doi:10.11887/j.cn.201704023

http://journal. nudt. edu. cn

基于输出饱和条件的磁浮列车悬浮控制参数优化*

李晓龙,翟明达,郝阿明

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要:低速磁浮列车利用电磁吸力支撑车体,相比轮轨列车具有噪音小、转弯半径小、爬坡能力强等优 点。研究控制器输出饱和条件下悬浮系统的稳定性问题,可以避免由于电网电压约束而可能出现的失稳现 象,提高了系统运行的可靠性。基于磁浮列车单点悬浮模型,使用电流 - 位置双环设计方法设计得到可稳定 悬浮的控制算法。由于磁浮列车悬浮控制器的输出饱和环节,进一步提出了一种基于搜索极大椭球的控制 参数优化方法,在不改变控制算法设计的前提下实现了参数优化。通过仿真和试验均验证了优化后的控制 效果,有效指导了实际系统的工程调试。

关键词:磁浮列车;悬浮控制;输出饱和;参数优化;最大椭球搜索 中图分类号:TP273 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2017)04-149-05

Maglev train suspension control parameters optimization based on output saturation

LI Xiaolong, ZHAI Mingda, HAO Aming

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Low-speed maglev train is suspended above the guideway by the electromagnetic force. Compared with the wheel train, the maglev train has the advantage of low noise, small turning radius and advanced climbing capacity. The system stability problem in the condition of output saturation was studied to avoid instability phenomenon caused by network voltage constraints so as to improve the reliability of the system. A single-point levitation system model of the maglev train was established and a stable levitation control algorithm was designed. Based on the analysis of the output saturation element of the levitation controller, a maximal ellipsoid searching optimization method was presented for controller parameters design. Parameter optimization is achieved without changing the design of the control algorithm. Simulation and experimental results show that the optimized controller can get better control results, which can be used for the guidance of practical system operation.

Key words: maglev train; suspension control; actuator saturation; parameter optimization; maximal ellipsoid searching

磁浮列车系统中悬浮控制是车辆的核心技术 之一,悬浮控制的目标是保证悬浮电磁铁在设定 间隙(如8 mm)下保持稳定悬浮,为车辆提供一 种无接触的磁力支撑,实现"零"高度飞行^[1]。在 以往的控制算法设计中,研究重点一般在系统模 型分析、控制算法选择、控制系统自适应、鲁棒性 等方面。其中隐含了一个假设前提,即假设悬浮 控制器具有"无限大"的输出能力,可根据算法要 求输出任意控制电压。在这一假设前提下,设计 出的控制算法一般可以获得非常理想的仿真控制 效果。

然而在长沙磁浮快线的工程实践中发现,这 一假设是不成立的。由于悬浮控制器的输出电压 受车辆电网电压的约束,只能在一定范围内变化。 这等效于在控制器的输出端增加了一个非线性饱 和环节。当引入这一饱和环节后原控制算法是否 可以保证系统稳定是工程实践必须解决的问题, 否则可能造成系统崩溃等灾难性后果。本文主要 研究悬浮控制系统存在输出饱和环节时的控制算 法稳定性分析和参数优化等问题。

1 模型建立

电磁吸力型磁浮列车依靠电磁力将车体吸附 到距轨道一定间隙的位置并保持稳定。低速磁浮 列车全车共有 20 个悬浮点,采用 5 转向架机连接 方式。

转向架具有机械解耦能力,避免了各悬浮点 之间的耦合。从悬浮控制设计角度出发,主要研 究单点悬浮控制系统。一个完整的单点悬浮控制 系统主要由悬浮电磁铁、悬浮传感器、悬浮控制器 组成,如图1所示。



图 1 单点悬浮系统 Fig. 1 Single point suspension system

图中,z为电磁铁和轨道之间的间隙;m为电 磁铁等效质量, F_e 为电磁力;i为电磁铁线圈中的 电流;u为电磁铁两端的控制电压;R为电磁铁线 圈的等效电阻。

单点悬浮系统的模型如下所示:

$$\begin{cases} m\ddot{z} = mg - F_e \\ u = R \cdot i + \frac{\mathrm{d}(L \cdot i)}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$
(1)

忽略漏磁场影响、不考虑铁心饱和情况下得 到电磁力: $F_e = \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \cdot \frac{i^2}{z^2}, \mu_0$ 表示真空磁导率, N 表示电磁铁线圈的匝数, A 表示电磁线圈的有效 极面积,可令 $C = \frac{\mu_0 N^2 A}{4}$, 同时有 $L = \frac{2C}{z}$ 。得到合 并后的单点悬浮系统模型为:

$$\begin{cases} m\ddot{z} = mg - C \cdot \frac{i^2}{z^2} \\ u = R \cdot i + \frac{2C}{z} \cdot i - \frac{2C \cdot i}{z^2} \cdot \dot{z} \end{cases}$$
(2)

2 悬浮控制算法设计及仿真验证

首先在平衡点附近对式(2)作线性化处理, 得系统的线性化模型为:

$$\begin{cases} \Delta \ddot{z} = \frac{2Ci_e^2}{mz_e^3} \cdot \Delta z - \frac{2Ci_e}{mz_e^2} \cdot \Delta i \\ \Delta \dot{i} = \frac{i_e}{z_e} \cdot \Delta \dot{z} - \frac{Rz_e}{2C} \cdot \Delta i + \frac{z_e}{2C} \cdot u \end{cases}$$
(3)

采用电流 - 位置双环设计方法^[2-4],设计出 悬浮控制算法,如式(4)所示。

$$u = k_p \cdot (z - z_i) + k_d \cdot \dot{z} + k_I \cdot \int (z - z_i) dt - k_c \cdot i$$
(4)

同时计算可得控制参数为:

$$\begin{cases} k_p = 1.742 \ 4 \times 10^6 \\ k_d = 2.029 \times 10^4 \\ k_I = 1.815 \times 10^7 \\ k_c = 358.6 \end{cases}$$
(5)

采用式(3)表示的控制律和式(5)中的参数, 应用计算机仿真分析系统的阶跃响应。设电磁铁 的初始间隙为 16 mm,稳态间隙 8 mm,仿真结果 如图 2 所示。





图中电磁铁位移可以快速响应阶跃信号并保 持稳定,这表明所设计的控制器达到了预期的性 能指标。需要指出的是,以上设计过程中均默认 控制器有"无限大"的输出能力,因此仅根据线性 闭环模型的动态性能指标选取反馈参数,可以获 得非常理想的控制效果。然而实际控制器的输出 电压受车辆电网电压的约束,只能在一定范围内 变化。这等效于在控制器的输出端增加了一个非 线性饱和环节,需要研究系统存在饱和环节时的 控制器的输出特性。

3 悬浮控制器输出饱和环节分析

悬浮控制器输出端采用了大功率的数字斩波器^[5],斩波器将低电压的控制信号转化为大电流的输出,进一步驱动电磁铁,达到列车稳定悬浮的目的。数字斩波器的工作原理如图3所示。简化后的斩波器主要由两个功率三极管和两个二极管构成,这里采用直流供电方式。当控制端输入高电平时,三极管导通,电流的流向如图3(a)所示; 当控制端输入低电平时,三极管截止,电磁铁通过两个二极管向控制器电容和电网放电,电磁铁中 电流的流向如图3(b)所示。

因为输入到斩波器控制端的信号为 10 kHz 宽度可调的连续方波(Pulse Width Modulation, PWM),所以控制算法计算得出的控制量实际表 现为对 PWM 宽度的调节。电磁铁可近似为一个







(b) 低电平截止(b) Conductive in low level

图 3 数字斩波器的工作原理

Fig. 3 Principle of digital chopper

电感,电流不能突变。在高频 PWM 的作用下, PWM 宽度的动态调节在微观上是一个不断快速 充、放电的过程。在宏观上控制量对充、放电时间 比例的控制可近似为如下输出饱和环节:

$$\overline{u} = \begin{cases} u_m, u > u_m \\ u, -u_m < u < u_m \\ -u_m, u < -u_m \end{cases}$$
(6)

式中,u 表示控制算法计算得到的电压, u_m 表示 电网电压, \bar{u} 表示实际作用在电磁铁两端的电压。 车载电网电压容许在一定范围内波动,为便于分 析,取电压下限 $u_m = 280$ V。需要说明的是,式中 容许控制量存在负压,实际是将 PWM 为低电平 时电磁铁对电网的放电过程等效为作用在电磁铁 两端的可控负压。

4 控制参数的优化设计

对于式(3)所示的线性系统,在式(4)所示控 制律的作用下可实现全局稳定,当加入式(6)所 示的输出饱和环节后原闭环系统可能依然是全局 稳定的,或者会降为区域渐近稳定的。对于后者, 稳定域的大小与控制算法及反馈参数的选取有 关。假定控制算法保持不变,使用搜索极大吸引 椭球的方法^[6-8],实现参数的优化设计。

选取状态变量 $X = [z \ z \ i]^{T}$,系统(3)可用状态方程的形式表示如下:

$$X = AX + B \cdot u$$
(7)
$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{2Ci_e^2}{mz_e^3} & 0 & -\frac{2Ci_e}{mz_e^2} \\ 0 & \frac{i_e}{z_e} & -\frac{Rz_e}{2C} \end{bmatrix}$$
(8)
$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{z_e}{2C} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$u = KX, K = \begin{bmatrix} k_p & k_d & -k_e \end{bmatrix}$$

考虑系统的输出饱和环节,引入饱和度函数:

$$\mu(\mathbf{K}\mathbf{X}) = \begin{cases} 1, |\mathbf{K}\mathbf{X}| \leq u_m \\ \frac{u_m}{|\mathbf{K}\mathbf{X}|}, |\mathbf{K}\mathbf{X}| > u_m \end{cases}$$
(9)

系统(7)可表示为:

$$\dot{X} = (A + \mu BK)X \tag{10}$$

假定系统(7)满足以下两个条件,一是(A + **BK**)的特征值均位于左半平面;二是(A, **B**)可 控,且保证 Lyapunov 方程:

 $(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{K})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{K}) + \boldsymbol{I} = \boldsymbol{0} \quad (11)$

有唯一的对称正定矩阵 P。依据上述 P 和一 个正数 r,确定了状态空间中的一个椭球:

 $\Omega(\boldsymbol{P},r) = \{\boldsymbol{X} \in \boldsymbol{R}^{n} : \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P} \boldsymbol{X} < r\}$ (12)

如果对系统的初始状态 $\forall X(0) \in \Omega(P,r)$, 都有 $X(t) \in \Omega(P,r)$, $\forall t > 0$,则称 $\Omega(P,r)$ 是系 统的不变椭球。由式(11)的解 P 定义系统(10) 的备选 Lyapunov 函数 $V_p(X) = X^T P X$,如对 $\forall X \in \Omega(P,r)$ 都有 $\hat{V}_p \leq 0$,则 $\Omega(P,r)$ 是系统的不变椭 球。可知:

$$\hat{V}_{P}(X) = X^{\mathrm{T}} [(A + \mu BK)^{\mathrm{T}} P + P(A + \mu BK)] X$$

= $X^{\mathrm{T}} \{ [(A + BK)^{\mathrm{T}} P + P(A + BK)] + (\mu - 1) \cdot [(BK)^{\mathrm{T}} P + P(BK)] \} X$
= $X^{\mathrm{T}} [-I + (\mu - 1) \cdot E] X$ (13)

其中:

$$E = (\mathbf{B}\mathbf{K})^{\mathrm{T}}\mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{B}\mathbf{K})$$
(14)

可证明,当*E*的最小特征值 $\lambda_{\min}(E) \ge -1$ 时 $\hat{V}_{p} \le 0$,输出饱和系统依然是全局稳定的;当 $\lambda_{\min}(E) < -1$ 时系统是局部渐近稳定的。后者的 稳定域为椭球 $\Omega(P,r)$,其中椭球参数:

$$r = \frac{u_m^2}{(\mathbf{K}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{K}^{\mathrm{T}})\left(1 + \frac{1}{\lambda_{\min}(E)}\right)^2}$$
(15)

椭球容积:

其中,₩为矩阵A的维数。在控制律不变和动态 性能变化较小的前提下,可以考虑将以上结论应 用于悬浮控制器参数优化中,通过反馈参数在一 定区域内变化求得满足条件的最大稳定域。

反馈参数中 k_e 是减小电磁铁延时的关键参数,几乎没有优化的空间,主要分析 k_p 和 k_d 对稳 定域的影响。为减小参数优化对系统动态性能的 影响,以原设计参数为起始值,在使原系统稳定的 范围内分别以步长 α 和β 双向改变 k_p 和 k_d(以下 *i*,*j* 无实际物理含义,用于计数统计)即:

 $\begin{cases} k_{p}(i) = k_{p}(0) + (i - n/2) \cdot \alpha, \ i = 0, 1, \cdots, n \\ k_{d}(j) = k_{d}(0) + (j - n/2) \cdot \beta, \ j = 0, 1, \cdots, n \end{cases}$ (17)

从而得到一个状态反馈增益组 $K_{L}(i,j)$,由 式(11)计算对应的 P(i,j),再由式(14)计算出 E(i,j)。若存在 $\lambda_{\min}[E(i,j)] \ge -1$,那么此时对 应的 $k_{p}(i), k_{d}(j)$ 为可使系统全局稳定的最优参 数。否则结合式(15)和式(16)进一步计算椭球 容积 V(i,j),并求出使容积最大的 i 和 j 值,此时 对应的 $k_{p}(i), k_{d}(j)$ 为最优参数,这样可使系统的 稳定域最大。

结合参数特点,选取 n = 100, $\alpha = 1000$, $\beta = 200$ 。计算结果表明,在参数变化范围内均有 $\lambda_{\min}[E(i,j)] < -1$,即不存在使饱和系统全局稳 定的参数组。椭球容积随参数变化的曲面如图 4 所示。





由图4可知,当 k_p 保持不变, k_d 变化时,存在 一个使椭球容积最大的值 $k_d(j_{i,m})$, $k_d(j_{i,m})$ 随 k_p 的 增加逐渐变大;当 k_d 保持不变, k_p 变化时,存在一 个使椭球容积最大的值 $k_p(i_{j,m})$, $k_p(i_{j,m})$ 随 k_d 的增 加逐渐变大;当 k_p , k_d 同时增加时,椭球容积随之 减小。计算出使椭球容积最大的状态反馈增益为:

$$\begin{cases} k_p = 1.282 \ 4 \times 10^6 \\ k_d = 1.669 \times 10^4 \\ k_I = 1.815 \times 10^7 \\ k_c = 358.6 \end{cases}$$
(18)

对比原参数组(5),优化后的参数 k_p、k_d 相对 减小了。这说明与设计参数相比,考虑输出饱和 环节后系统的刚度和阻尼都要适当降低,才能获 得系统的最大稳定域。以下通过仿真和实验说明 参数优化的意义。

5 考虑输出饱和环节的系统仿真和实验

考虑在控制器的输出端增加饱和环节后,代 入非线性单点悬浮模型进行仿真验证。设电磁铁 的初始间隙为16 mm,稳态间隙8 mm,对比控制 器分别使用原参数和优化参数时的阶跃响应,如 图5 所示。







图 5 带输出饱和环节的间隙响应曲线 Fig. 5 Gap response curves with output saturation

由图 5 所示的间隙变化曲线可知,当控制器 增加输出饱和环节后,使用原参数系统无法稳定, 使用优化参数系统可保持稳定。对比图 2 和 图 5,与应用原控制参数的闭环系统相比,应用优 化后参数的控制系统具有更大的稳定域。

但是,可知参数优化降低了系统的动态性能, 主要表现为超调变大,调节时间延长。 整车试验条件下,记录了单个悬浮点起浮过 程中的间隙曲线和起浮过程中的电流曲线,分别 如图6、图7所示。



图 6 起浮过程中电磁铁间隙曲线 Fig. 6 Gap curves of electromagnet in the process of floating



图 7 起浮过程中电磁铁电流曲线 Fig. 7 Current curves of electromagnet in the process of floating

由图 6、图 7 可知,电磁铁可平稳起浮并保持 稳定悬浮。与本文的分析相同,在实际系统调试 过程中不能只考虑系统的动态性能而任意增大系 统的刚度和阻尼,否则可能会带来"灾难性"的后 果,必须充分考虑控制器的输出饱和环节对参数 选取范围的约束特点。

本文只对列车空载工况下作了仿真和实验验 证。需要说明的是,随着负载的增加,其输出饱和 特性将越来越不可忽略。因此基于搜索极大椭球 的控制参数优化方法对其他工况条件将同样有效。

6 结论

控制算法一般是基于系统模型设计的,而算 法实践的对象是实际系统,系统模型和实际系统 之间的差异性影响了算法的有效实现。对于一个 复杂系统,往往由于模型的过度简化而出现了工 程实践中无法解释的问题,因此需要重新考虑模型简化的合理性。

在磁浮列车的悬浮系统研究中,控制器输出 饱和问题一直没有引起足够的重视,系统特性往 往无法达到预期效果。通过本文的分析可知,在 不改变原控制算法结构的前提下,控制器输出饱 和对悬浮系统的影响主要是对参数选取增加了一 定的约束,要求系统的刚度和阻尼不能过大。这 一结论对实际系统调试有较大的指导意义,同时 也解释了实测数据和仿真结果之间的差异性,为 进一步提高悬浮系统稳定性,改善悬浮系统特性, 提供了理论参考。

参考文献(References)

[1] 吴祥明. 磁浮列车[M]. 上海:上海科学技术出版社, 2003.

WU Xiangming. Maglev train [M]. Shanghai: Shanghai Science and Technology Press, 2003. (in Chinese)

- [2] 李云钢,常文森.磁浮列车悬浮系统的串级控制[J].自动 化学报,1999,25(2):247-251.
 LI Yungang, CHANG Wensen. Serial control of magnetic suspension train suspension system [J]. Acta Automatica Sinica, 1999,25(2):247-251.(in Chinese)
- [3] 刘恒坤,常文森.磁悬浮列车的双环控制[J].控制工程, 2007,14(2):198-200.
 LIU Hengkun, CHANG Wensen. Double loop control of magnetic suspension train[J]. Control Engineering of China, 2007,14(2):198-200. (in Chinese)
- [4] 刘恒坤, 尹力明, 施晓红. 磁悬挂天平的双环控制[J]. 电光与控制, 2002, 9(1): 33-36.
 LIU Hengkun, YIN Liming, SHI Xiaohong. Double loop control of magnetic suspension balance[J]. Electronics Optics & Control, 2002, 9(1): 33-36. (in Chinese)
- [5] 张鼎, 王艳丽, 王宁, 等. EMS 型磁浮列车悬浮斩波器输入电流波动分析[J]. 电力电子技术, 2008, 42(5): 37-38.
 ZHANG Ding, WANG Yanli, WANG Ning, et al. Fluctuation analysis of input current of EMS maglev train [J]. Power Electronics, 2008, 42(5): 37-38. (in Chinese)
- [6] 魏爱荣. 饱和控制系统稳定性及干扰抑制研究[D]. 济南: 山东大学, 2006.
 WEI Airong. Study on stability and interference suppression of saturation control system [D]. Jinan: Shandong University, 2006. (in Chinese)
- [7] 魏爰荣,赵克友,于海生.执行器饱和单输入线形系统的分析和设计[J].山东大学学报:工学版,2004,34(6): 66-69.
 WEI Airong, ZHAO Keyou, YU Haisheng. Analysis and design of actuator saturation but input linear system [J]. Journal of Shandong University: Engineering Science, 2004, 34(6): 66-69. (in Chinese)
- [8] 魏爰荣,赵克友.执行器饱和不确定线性系统的分析和设计[J].电机与控制学报,2005,9(5):448-451.
 WEI Airong, ZHAO Keyou. Analysis and design of linear systems with actuator saturation [J]. Electric Machines and Control, 2005,9(5):448-451. (in Chinese)