

绕月轨道阴影区域建模与轨道优化*

邱实,曹喜滨,张锦绣

(哈尔滨工业大学 航天学院,黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要:针对绕月运行轨道建立月球阴影区域与地球阴影区域的数学模型,给出了卫星是否处于阴影区域的判据;利用黄金分割法搜索出了阴影区域的边界值。将禁忌搜索算法嵌入遗传算法中并结合具体案例,搜索出了阴影时长最短的最优目标轨道。所给出的绕月轨道阴影区域模型简单且能够满足工程精度需求,可用于星上自主预报算法;所给出的嵌入式遗传算法能有效避免陷入局部最优并快速收敛。

关键词:绕月轨道;月球阴影;地球阴影;遗传算法;禁忌搜索

中图分类号:V520.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2017)04-026-07

Mathematical models of lunar orbit shadow and optimization of lunar orbits

QIU Shi, CAO Xibin, ZHANG Jinxiu

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Mathematical models of lunar and Earth shadow were established for lunar orbits. Also, the criterion was proposed to decide whether the satellite was in the shadow area. Golden section search optimization was used to search out the boundary values of the shadow area. In combination with specific cases, the optimal targeting lunar orbit was given by the genetic algorithm which was embedded in tabu search. The mathematical models of lunar orbit shadow given out in this article are simple enough to be used in on-board computer. Meanwhile, they can meet the engineering accuracy requirements. The embedded genetic algorithm has advantage of fast convergence without trapping in local optimum.

Key words: lunar orbit; lunar shadow; Earth shadow; genetic algorithm; tabu search

绕月卫星在月食,尤其是在月全食期间,由于月球与地球的同时遮挡,其同一周期内阴影时间可能变得很长,这就对卫星的电源、热控和计算机等系统的设计带来了新的、难度极大的挑战。因此对绕月运行轨道的阴影区域进行分析与预报非常必要。

有众多学者对地影预报问题进行了研究。对地影建模分析的主要方法及其优缺点总结如下:将阴影区域按圆锥或圆柱形区域处理(两者的区别在于是否将太阳作点光源处理),通过求解四次方程的方法得到卫星进出地影的位置^[1-5],该方法精度较高但模型复杂且计算量大;用数值迭代的方法求解卫星进出地影的位置^[6],该方法思维难度低,但其强依赖于迭代初值,收敛性较差;根据卫星所在位置对日、地、月三者的视场角半径与视场面积的方法判断卫星与阴影的位置关系^[7],该方法模型相对简单,但相对误差较大;将

阴影区域转化为直线与地球球面相切的空间几何问题,利用几何的方法求解地影相关的问题^[8],但该方法判据复杂,等等。除此之外,这些建模方法只考虑了卫星所围绕的中心天体对阳光遮挡所产生的阴影,而没有考虑其他天体(如月球)可能产生的影响。

Kulshrestha等在文献[9]中,通过寻找太阳与月球在轨道面内的交叉切线来确定月球阴影区域。这种方法确定的阴影区域包含了月球阴影的本影与伴影,与卫星工具包(Satellite Tool Kit, STK)中阴影的确定方法结果一致,精度较高;但该模型表达复杂,并且没有考虑因地球遮挡产生的地球阴影的影响,因此不能真实描述绕月运行轨道最恶劣的光照条件。

本文通过将太阳光做平行光近似对月球阴影区域进行了重新建模,并分析了该近似处理所产生的误差影响;考虑了地球遮挡的影响,对地球阴

* 收稿日期:2016-09-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(91438202,61690212)

作者简介:邱实(1990—),男,江苏徐州人,博士研究生,E-mail:qiushihit@163.com;

张锦绣(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:jinxu@hit.edu.cn

影区域进行了数学建模。此外,本文给出了月球轨道阴影区域的搜索判据,并利用黄金分割法搜索出了月球阴影和地球阴影区域的边界。文章最后结合月球超长波干涉仪的具体案例,利用嵌入禁忌搜索算法的改进遗传算法对目标轨道的选择进行了优化。

1 阴影区域模型描述及其模型建立

由于日地距离远远大于太阳(地球/月球)直径,完全可以将太阳光当成平行光来处理。如图1所示,对于月球阴影来说, β 角即为由于进行平行光近似处理所带来的阴影区域角度误差。由图易得:

$$\sin\beta = \frac{R_s}{L_1} = \frac{R_m}{L_2} \text{ 且 } L_1 + L_2 = 1AU \quad (1)$$

式中:1AU为1个天文单位。代入具体数值,可求得 $\beta = 0.0273^\circ$ 。

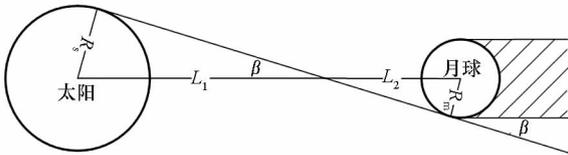


图1 平行光处理分析

Fig. 1 Parallel light analysis

用二体轨道动力学解算由角度误差所带来的阴影时长误差,绘制误差时间随轨道高度的变化如图2所示。由图可知,误差时间随轨道高度的增加而增加,但当轨道高度达10 000 km时,误差时间小于1.8 s。因此,将太阳光作平行光处理是合理的。

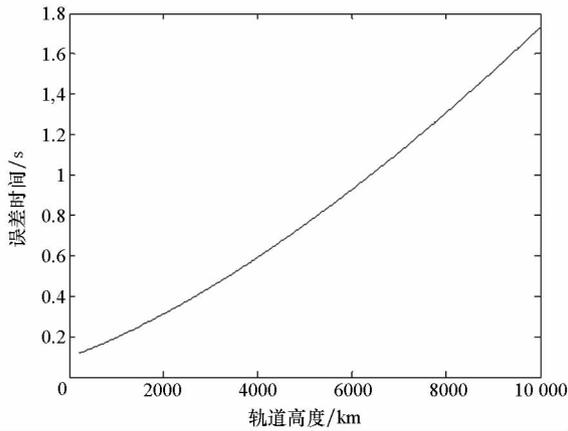


图2 误差时间随轨道高度变化

Fig. 2 Error time vary with orbit height

为方便描述月球与地球阴影区域,建立月心轨道坐标系:该坐标系的坐标原点位于月球质心,基本平面为卫星运行的轨道平面,X轴由月球质

心指向近月点,Z轴垂直轨道平面指向月球北极方向,Y轴与二者成右手坐标系。该坐标系与月心惯性系的转换关系可表示如下:

$$\mathbf{r}_o = R_z(\omega) \cdot R_x(i) \cdot R_z(\Omega) \cdot \mathbf{r}_l \quad (2)$$

式中: \mathbf{r}_o 、 \mathbf{r}_l 分别为月心轨道系与月心惯性系下的矢量表达。欧拉角 ω 、 i 和 Ω 分别为绕月运行轨道的近月点幅角、轨道倾角和升交点赤经。令

$$\Phi_l^o = R_z(\omega) \cdot R_x(i) \cdot R_z(\Omega) \quad (3)$$

则 Φ_l^o 为月心惯性系到月心轨道系的转换矩阵。

月球轨道阴影包含由月球遮挡产生的月球阴影和由地球遮挡产生的地球阴影两部分,如图3所示。

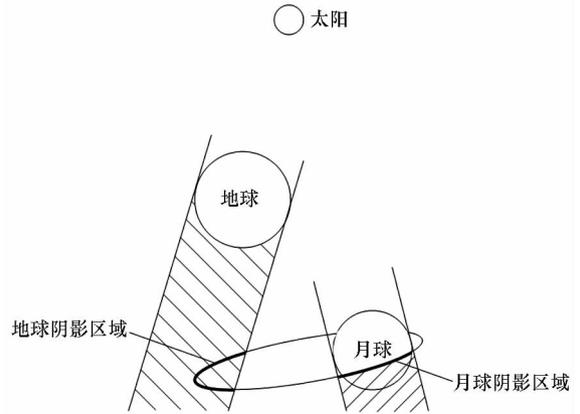


图3 月球轨道阴影描述

Fig. 3 Description of lunar orbit shadow

图3中日、地、月三者仅为位置上的示意。下面分别对两阴影区域进行数学建模。

1.1 月球阴影模型的建立

忽略月球的非球形影响,在月球的背阴面,会形成圆柱形的阴影区域^[10]。

如图4所示,卫星轨道平面截该阴影区域将得到以月心为中心的椭圆,该椭圆的短半轴为月

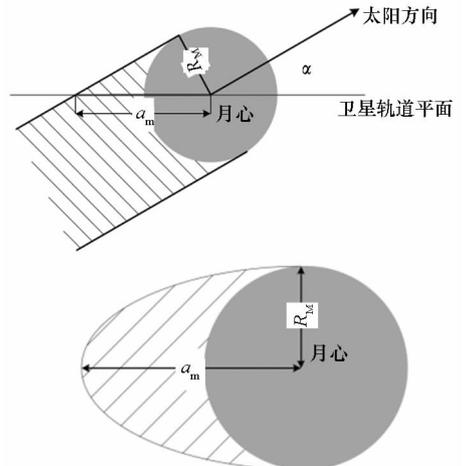


图4 月球阴影分析

Fig. 4 Lunar shadow analysis

球半径,长半轴由几何关系易得:

$$a_m = R_M / \sin \alpha \quad (4)$$

式中: α 为太阳矢量方向与卫星轨道平面的夹角。由喷气推进实验室 (Jet Propulsion Laboratory, JPL) 公布的高精度星历 DE421 及坐标转换关系可求得在月心轨道坐标系下太阳相对月球的位置矢量 $\mathbf{r}_{M,S} = [r_{M,S1} \ r_{M,S2} \ r_{M,S3}]^T$, 即相对月心的太阳矢量方向。那么

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{r_{M,S3}}{|\mathbf{r}_{M,S}|}\right) \quad (5)$$

至此,由上述推导与计算可以得出描述阴影区域边界的三个量:椭圆中心 - 月心、短半轴 R_m 和长半轴 a_m 。

令月心太阳矢量在轨道面内的投影与偏心率矢量 \mathbf{e} 的夹角为 ε_M , 该夹角即为椭圆拱线方向与月心轨道系 X 轴的夹角。因此,在月心轨道坐标系下,月球阴影区域的方程可描述为:

$$\frac{[x \cdot \cos(\varepsilon_M) + y \cdot \sin(\varepsilon_M)]^2}{a_m^2} + \frac{[-x \cdot \sin(\varepsilon_M) + y \cdot \cos(\varepsilon_M)]^2}{R_m^2} \leq 1 \quad (6)$$

1.2 地球阴影模型的建立

对于地球阴影来说,建模方法与月球阴影相似,卫星轨道平面截由于地球遮挡而产生的圆柱形阴影将得到椭圆形阴影区域。如图 5 所示,该椭圆的短半轴为地球半径 R_E , 长半轴由几何关系易得:

$$a_E = R_E / \sin \gamma \quad (7)$$

式中, γ 为相对地心的太阳矢量与轨道平面的夹角。 γ 角具体的求解方法与 1.1 节中 α 角的求解方法类似,在此不再赘述。

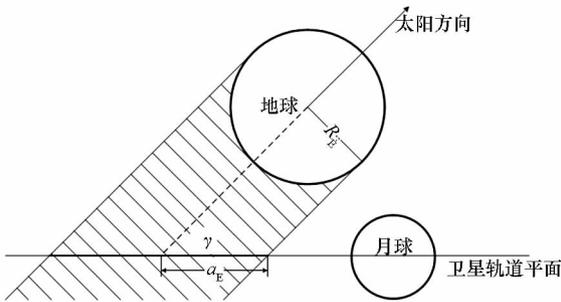


图 5 地球阴影分析

Fig. 5 Earth shadow analysis

需要注意的是,地球阴影的中心并不在月心,而在日地连线与轨道平面的交点处。利用星历 DE421 以及坐标转换关系可得到月心轨道系下的地球与太阳矢量分别为:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_E = [x_E \ y_E \ z_E] \\ \mathbf{r}_S = [x_S \ y_S \ z_S] \end{cases} \quad (8)$$

那么,日地连线的直线方程可表示为:

$$\frac{x - x_E}{x_S - x_E} = \frac{y - y_E}{y_S - y_E} = \frac{z - z_E}{z_S - z_E} \quad (9)$$

令 $z = 0$, 可得椭圆中心为:

$$\begin{cases} x_{\text{ell}} = x_E - \frac{x_S - x_E}{z_S - z_E} \cdot z_E \\ y_{\text{ell}} = y_E - \frac{y_S - y_E}{z_S - z_E} \cdot z_E \end{cases} \quad (10)$$

因此,在月心轨道坐标系下,地球阴影区域的方程可描述为:

$$\frac{[x \cdot \cos(\varepsilon_E) + y \cdot \sin(\varepsilon_E) - x_{\text{ell}}]^2}{a_E^2} + \frac{[-x \cdot \sin(\varepsilon_E) + y \cdot \cos(\varepsilon_E) - y_{\text{ell}}]^2}{R_E^2} \leq 1 \quad (11)$$

式中, ε_E 为该椭圆拱线方向与月心轨道系 X 轴的夹角。

如前所述,本文已经对月球阴影与地球阴影分别进行了建模。令式(6)与式(11)的解集分别为 A 和 B , 即:

$$A = \left\{ (x, y) \left| \frac{[x \cdot \cos(\varepsilon_M) + y \cdot \sin(\varepsilon_M)]^2}{a_m^2} + \frac{[-x \cdot \sin(\varepsilon_M) + y \cdot \cos(\varepsilon_M)]^2}{R_m^2} \leq 1 \right. \right\} \quad (12)$$

$$B = \left\{ (x, y) \left| \frac{[x \cdot \cos(\varepsilon_E) + y \cdot \sin(\varepsilon_E) - x_{\text{ell}}]^2}{a_E^2} + \frac{[-x \cdot \sin(\varepsilon_E) + y \cdot \cos(\varepsilon_E) - y_{\text{ell}}]^2}{R_E^2} \leq 1 \right. \right\} \quad (13)$$

那么,月球轨道阴影区域 C 即可表示为:

$$C = A \cup B \quad (14)$$

2 黄金分割法搜索阴影区域边界

由上述椭圆方程,构造如下函数:

$$\begin{cases} f(x, y) = \frac{[x \cdot \cos(\varepsilon_M) + y \cdot \sin(\varepsilon_M)]^2}{a_m^2} + \frac{[-x \cdot \sin(\varepsilon_M) + y \cdot \cos(\varepsilon_M)]^2}{R_m^2} - 1 \\ g(x, y) = \frac{[x \cdot \cos(\varepsilon_E) + y \cdot \sin(\varepsilon_E) - x_{\text{ell}}]^2}{a_E^2} + \frac{[-x \cdot \sin(\varepsilon_E) + y \cdot \cos(\varepsilon_E) - y_{\text{ell}}]^2}{R_E^2} - 1 \end{cases} \quad (15)$$

阴影的边界包含于上述方程的零点。将卫星实时的位置矢量 \mathbf{r} 转换到月心轨道系下表示为 $\mathbf{r}_o = [x_o \ y_o \ 0]$, 由于卫星的位置矢量一定在轨道平面内, 因此其在 Z 轴的分量为零。

对于月球阴影, 判断卫星是否处于阴影区域不仅需要满足上述椭圆方程, 月球与太阳还需位于卫星的同一侧, 那么, 卫星是否处于月球阴影区的判据可表达如下:

$$\begin{cases} f(x_o, y_o) \leq 0 \\ \varphi_M = \arccos\left(\frac{\mathbf{r}_{M,S} \cdot \mathbf{r}_o}{|\mathbf{r}_{M,S}| \cdot |\mathbf{r}_o|}\right) > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (16)$$

同理, 卫星是否处于地球阴影区的判据可表达如下:

$$\begin{cases} g(x_o, y_o) \leq 0 \\ \varphi_E = \arccos\left(\frac{\mathbf{r}_{M,S} \cdot \mathbf{r}_{M,E}}{|\mathbf{r}_{M,S}| \cdot |\mathbf{r}_{M,E}|}\right) < \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (17)$$

式中, $\mathbf{r}_{M,S}$ 、 $\mathbf{r}_{M,E}$ 分别为太阳与地球相对于月球的位置矢量。

黄金分割一维搜索算法简单, 收敛速度均匀, 且由于它一次将搜索区间分为三份^[11], 相较于二分法来说收敛速度更快。下面利用黄金分割法搜索阴影区域的边界值。

事实上, 在轨道确定的情况下, 卫星的位置矢量 \mathbf{r} 与真近点角 θ 间有着——对应的关系, 那么, 对位置矢量的搜索可以转化为对真近点角的搜索。下面以月球阴影区域边界搜索为例, 给出黄金分割一维搜索方法流程^[12]。

Step 1: 首先, 将一个轨道周期内的真近点角进行 N 等分, 计算每一等分点所对应的卫星位置矢量并将其转换到月心轨道系下, 由式(16)和式(17)判断其是否处于阴影区内。那么, 阴影区域的边界位于相邻两个使式(16)或式(17)变号的真近点角之间。需要说明的是, 若 $f(x_o, y_o)$ 的符号由正变负, 则说明该边界为进入阴影区域的边界值, 反之则为出阴影区域的边界值。这样, 可以得到每一次卫星进出阴影区域的真近点角范围 $[\theta_0, \theta_f]$ 。

Step 2: 对搜索区间进行黄金分割:

$$\Delta\theta = \begin{cases} \theta_{M,OUT} - \theta_{M,IN} + \theta_{E,OUT} - \theta_{E,IN}, \theta_{M,OUT} < \theta_{E,IN} \text{ 或 } \theta_{E,OUT} < \theta_{M,IN} \\ \theta_{M,OUT} - \theta_{E,IN}, \theta_{E,IN} < \theta_{M,IN} < \theta_{E,OUT} < \theta_{M,OUT} \\ \theta_{E,OUT} - \theta_{M,IN}, \theta_{M,IN} < \theta_{E,IN} < \theta_{M,OUT} < \theta_{E,OUT} \\ \theta_{E,OUT} - \theta_{E,IN}, \theta_{E,IN} < \theta_{M,IN} < \theta_{M,OUT} < \theta_{E,OUT} \\ \theta_{M,OUT} - \theta_{M,IN}, \theta_{M,IN} < \theta_{E,IN} < \theta_{E,OUT} < \theta_{M,OUT} \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \theta_i = \theta_0 + 0.382(\theta_f - \theta_0) \\ \theta_{i+1} = \theta_0 + 0.618(\theta_f - \theta_0) \end{cases}$$

计算 θ_i 、 θ_{i+1} 及其对应的卫星位置矢量, 由阴影区域判据判断 $f(x_o, y_o)$ 的符号。

Step 3: 判断使 $f(x_o, y_o)$ 符号发生变化的相邻两个真近点角, 将其分别赋值给 θ_0 与 θ_f 。

Step 4: 重复步骤 2~3, 直到精度 $tol = \theta_f - \theta_0$ 满足要求为止。

黄金分割搜索算法的流程图如图 6 所示。

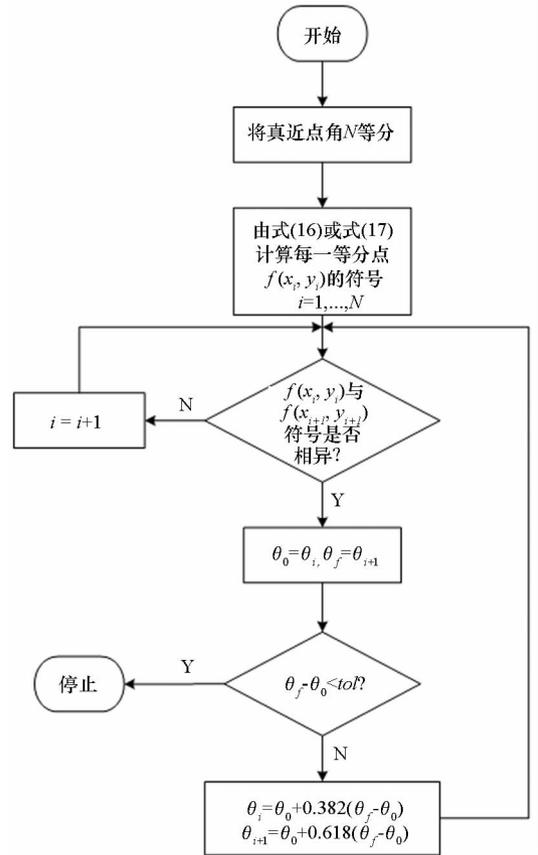


图 6 黄金分割算法流程图

Fig. 6 Flow diagram of golden section search algorithm

利用黄金分割搜索算法可以快速地搜索出卫星进出阴影区域的边界值: $\theta_{M,IN} < \theta_{M,OUT}$ 和 $\theta_{E,IN} < \theta_{E,OUT}$, 角标 M 和 E 分别表示月球阴影与地球阴影。那么, 绕月运行卫星在同一周期内所经历阴影区域用真近点角描述为:

由平近点角与真近点角和时间的关系:

$$M_e = 2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\theta}{2} \right) - \frac{e \sqrt{1-e^2} \sin \theta}{1+e \cos \theta} \quad (19)$$

$$M_e = \frac{\mu^2}{h^3} (1-e^2)^{\frac{3}{2}} t \quad (20)$$

可得绕月卫星在同一周期内所经历阴影区域的时长为:

$$t = \frac{h^3}{\mu^2} \cdot \frac{2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\Delta \theta}{2} \right) - \frac{e \sqrt{1-e^2} \sin \Delta \theta}{1+e \cos \Delta \theta}}{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (21)$$

3 禁忌搜索算法对遗传算法的改进

传统遗传算法一个明显的缺点便是“早熟”，由于编码存在汉明悬崖问题(汉明悬崖是指某些相邻整数的二进制代码之间有很大的汉明距离；汉明距离是指两个等长字符串对应位置的不同字符的个数^[13]。例如十进制 127 和 128 的二进制编码分别为 01111111 和 10000000，其汉明距离为 8，而一般相邻整数间的汉明距离为 1 或 2)，而且一般变异率较小，因此，传统遗传算法的爬山能力较弱，寻优结果容易陷入局部最优。而禁忌搜索算法的产生源于对人类的记忆功能的模仿，它使用禁忌表将刚搜索过的数据域隔离开来，有效地扩大了搜索范围，保证了搜索的全局性；然而，禁忌搜索算法对于初始解的依赖程度很高，若初始解不合理，极有可能导致算法不收敛。

若将禁忌搜索算法与遗传算法结合起来，利用禁忌搜索算法不重复搜索的特性，便可以解决传统遗传算法因爬山能力弱而导致陷入局部最优的问题。嵌入禁忌搜索的遗传算法计算流程如图 7 所示。

由图 7 可以看到，这种混合优化算法是将禁忌搜索算法嵌入到遗传算法中，用禁忌搜索算法代替了遗传算法中的变异操作，这样编码中的汉明悬崖问题便不复存在，遗传算法的全局搜索能力也得到了增强^[14]。具体地，在遗传算法执行完交叉操作后，对每一个染色体生成一个 0~1 之间的随机数 r ，若 $r \leq P_m$ (P_m 为变异概率)^[15]，则对该染色体进行变异操作，否则跳过该染色体。需要进行变异的染色体即为禁忌搜索算法的初始解^[16]，对该初始解进行邻域移动操作，选择最优解集更新禁忌表，重复移动与更新禁忌表的操作，直到满足禁忌搜索算法的终止条件。对每一个需要变异的染色体进行该禁忌搜索操作，便完成了

一次完整的遗传算法搜索^[17]。

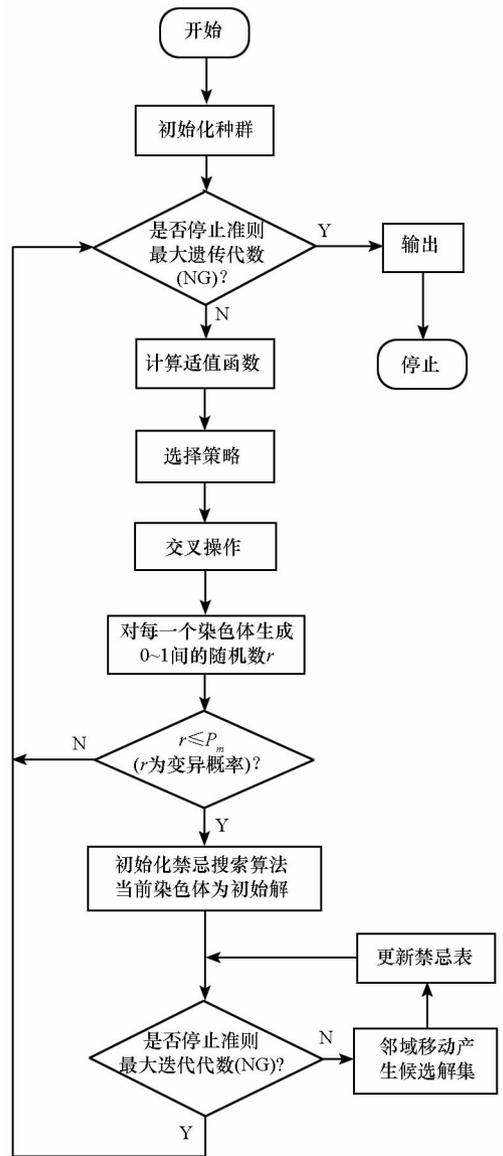


图 7 嵌入式遗传算法计算流程

Fig. 7 Tabu search embedded genetic algorithm

4 仿真校验

本节结合某月球轨道超长波天文观测微卫星任务为例验证所述阴影模型以及优化算法的有效性^[18]。

该微卫星预计于 2018 年 5 月 20 日发射，卫星设计寿命为 1 年。然而在 2018 年 7 月 27 日将出现一次月全食，卫星在进入目标轨道两个月后将进入月全食时期。届时卫星所经历的连续阴影时间在其寿命期内将会出现一次极小值。为使卫星在此月全食期间经历的时长尽可能短，需要对目标轨道参数进行优化。由于燃料的限制以及特定的任务需求，卫星轨道参数的可选范围列于表 1 中。

表1 仿真轨道参数

Tab.1 Simulation orbit elements

轨道参数	参数取值
轨道初始时刻	2018年7月27日 20:00:00.000 UTCG
升交点赤经/(°)	300
近月点幅角/(°)	100
近月点高度/km	250
轨道倾角/(°)	[8,20]
远月点高度/km	[7000, 10 000]

在本例中,仿真参数为轨道倾角与远月点高度,仿真时长为相应的一个轨道周期。在任务条件限制内,改变远月点高度和轨道倾角,结合本文给出的阴影区域模型,得到不同轨道在月全食期间一个轨道周期内的阴影时长,利用给定的嵌入式遗传算法搜索得到阴影时长最短的最优轨道参数。

由本文给出的阴影区域模型,以真近点角为搜索变量,画出轨道最长阴影时间随远月点高度和轨道倾角的等高线图,如图8所示。

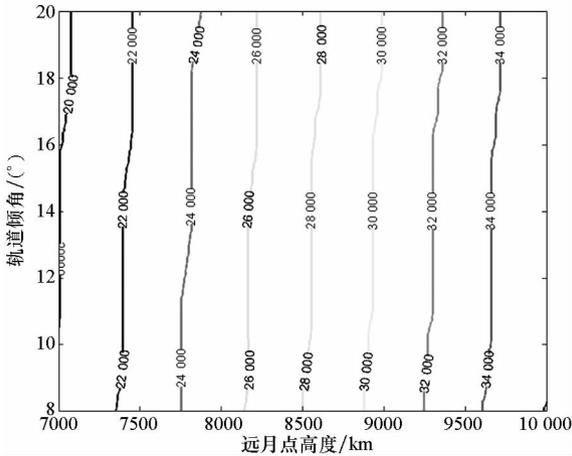


图8 最长阴影时间等高线图

Fig.8 The longest shadow time contour map

由图8可知,在给定约束条件内,最长阴影时间随着远月点高度的增加以及轨道倾角的变大而减小,而且远月点高度的影响大于轨道倾角的影响。因此在实际任务中,利用有限的燃料来降低远月点高度比增大轨道倾角带来的优势更大。

选取轨道倾角与远月点高度作为优化参数,定义寻优变量如下:

$$\begin{cases} i = [8^\circ, 20^\circ] \\ h_a = [7000 \text{ km}, 10\ 000 \text{ km}] \end{cases}$$

给定轨道倾角 i 和远月点高度 h_a 后,轨道唯

一确定,那么卫星在月全食期间一个周期内所经历的阴影时长也可由本文给定的模型唯一确定,不妨设阴影时长 t 与轨道倾角 i 和远月点高度 h_a 的数学关系为(非解析解):

$$t = \varphi(i, h_a)$$

则待优化的目标函数即可表示为:

$$J = \varphi(i, h_a) \quad (22)$$

最短阴影时长的最优目标轨道搜索迭代的过程如图9所示。

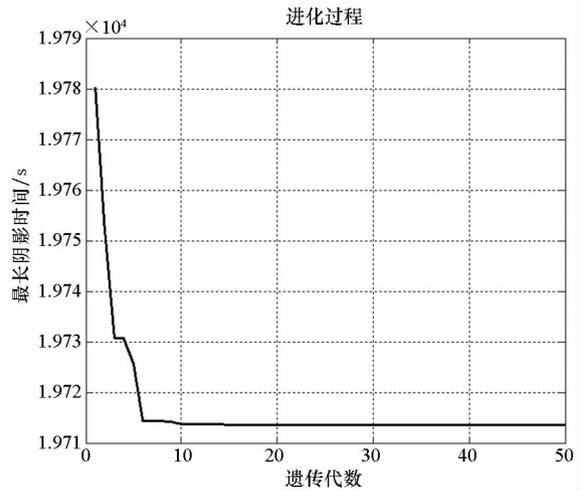


图9 最长阴影时间随遗传代数的变化

Fig.9 The longest shadow time of every generation

采用嵌入式遗传算法搜索最优目标轨道的收敛速度比较快,迭代约10次即可寻找到最优解。寻优后的远月点高度为7000 km,轨道倾角为18.183 2°,在此目标轨道下,卫星所经历的阴影时长为19 713.5 s,约为5.476 h。寻优结果与等高线图完全一致。

5 结论

本文针对绕月卫星轨道,建立了月球阴影与地球阴影的数学模型。该阴影区域的数学模型简单且不失精度,能够有效地预报绕月卫星进出阴影的时间,对绕月卫星目标轨道的选择帮助很大;同时,由于该方法的高效性,可将其作为星务软件的一部分用于轨道阴影预报,这有利于星上的自主管理。本文给出的嵌入式遗传算法综合了禁忌搜索算法和遗传算法的优势,具有两大主要优点:不需要初始猜测,在实际应用中工作量小;在搜索时不存在汉明悬崖问题,对传统遗传算法因爬山能力不足而容易陷入局部最优的状况有所改善。

最后,本文结合了某超长波天文观测卫星的具体案例,对最优阴影时长的轨道进行了搜索。结果表明,本文给出的阴影模型以及优化算法能

够有效地解决绕月目标轨道阴影时长计算以及轨道优化问题。

参考文献 (References)

- [1] Escobal P R. Methods of orbit determination [M]. New York, US: John Wiley, 1965.
- [2] 贾向华, 徐明, 陈罗婧. 近地轨道卫星的地影预报算法[J]. 宇航学报, 2016, 37(1): 39-47.
JIA Xianghua, XU Ming, CHEN Luoqing. Umbra prediction algorithms for LEO satellite [J]. Journal of Astronautics, 2016, 37(1): 39-47. (in Chinese)
- [3] Vallado D A. Fundamentals of astrodynamics and applications[M]. New York, US: Springer Science & Business Media, 2007.
- [4] Mullins L D. Calculating satellite umbra/penumbra entry and exit positions and times [J]. Journal of the Astronautical Sciences, 1991, 39: 411-422.
- [5] 张世杰, 曹喜滨. 卫星进/出地影位置和时间计算算法[J]. 上海航天, 2001, 18(6): 19-22.
ZHANG Shijie, CAO Xibin. Calculating method of satellite entry and exit positions and times through umbra/penumbra [J]. Aerospace Shanghai, 2001, 18(6): 19-22. (in Chinese)
- [6] Neta B, Vallado D. On satellite umbra/penumbra entry and exit positions [J]. Journal of the Astronautical Sciences, 1998, 46: 91-104.
- [7] 王解先. GPS 精密定轨定位 [M]. 上海: 同济大学出版社, 1997.
WANG Jiexian. GPS precise orbit determination [M]. Shanghai: Tongji University Press, 1997. (in Chinese)
- [8] Adhya S, Sibthorpe A, Ziebart M, et al. Oblate Earth eclipse state algorithm for low-Earth-orbiting satellites [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2004, 41(1): 157-159.
- [9] Kulshrestha S, Bhaskar M K. Moon shadow eclipse prediction of a lunar orbiting spacecraft [J]. International Research Journal of Engineering and Technology, 2015, 2(4): 1545-1548.
- [10] Vokrouhlicky D, Farinella P, Mignard F. Solar radiation pressure perturbations for Earth satellites. IV. effects of the Earth's polar flattening on the shadow structure and the penumbra transitions [J]. Astronomy and Astrophysics, 1996, 307: 635-644.
- [11] 钱业洪. 求函数最值的另类算法——黄金分割搜索法 [J]. 吉林省教育学院学报, 2012, 28(12): 140-142.
QIAN Yehong. Seeking the most value of the function of the alternative algorithm—the golden section search method [J]. Journal of Educational Institution of Jilin Province, 2012, 28(12): 140-142. (in Chinese)
- [12] 邱毅, 刘峥, 刘钦. 基于变步长搜索黄金分割优化的自聚焦算法 [J]. 现代雷达, 2012, 34(4): 48-52.
QIU Yi, LIU Zheng, LIU Qin. A novel autofocus algorithm based on variable step searching and golden section method [J]. Modern Radar, 2012, 34(4): 48-52. (in Chinese)
- [13] 王凌. 智能优化算法及其应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
WANG Ling. Intelligent optimization algorithms and applications [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001. (in Chinese)
- [14] Goldberg D E. Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning [M]. Addison Wesley, 1989: 102.
- [15] Glover F, Kelly J P, Laguna M. Genetic algorithms and tabu search: hybrids for optimization [J]. Computers & Operations Research, 1995, 22(1): 111-134.
- [16] Salhi S. Defining tabu list size and aspiration criterion within tabu search methods [J]. Computers & Operations Research, 2002, 29(1): 67-86.
- [17] 唐普英, 李志辉, 黄顺吉. 基于遗传算法和禁忌搜索的多用户检测器 [J]. 电子科技大学学报, 2004, 33(5): 499-502.
TANG Puying, LI Zhihui, HUANG Shunji. Multiuser detector based on genetic algorithm and tabu search [J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2004, 33(5): 499-502. (in Chinese)
- [18] 任远, 崔平远, 栾恩杰. 基于退火遗传算法的小推力轨道优化问题研究 [J]. 宇航学报, 2007, 28(1): 162-166.
REN Yuan, CUI Pingyuan, LUAN Enjie. Low-thrust trajectory optimization based on annealing-genetic algorithm [J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(1): 162-166. (in Chinese)