigh 循环,准备开始连接新 的逆风上升过程来完成第二次循环,不同点是经 过一次 Rayleigh 循环后空速和地速都增加了2 倍 风速,即增至31 m/s。

#### 1.2 梯度风场模型

梯度风场的两层模型是比较粗略的描述,实际海面上的风速是随高度连续变化的。图2展示的是符合 MIL-F-8785C 标准的一个海面梯度风对数模型,可表示为:

$$W = W_6 \frac{\ln(z/z_0)}{\ln(6/z_0)}, \ 0.9 \ m < h < 300 \ m$$
(1)

其中,W和z分别代表的是风速和高度, 而 $W_6$ 和 $z_0$ 代表6m处的风速和基准高度(通常认为是0.5m)。

风梯度 G<sub>w</sub> 可表示为:

$$G_w = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}z} \tag{2}$$

从图 2 可见,风梯度随着高度的增加而减小。 在接近海面处,风速变化极其陡峭,其风梯度至少 有 1 s<sup>-1</sup>~2 s<sup>-1</sup>。这意味着高度上升 1 m,风速至 少增加 1 m/s~2 m/s。如此强烈的风梯度会对飞 行力学产生显著影响。



梯度(b)随高度变化曲线



#### 2 梯度风中受力与平衡

在风固连坐标系中,由于风梯度的存在,无动

力飞行器除了受到重力和气动力外,还受到动态 滑翔力的影响<sup>[4]</sup>。动态滑翔力是牵连惯性力,本 质上由空速在不同风速的风层中变化而引起。因 此,要讨论受力平衡状态,就要研究这三个力的 平衡。

### 2.1 动态滑翔力

既然动态滑翔力是惯性力,根据力学原理可 以得到动态滑翔力  $F_i$ 的表达式。

 $F_i = ma_i$  (3)

 其中, m 为飞行器质量,  $a_i$  为非惯性参考系的相对加速度。又因为参考系随当地梯度风运动, 可知相对加速度为:

$$\boldsymbol{a}_{i} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{W}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{W}}{\mathrm{d}z} \cdot \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = v_{z}\boldsymbol{G}_{w}$$
(4)

其中, $G_w$ 代表风梯度矢量, $v_z$ 是飞行器的上升速度大小。将式(4)代入式(3)中,可得动态滑翔力表达式为:

$$\boldsymbol{F}_i = m \boldsymbol{v}_z \boldsymbol{G}_w \tag{5}$$

由此可见,动态滑翔力同风梯度成正比,这意味着 风梯度越大,飞行器可以从梯度中获得的动力越 多。同时,还注意到动态滑翔力产生的必要条件 是 v<sub>4</sub>不能为0,即必须有垂直方向的速度,这意味 着飞行器必须从不同风速的风层中穿过才能从风 梯度中获取动力。

#### 2.2 受力平衡方程

气动力可以分解为升力和阻力,阻力同空速 反向,升力与空速垂直。那么气动力大小 *F*<sub>a</sub> 可以 表示为:

$$F_a = qs \sqrt{C_{\rm L}^2 + C_{\rm D}^2} \tag{6}$$

其中,q是动压,s是机翼面积,C<sub>L</sub>和C<sub>D</sub>分别是升 力系数与阻力系数。动压可以表示为:

$$q = \frac{1}{2}\rho v^2 \tag{7}$$

其中,ρ为当地空气密度。

假设飞行器受力平衡,气动力则必须抵消重 力与动态滑翔力的合力。图 3 显示平衡不仅要求 力的大小相等,还要求力共线,即角  $\lambda$ 等于角  $\delta$ 。 据此得到两个受力平衡方程:

$$F_a = \left| m \boldsymbol{g} + \boldsymbol{F}_i \right| \tag{8}$$

$$\boldsymbol{F}_{a} \cdot \boldsymbol{V} = -(\boldsymbol{m}\boldsymbol{g} + \boldsymbol{F}_{i}) \cdot \boldsymbol{V}$$
(9)

其中,g代表重力加速度矢量,式(8)和式(9)分 别从大小和方向约束了平衡状态。

由于气动力和动态滑翔力都依赖于速度,因 此只有在某些特殊的速度状态下,受力平衡方程 才能满足。在这些受力平衡的状态下,飞行器将



图 3 受力平衡原理 Fig. 3 Principle of force balance

保持匀速直线运动,其对应的速度就是使受力平 衡方程成立的解。由于这些特殊的速度状态可以 保持恒定,故称之为"平衡点"。

## 3 动态滑翔系统的平衡点

## 3.1 求解平衡方程

将式(5)~(7)代入式(8)中,可以得到关于 空速的方程为:

$$v^{4} = \frac{4m^{2}(g^{2} + G_{w}^{2}v_{z}^{2})}{\rho^{2}s^{2}(C_{L}^{2} + C_{D}^{2})}$$
(10)

从图 3 可以看出, 气动力在速度方向上的投影就是阻力, 那么式(9)的左边可以表示为:

$$\boldsymbol{F}_{a} \cdot \boldsymbol{V} = -\frac{1}{2}\rho v^{3} s C_{\mathrm{D}} \qquad (11)$$

同时式(9)右边可以表示为:

 $-(mg + F_i) \cdot V = mv_z(g - G_w v_x)$  (12) 其中,  $v_x$  代表与风梯度同向的速度分量。结合 式(11)和式(12)化简式(9),可得:

$$-\frac{1}{2}\rho v^{3}sC_{\rm D} = mv_{z}(g - G_{w}v_{x})$$
(13)

联合式(10)与式(13)可以得到 *v*<sub>x</sub>关于 *v*<sub>z</sub>的 表达式为:

$$v_x = \frac{v \cos \lambda + v_z R_g}{R_w v_z} \tag{14}$$

$$v = (R_g^2 + R_w^2 v_z^2)^{1/4}$$
(15)

其中,λ是阻力和气动力的夹角。因此

$$\cos\lambda = C_{\rm D} / \sqrt{C_{\rm L}^2 + C_{\rm D}^2} \tag{16}$$

为了表达简捷, Rg 和 Ru 为如下定义的参数。

$$R_g = \frac{2mg}{\rho s \sqrt{C_{\rm L}^2 + C_{\rm D}^2}} \tag{17}$$

$$R_{w} = \frac{2mG_{w}}{\rho s \sqrt{C_{\rm L}^{2} + C_{\rm D}^{2}}}$$
(18)

而 v, 的表达式为:

$$v_{y} = \pm \sqrt{v^{2} - v_{x}^{2} - v_{z}^{2}}$$
(19)  
将式(14)代入,可得:

$$v_{y} = \pm \sqrt{v^{2} - \left(\frac{v\cos\lambda + v_{z}R_{g}}{R_{w}v_{z}}\right)^{2} - v_{z}^{2}} \quad (20)$$

其中,*v*,的正负性由飞行器的滚转角决定,*v*,在 飞行器左滚转时为正,右滚转时为负。式(14)和 式(20)是平衡方程的解。

#### 3.2 平衡曲线方程

从式(14)和式(20)可以看出, v<sub>x</sub>和 v<sub>y</sub>是 v<sub>z</sub> 的函数。因此对于动态滑翔, 平衡点并不唯一, 平 衡点的集合构成了以 v<sub>z</sub>为自变量的一条曲线, 称 为平衡曲线。曲线方程为:

$$\begin{cases} v_{x}(v_{z}) = \frac{v(v_{z})\cos\lambda + v_{z}R_{g}}{R_{w}v_{z}} \\ v_{y}(v_{z}) = \pm \sqrt{v^{2}(v_{z}) - \left(\frac{v\cos\lambda + v_{z}R_{g}}{R_{w}v_{z}}\right)^{2} - v_{z}^{2}} \\ v(v_{z}) = \left(R_{g}^{2} + R_{w}^{2}v_{z}^{2}\right)^{1/4} \end{cases}$$
(21)

*v<sub>z</sub>*>0时,其对应的平衡点代表了飞行器匀速 上升,称这些平衡点为上升平衡点;反之,当*v<sub>z</sub>*<0 时,则称对应的平衡点为下降平衡点。

#### 3.3 平衡曲线仿真

为了更直观地理解平衡曲线,分别以信天翁 和某小型无人机为例,在3组不同的风梯度下仿 真并绘制出平衡曲线。信天翁和无人机对应的仿 真参数见表1和表2。

表 1	飞行器仿直参数 <sup>[9]</sup>
1X I	いしてい長少女

Tab. 1 Aircraft parameters in the simulation $[9]$				
参数名称	信天翁	某小型无人机		
质量/kg	8.5	4.5		
翼面积/m <sup>2</sup>	0.63	0.47		
升力系数	1.32	1.1		
阻力系数	0.066	0.043		

表2 其他仿真参数

Tab. 2 Other simulation parameters

重力加速度/(m/s <sup>2</sup> )	大气密度/(kg/m <sup>3</sup> )	风梯度/s <sup>-1</sup>
9.8	1.22	0.8
		1.2

图 4 显示平衡曲线的形态为分离的两个封闭 分支,其中一个分支的垂直方向速度恒大于 0,表 明该分支上的所有点都是上升平衡点,故称该分 支为上升平衡曲线。而对于另一分支,其对应的 垂直方向速度恒小于0,则称其为下降平衡曲线。 图5给出了信天翁在0.8 s<sup>-1</sup>风梯度时滑翔的平 衡曲线。



图 4 信天翁在风梯度为 1 s<sup>-1</sup>时的平衡曲线 Fig. 4 Equilibrium curve of an albatross soaring in the gradient of 1 s<sup>-1</sup>





同样是信天翁的平衡曲线,图5与图4相比, 只有一个下降平衡曲线的闭合分支。这意味着 0.8 s<sup>-1</sup>的风梯度不足以为信天翁匀速爬升提供 所需的动力。在该风梯度下,信天翁只能匀速下 降,因而无法补偿高度损失而难以持续滑翔。 图6对比了信天翁和某小型无人机在风梯度为 1.2 s<sup>-1</sup>时的平衡曲线。



(a) 立体图





(b) *v<sub>x</sub>v<sub>y</sub>* 平面投影

(b) Projection on  $v_x v_y$  plane





## 图 6 信天翁和某小型无人机在风梯度 为 1.2 s<sup>-1</sup>时的平衡曲线对比图

Fig. 6 Comparison between the equilibrium curves of an albatross and an UAV in the gradient of 1.2 s  $^{-1}$ 

行器参数来提高动态滑翔性能。平衡曲线仿真结 果显示,当风梯度足够大时会出现上升平衡曲线。 而上升平衡曲线恰好对应于 Rayleigh 循环中的逆 风上升段。逆风上升是动态滑翔最为关键的环 节,平衡曲线揭示了动态滑翔的物理机制。

### 4 结论

本文从受力平衡的角度分析了梯度风场中无 动力滑翔的机理,推导出受力平衡方程和方程解 集构成的平衡曲线。经过分析和仿真发现,由于 风梯度的存在,平衡速度曲线具有两个独立的封 闭分支。其中一个分支对应于无动力飞行器自动 上升,从而飞行器可以利用该分支补偿高度。而 上升分支只有在风梯度足够大时才存在,这是持 续滑翔的关键。因此,平衡曲线解释了在梯度风 场中持续无动力滑翔的物理本质。平衡点的相关 性质为设计航迹特别是理解 Rayleigh 循环中的上 升过程提供了清晰简明的理论工具。

## 参考文献(References)

- Alimi S E, Maatallah T, Dahmouni A W, et al. Modeling and investigation of the wind resource in the gulf of Tunis, Tunisia[J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2012, 16(8): 5466 - 5478.
- [2] Rayleigh L. The soaring of birds [J]. Nature, 1883, 27(701): 534-535.
- [3] Richardson P L. How do albatrosses fly around the world without flapping their wings? [J]. Progress in Oceanography, 2011, 88(1/2/3/4): 46 - 58.
- [4] 单上求,侯中喜,朱炳杰,等.动态滑翔动力学建模与风梯度能量获取[J].国防科技大学学报,2015,37(4): 45-49.

SHAN Shangqiu, HOU Zhongxi, ZHU Bingjie, et al. Dynamics modeling of dynamic soaring and energy gaining from the wind gradient [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2015, 37(4): 45 – 49. (in Chinese)

- [5] Zhao Y J. Optimal patterns of glider dynamic soaring [J]. Optimal Control Applications and Methods, 2004, 25 (2): 67 - 89.
- Zhao Y J, Qi Y C. Minimum fuel powered dynamic soaring of unmanned aerial vehicles utilizing wind gradients [J].
   Optimal Control Applications and Methods, 2004, 25(5): 211-233.
- [7] Sachs G, Bussotti P. Application of optimal control theory to dynamic soaring of Seabirds [J]. Variational Analysis and Applications, 2005, 79: 975 - 994.
- [8] Sachs G. Minimum shear wind strength required for dynamic soaring of albatrosses [J]. Ibis, 2005, 147(1): 1-10.
- [9] Deittert M, Richards A, Toomer C A, et al. Engineless unmanned aerial vehicle propulsion by dynamic soaring [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(5):

1446 - 1457.

- [10] 朱炳杰,侯中喜.无人机风梯度滑翔过程中能量变 化[J].国防科技大学学报,2015,37(1):78-83.
  ZHU Bingjie, HOU Zhongxi. Energy transformation in dynamic soaring of unmanned aerial vehicles[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2015, 37(1): 78-83.(in Chinese)
- [11] Lawrance N R J, Sukkarieh S. Autonomous exploration of a wind field with a gliding aircraft [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2011, 34(3): 719-723.
- [12] Langelaan J W, Spletzer J, Montella C, et al. Wind field estimation for autonomous dynamic soaring [C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2012: 16 – 22.
- [13] Gao X Z, Hou Z X, Guo Z, et al. Analysis and design of guidance-strategy for dynamic soaring with UAVs[J]. Control Engineering Practice, 2014, 32(32): 218 – 226.