

谐波平衡法数值模拟周期性非定常流动*

柴振霞, 刘伟, 刘绪, 杨小亮

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:谐波平衡法是目前非定常流动数值研究中颇受关注的频域计算方法,该方法计算效率高,特别是对于周期性非定常流动问题具有明显的计算优势。采用谐波平衡法数值模拟高超声速导弹标模模型在不同参数下的强迫俯仰振动,重建气动动力/力矩系数迟滞曲线,将计算结果与时域方法相比较,详细考察谐波平衡法的计算精度、效率和内存需求,分析不同参数对谐波平衡法计算的影响。计算结果表明,谐波平衡法适用于中小振幅下的非定常流动计算,且计算时间基本不受减缩频率的影响,对于长周期低频问题,较时域方法有明显计算优势。

关键词:非定常流动;谐波平衡法;时域方法;数值模拟;Navier-Stokes 方程

中图分类号:V211.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2017)04-168-06

Numerical simulation of periodic unsteady flow by harmonic balance method

CHAI Zhenxia, LIU Wei, LIU Xu, YANG Xiaoliang

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The harmonic balance method is one of the computational methods in frequency domain with a high computational efficiency, which has won special attention in present numerical studies of unsteady flow, and it has an obvious advantage especially for periodic unsteady flow problems. A harmonic balance method was used to simulate the forced pitching oscillation of the HBS (hyper ballistic shape) in different conditions, and then the coefficient of force and moment versus angle of attack were rebuilt. A comparison was made with the time domain method to investigate the performance of the harmonic balance method. Results show that the harmonic balance method is applicable to simulate middle and small amplitude pitching, and the computing time won't be effected by the frequency. Therefore, the harmonic balance method has obvious advantage for problems with a long period.

Key words: periodic unsteady flow; harmonic balance method; time domain method; numerical simulation; Navier-Stokes equations

目前,非定常流动的数值模拟方法主要有非线性时域方法(Time Domain Method, TDM)和频域方法(Frequency Domain Method, FDM)。时域方法即传统时间相关法,通过数值求解 Euler/Navier-Stokes 方程直接模拟非定常流动,该方法可以捕捉任意时刻的流动状态,但是对于长周期问题,计算量大且耗时较长,不能满足型号设计的快速计算要求。对于周期性非定常流动问题,主要关注的是流动的稳定周期解,而时域方法计算的大部分时间用于过渡到周期性状态的中间过程^[1-2]。

谐波平衡法(Harmonic Balance Method, HBM)是近年来数值模拟非定常流动所发展的频域计算方法。文献[3]研究表明,谐波平衡法可以在保证精度的同时,大幅度提高计算效率,比时

域方法至少高一到两个量级。Hall等^[4]在2002年推导了频域上的谐波平衡方程,但直接求解频域方程比较困难,且不适用于湍流问题。为使谐波平衡方程的求解变得简单,研究者不断提出新形式谐波平衡法,如时域形式谐波平衡法、频域形式谐波平衡法和分裂域谐波平衡法。时域形式谐波平衡法主要由 Hall 和 Thomas^[3-6]等不断发展起来,频域形式谐波平衡法被 Stanford 大学的 McMullen^[7-8]等提出并多次用于圆柱绕流数值模拟,Maple^[9]提出了分裂域谐波平衡法用于一维问题求解,并采用自适应技术减少计算量和内存需要。其中,时域形式谐波平衡法是最简单,较容易应用到现有计算流体力学(Computational Fluid Dynamics, CFD)程序中的形式,也是应用最广泛

* 收稿日期:2016-04-16

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11502292);国防科技大学重大应用基础研究资助项目(ZDYYJCYJ20140101)

作者简介:柴振霞(1989—),女,山东德州人,博士研究生,E-mail:chaizhenxia@sina.cn;

刘伟(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:fishfather6525@sina.com

的方法。国内,宁方飞等采用谐波平衡法数值模拟低速非定常流^[2]和跨声风扇周向畸变流动^[10];宋文萍等^[11]应用谐波平衡法模拟旋翼前飞绕流;陈琦等将谐波平衡法应用于动导数快速预测^[12]和非定常流场的数值模拟^[13],并对该方法的计算效率进行了定量分析。

目前,国外关于谐波平衡法数值模拟非定常流动的研究比较深入,但多数研究集中在跨声速领域,且对其计算效率的分析多为定性分析。国内的研究还相对较少,对谐波平衡法计算能力的考察还不够全面。本文基于谐波平衡法的理论,数值模拟了高超声速导弹标模(Hyper Ballistic Shape, HBS)模型在不同参数下的强迫俯仰振动,并重建气动力/力矩系数迟滞曲线,计算结果与时域方法的相比较,详细考察谐波平衡法的计算精度、效率及内存需求,分析不同参数对谐波平衡法计算的影响,并指出该方法的适用范围。

1 计算方法

1.1 谐波平衡法

贴体坐标系下的无量纲雷诺平均纳维-斯托克斯(Reynolds Averaged Navier-Stokes, RANS)方程组可以写为:

$$\frac{\partial J^{-1}\mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \bar{G}}{\partial \zeta} = \frac{\partial \bar{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{F}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \bar{G}_v}{\partial \zeta} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{Q} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho e)^T$ 为守恒变量, J 为坐标变换的雅克比行列式, \bar{E} 、 \bar{F} 和 \bar{G} 为对流通量, \bar{E}_v 、 \bar{F}_v 和 \bar{G}_v 为黏性通量。

若不考虑网格变形,将式(1)进行有限体积离散,得到半离散形式的控制方程为:

$$J^{-1} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \mathbf{R}(\mathbf{Q}) = \mathbf{0} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{R}(\mathbf{Q}) = \delta_\xi(\bar{E} - \bar{E}_v) + \delta_\eta(\bar{F} - \bar{F}_v) + \delta_\zeta(\bar{G} - \bar{G}_v)$ 为残差向量。式(2)包含五个方程,第 l 个方程为:

$$J^{-1} \frac{\partial \mathbf{Q}_l}{\partial t} + \mathbf{R}_l(\mathbf{Q}) = \mathbf{0} \quad (3)$$

式中, \mathbf{Q}_l 表示第 l 个守恒变量, \mathbf{R}_l 表示第 l 个空间残差组分。

对于频率为 ω 的周期性流动, \mathbf{Q}_l 和残差 $\mathbf{R}_l(\mathbf{Q})$ 是时间的周期函数,因此可以用有限阶傅里叶级数近似表示为:

$$\begin{cases} Q_l(t) \approx \hat{Q}_{l,0} + \sum_{n=1}^{N_H} [\hat{Q}_{l,cn} \cos(\omega nt) + \hat{Q}_{l,sn} \sin(\omega nt)] \\ R_l(t) \approx \hat{R}_{l,0} + \sum_{n=1}^{N_H} [\hat{R}_{l,cn} \cos(\omega nt) + \hat{R}_{l,sn} \sin(\omega nt)] \end{cases} \quad (4)$$

其中, N_H 称为谐波数。将方程(4)代入到方程(3)

中,利用正弦函数的正交性,进行谐波平衡,得:

$$J^{-1} \omega \mathbf{A} \hat{\mathbf{Q}}_l + \hat{\mathbf{R}}_l = \mathbf{0} \quad (5)$$

其中, \mathbf{A} 是一个 $N_T \times N_T$ 的系数矩阵, $\hat{\mathbf{Q}}_l$ 和 $\hat{\mathbf{R}}_l$ 分别为频域解和频域通量,具体形式为:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{Q}}_l = [\hat{Q}_{l,0} & \hat{Q}_{l,c1} & \cdots & \hat{Q}_{l,cN_H} & \hat{Q}_{l,s1} & \cdots & \hat{Q}_{l,sN_H}]^T \\ \hat{\mathbf{R}}_l = [\hat{R}_{l,0} & \hat{R}_{l,c1} & \cdots & \hat{R}_{l,cN_H} & \hat{R}_{l,s1} & \cdots & \hat{R}_{l,sN_H}]^T \end{cases}$$

由于 $\hat{\mathbf{R}}_l$ 形式复杂,直接求解频域方程(5)比较困难,计算量大。Hall等利用傅里叶变换将频域方程转换回时域求解,取振荡周期 $T(t = 2\pi/\omega)$ 内 $N_T(N_T = 2N_H + 1)$ 个等时间间隔的瞬时时刻的流场变量:

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_l = [Q_l(t_0 + \Delta t) & Q_l(t_0 + 2\Delta t) & \cdots & Q_l(t_0 + T)]^T \\ \mathbf{R}_l = [R_l(t_0 + \Delta t) & R_l(t_0 + 2\Delta t) & \cdots & R_l(t_0 + T)]^T \end{cases} \quad (6)$$

其中, $\Delta t = 2\pi/N_T\omega$, 利用离散傅里叶变换,可得:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{Q}}_l = \mathbf{E} \mathbf{Q}_l \\ \hat{\mathbf{R}}_l = \mathbf{E} \mathbf{R}_l \end{cases} \quad (7)$$

式中, \mathbf{E} 是傅里叶变换矩阵,将式(7)代入式(5)并乘上 \mathbf{E}^{-1} ,可得:

$$J^{-1} \omega \mathbf{D} \mathbf{Q}_l + \mathbf{R} \mathbf{R}_l = \mathbf{0} \quad (8)$$

其中, $J^{-1} \omega \mathbf{D} \mathbf{Q}_l$ 即为谐波源项, $\mathbf{D} = \mathbf{E}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{E}$ 是系数矩阵。方程(8)是时域形式的谐波平衡方程,可以引入虚拟时间导数项来推进求解:

$$J^{-1} \frac{\partial \mathbf{Q}_l}{\partial \tau} + J^{-1} \omega \mathbf{D} \mathbf{Q}_l + \mathbf{R}_l = \mathbf{0} \quad (9)$$

式(9)包含 N_T 个方程,第 $n(n = 1, 2, \dots, N_T)$ 个为:

$$J^{-1} \frac{\partial Q_{ln}}{\partial \tau} + R_{ln} + J^{-1} \sum_{m=1}^{N_T} \omega \mathbf{D}_{n,m} Q_{lm} = 0 \quad (10)$$

一个周期内第 n 时刻所有的守恒变量满足式(9),即:

$$J^{-1} \frac{\partial \mathbf{Q}_n}{\partial \tau} + \mathbf{R}_n + \mathbf{S}_n = \mathbf{0} \quad (11)$$

其中, \mathbf{Q}_n 为第 n 时刻的守恒变量, \mathbf{R}_n 为该时刻的残差向量, \mathbf{S}_n 为对应时刻的谐波源项,具体形式为:

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_n = [\rho_n, \rho_n u_n, \rho_n v_n, \rho_n w_n, \rho_n e_n]^T \\ \mathbf{R}_n = \delta_\xi(\bar{E} - \bar{E}_v) + \delta_\eta(\bar{F} - \bar{F}_v)_n + \delta_\zeta(\bar{G} - \bar{G}_v)_n \\ \mathbf{S}_n = J^{-1} \omega \sum_{m=1}^{N_T} \mathbf{D}_{n,m} Q_m \end{cases} \quad (12)$$

采用一般隐式方法离散方程(11),其中谐波源项显示处理,推进求解如下方程:

$$\left[\frac{1}{\Delta\tau/J^{-1}} + (\delta_\xi A_n + \delta_\eta B_n + \delta_\zeta C_n)^p \right] \Delta Q_n^p = - [R(Q_n^p) + S_n^p] \quad (13)$$

由于 $n = 1, 2, \dots, N_T$, 所以式(13)包含 $5 \times N_T$ 个方程, 可以写为如下形式:

$$\begin{bmatrix} W_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & W_{N_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1^p \\ \Delta Q_2^p \\ \vdots \\ \Delta Q_{N_T}^p \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R(Q_1^p) + S_1^p \\ R(Q_2^p) + S_2^p \\ \vdots \\ R(Q_{N_T}^p) + S_{N_T}^p \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$W_n = \frac{1}{\Delta\tau/J^{-1}} \mathbf{I} + (\delta_\xi A_n + \delta_\eta B_n + \delta_\zeta C_n)^p$$

其中, \mathbf{I} 是一个 5×5 的单位矩阵。

方程(14)中的矩阵为块对角矩阵, 故 N_T 时刻的控制方程解耦, 可以在每个迭代步上逐个求解。本文采用 LU-SGS 方法求解方程(14), 可以得到周期内 N_T 时刻的流场变量, 通过积分可得 N_T 时刻的气动力。经过后处理可重建得整个周期流场及气动力时间历程曲线。

1.2 时域方法

时域方法计算采用课题组开发的 ADCRP (aerocraft dynamic characteristics research program) 软件, 在文献[14-15]中对该软件的精度和可靠性进行了充分的验证考核, 非定常时域计算具有二阶精度。在 ADCRP 软件中, 非定常计算采用含“双时间”步法的隐式方法离散方程式(2), 推进求解如下方程:

$$\left(\frac{3}{2\Delta t/J^{-1}} + \frac{1}{\Delta\tau/J^{-1}} + (\delta_\xi \mathbf{A} + \delta_\eta \mathbf{B} + \delta_\zeta \mathbf{C})^p \right) \Delta Q^p = -R(Q^p) - \frac{3Q^p - 4Q^n + Q^{n-1}}{2\Delta t/J^{-1}} \quad (15)$$

其中: $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 为对流通量的雅克比矩阵; n 表示真实物理时刻; p 表示虚拟时刻; Δt 为物理时间步长; $\Delta\tau$ 为虚拟时间步长。采用 LU-SGS 隐式算法求解方程(15), 具体见文献[14]。

2 HBS 模型强迫俯仰振动

HBS 模型是高超声速导弹外形的标准模型^[16], 对称面及物面网格见图 1, 网格数为 $131 \times 37 \times 51$ (流向 \times 周向 \times 径向)。计算条件为: 马赫数 $M_\infty = 6.85$, 以头部直径为参考长度的 $Re_d = 0.72 \times 10^6$ 。

给定强迫俯仰振动:

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_m \sin(kt) \quad (16)$$

其中, α 为瞬时攻角, α_0 为初始攻角, α_m 为振幅, k

为减缩频率。

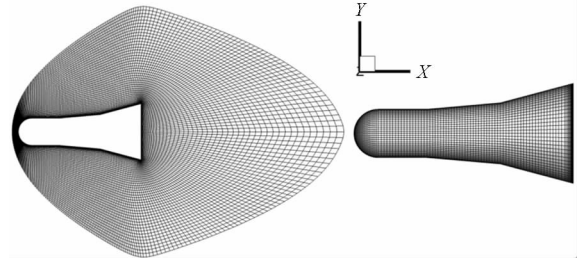


图 1 对称面及物面网格

Fig. 1 Computational grid of plane of symmetry and wall

2.1 谐波数的影响分析

计算条件为: 初始攻角 $\alpha_0 = 13.5^\circ$, 振幅 $\alpha_m = 1^\circ$, 减缩频率 $k = 0.05$ 。谐波平衡法计算时取谐波数 $N_H = 1, 2, 3$ 。

图 2 给出了谐波平衡法在 $N_H = 2$ 时, 5 个时刻的俯仰力矩系数收敛曲线。从图可以看出, 在 2000 步左右时, 俯仰力矩系数曲线基本都已收敛。

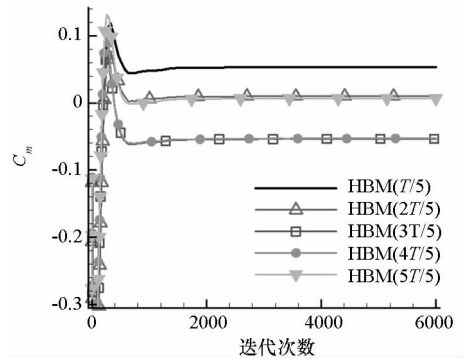


图 2 谐波平衡法在 $N_H = 2$ 时计算得到的俯仰力矩系数收敛曲线

Fig. 2 Pitching moment coefficient (C_m) convergence history with harmonic balance method ($N_H = 2$)

图 3 给出了谐波平衡法在 $N_H = 1, 2, 3$ 时计算 2000 步重建得到的俯仰力矩系数迟滞曲线。从图中可以看出, $N_H = 2, 3$ 时的迟滞曲线与时域

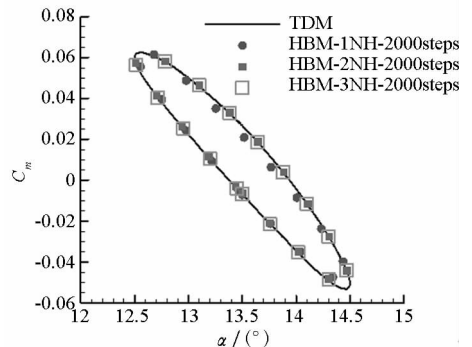
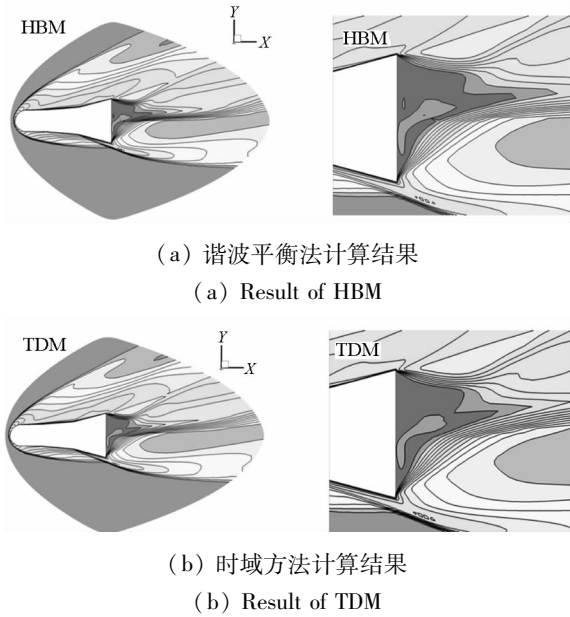


图 3 重建俯仰力矩系数迟滞曲线与时域方法的相比
Fig. 3 Comparison of HBM reconstructed C_m polars with time domain method simulation result

方法的基本重合。在此条件下,谐波平衡法只需2~3个谐波就可以达到时域方法的计算精度。

图4为谐波平衡法和时域方法计算得到的 $t = T$ 时刻对称面马赫数等值线图。其中,谐波平衡法的计算结果是在 $N_H = 3$ 时计算得到的。



(a) 谐波平衡法计算结果
(a) Result of HBM

(b) 时域方法计算结果
(b) Result of TDM

图4 T 时刻对称面马赫数等值线图

Fig. 4 Mach number on the symmetry plan at T moment

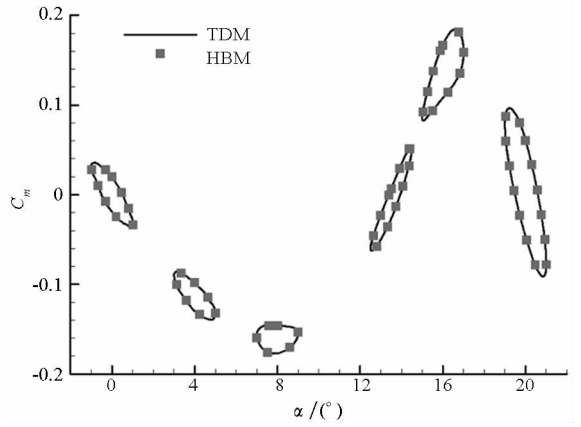
由图4可知,除了底部附近有较小差别外,谐波平衡法模拟的流场与时域方法的基本相同,谐波平衡法可以清晰地捕捉流场中的弓形激波、拐角压缩波、马赫波及尾流压缩激波,描述复杂的流场结构。

2.2 攻角和减缩频率的影响分析

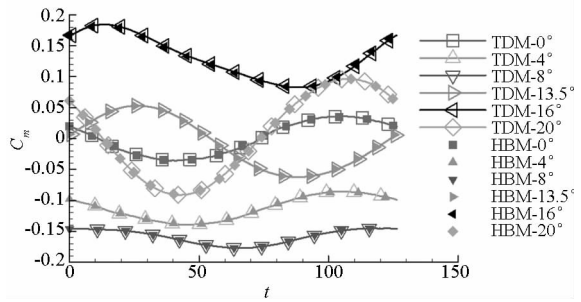
分别考察了攻角和减缩频率对谐波平衡法数值模拟HBS强迫俯仰振动的影响。为保证精度,谐波平衡法计算时取 $N_H = 3$ 。

首先,数值模拟了不同攻角下的强迫振动。计算时取 α_0 为 $0^\circ, 4^\circ, 8^\circ, 13.5^\circ, 16^\circ, 20^\circ, k = 0.05, \alpha_m = 1^\circ$ 。图5为谐波平衡法重建的俯仰力矩系数迟滞曲线和时间历程曲线与时域方法计算结果的比较。由图可知,谐波平衡法在不同攻角下重建的力矩系数曲线与时域方法的结果基本重合,表明谐波平衡法与时域方法有一致的计算精度。

减缩频率表征强迫俯仰振动的快慢,对运动的非定常迟滞特性具有十分重要的影响。本文数值模拟了不同减缩频率下的强迫振动,计算时分别取减缩频率 k 为0.001, 0.01, 0.1, 1.0, 初始攻角 $\alpha_0 = 13.5^\circ$, 振幅 $\alpha_m = 1^\circ$ 。图6给出了在不同减缩频率下谐波平衡法重建的俯仰力矩系数迟滞曲线与时域方法的比较。可以从图中看出,减缩频率较小时迟滞效应比较弱,随着减缩频率的进



(a) 迟滞曲线
(a) C_m polars



(b) 时间历程曲线

(b) Time history curves of C_m

图5 不同攻角下俯仰力矩系数迟滞曲线和时间历程曲线

Fig. 5 C_m polars and time history curves around different average angles of attack

一步增加,迟滞效应则逐渐增强。谐波平衡法在不同减缩频率下重建得到的俯仰力矩系数迟滞曲线与时域方法计算的基本重合。由此可知,谐波平衡法可以在较大减缩频率范围内达到时域方法的计算精度。但实际计算中,减缩频率较大容易引起程序的不稳定。

2.3 振幅的影响分析

振幅对谐波平衡法数值计算也具有十分重要的影响。本文在初始攻角 $\alpha_0 = 0^\circ$, 减缩频率 $k = 0.05$ 的条件下,采用谐波平衡法和时域方法分别计算振幅 α_m 为 $1^\circ, 3^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ 时的非定常流动。

图7给出了不同振幅下谐波平衡法和时域方法计算得到的俯仰力矩系数迟滞曲线。对比分析可知,随着振幅的增大,流动的非线性迟滞效应增强,俯仰力矩系数迟滞曲线逐渐变得越来越扭曲,谐波平衡法计算所需的谐波数增加。当振幅小于 10° 时,谐波平衡在3个谐波数下的计算结果与时域方法的吻合较好。振幅为 20° 时,谐波平衡法在 $N_H = 4$ 时重建的迟滞环与时域方法的有较大

差异,在 $N_H = 5$ 时重建得到的曲线就比较接近时域方法的结果, $N_H = 10$ 时重建得到的结果基本和时域方法的重合。振幅为 30° 时,除了个别点,谐

波平衡法采用 10 个谐波数重建得到的俯仰力矩系数迟滞曲线与时域方法的基本吻合。

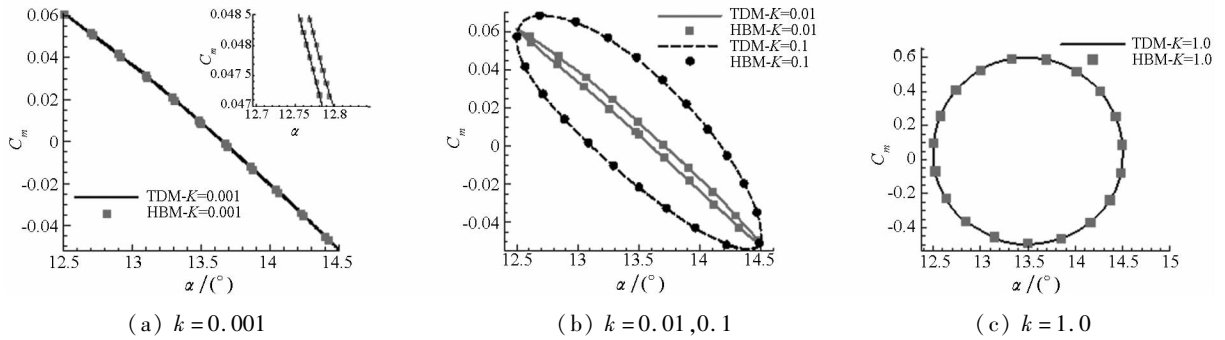


图 6 不同频率下的俯仰力矩系数迟滞曲线

Fig. 6 C_m polars under different frequencies

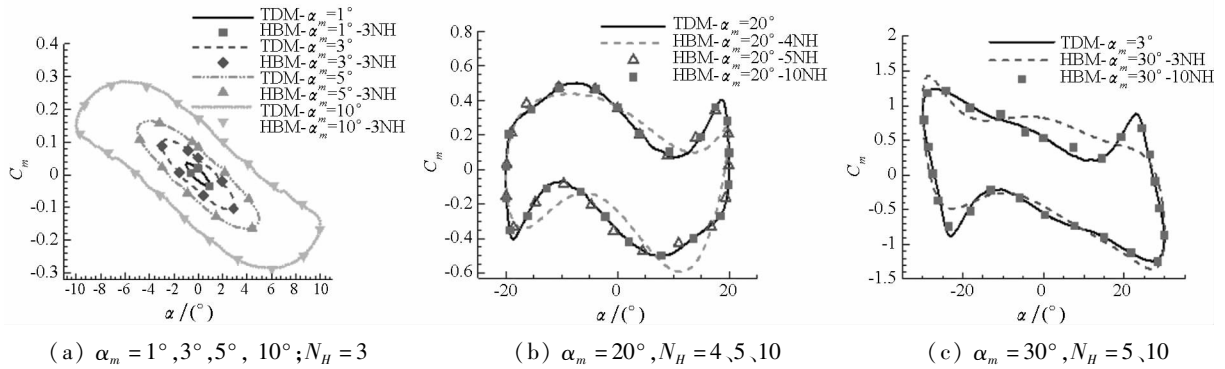


图 7 不同振幅下的俯仰力矩系数迟滞曲线

Fig. 7 C_m polars under different amplitudes

2.4 谐波平衡法计算效率和内存需求分析

对谐波平衡法计算效率和内存占用情况进行了定量分析。表 1 列出了强迫俯仰振动下初始攻角 $\alpha_0 = 13.5^\circ$ 、振幅 $\alpha_m = 1^\circ$ 时,谐波平衡法和时域方法分别在减缩频率 $k = 0.05$ 和 $k = 0.01$ 时的计算时间。其中,谐波平衡法的计算总时间按 2000 步计算,时域方法的按两个周期来计算,计算中时

间步长 $dt = 0.04$,减缩频率为 0.05 时单个周期约 3141 个时间步,减缩频率为 0.01 时单个周期约 15 708 个时间步。表中的相对时间是相对于谐波平衡法在 $N_H = 1$ 时的计算时间。表 2 列出了减缩频率 $k = 0.05$ 时分别采用谐波平衡法和时域方法计算时程序所占用的内存,以定常计算时占用的内存为基准 1。

表 1 不同方法计算时间统计

Tab. 1 Computation times of different methods

方法	$k = 0.05$		$k = 0.01$	
	总计算时间/s	相对时间	总计算时间/s	相对时间
HBM, $N_H = 1$	3683.1	1	3774.7	1
HBM, $N_H = 2$	6383.4	1.733	6231.1	1.651
HBM, $N_H = 3$	9312.4	2.528	9041.2	2.395
HBM, $N_H = 4$	11 672.0	3.169	11 430.0	3.028
HBM, $N_H = 5$	15 260.0	4.143	14 494.0	3.840
TDM	33 714	9.15	171 270	45.37

表 2 不同方法的内存消耗比较 ($k = 0.05$)

Tab. 2 Comparison of memory requirement with different methods ($k = 0.05$)

方法	内存需求/Mb	相对内存需求
定常计算	37.88	1
HBM, $N_H = 1$	146.48	3.867
HBM, $N_H = 2$	214.27	5.656
HBM, $N_H = 3$	282.05	7.446
HBM, $N_H = 4$	349.8	9.234
HBM, $N_H = 5$	417.58	11.024
TDM	57.10	1.5

从统计结果可以看出,随谐波数的增多,谐波平衡法的计算时间和内存需求均线性增加,在 $N_H = 2$ 时占用的内存是时域方法占用内存的3.77倍。因此,计算中对谐波数的选取应适当,以保证计算精度和效率。

从表1可以看出,时域方法的计算时间受减缩频率影响较大,随减缩频率的减小线性增加,减缩频率 $k = 0.01$ 时计算所需时间是 $k = 0.05$ 时的5倍;而谐波平衡法的计算时间受减缩频率的影响较小,说明谐波平衡法计算量基本不受减缩频率的影响。减缩频率 $k = 0.01$ 时,谐波平衡法在 $N_H = 2$ 时的计算时间只有时域方法的4%, $N_H = 5$ 时的计算时间也仅为时域方法的8.46%。因此,从计算时间上看,谐波平衡法在计算长周期低频问题时有明显优势。对于飞行器动导数预测的强迫振动方法,一般需要设计特定的运动进行模拟和辨识,这个过程需要考虑频率相似的问题。实际飞行中的减缩频率一般比较小,这种情况下时域方法的计算量大,计算周期长。而谐波平衡法对减缩频率不敏感,相同谐波数不同减缩频率下的计算时间基本相同。因此,和时域方法相比,对于动导数预测问题谐波平衡法应有较大优势。

3 结论

1) 计算表明,随着振幅的增加,流动非线性迟滞效应增强,谐波平衡法需要在谐波数足够多时才能达到时域方法的计算精度,因此该方法适用于模拟中小振幅下的非定常流动。和时域方法相比,谐波平衡法的计算时间受减缩频率的影响较小,模拟减缩频率较小的长周期问题优势明显。

2) 随着谐波数的增多,计算量增大,计算时间和内存占用线性增加,计算效率降低。因此,谐波平衡法计算时对谐波数的选取应适当,以确保计算精度和效率。对流场变化较大的非定常问题,有必要进一步研究自适应谐波平衡法,以减少计算时间和内存需求。

参考文献 (References)

[1] McMullen M, Jameson A, Alonso J J. Application of a nonlinear frequency domain solver to the Euler and Navier-Stokes equations [C]//Proceedings of 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, AIAA 2002 - 0120, 2002.

[2] 杜鹏程, 宁方飞. 谐波平衡法在低速非定常流模拟中的应用[J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(6): 766 - 771.

DU Pengcheng, NING Fangfei. Application of harmonic balance method in simulations of low speed unsteady flows[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(6): 766 - 771. (in Chinese)

[3] Hall K C, Ekici K, Thomas J P, et al. Harmonic balance methods applied to computational fluid dynamics problems [J]. International Journal of Computational Fluid Dynamics, 2013, 27(2): 52 - 67.

[4] Hall K C, Thomas J P, Clark W S. Computation of unsteady nonlinear flows in cascades using a harmonic balance technique [J]. AIAA Journal, 2002, 40(5): 879 - 886.

[5] Thomas J P, Hall K C, Dowell E H, et al. Unsteady flow computation using a harmonic balance approach implemented about the OVER-FLOW2 flow solver [C]//Proceedings of 19th AIAA Computational Fluid Dynamics, AIAA 2009 - 4270, 2009.

[6] Thomas J P, Custer C H, Dowell E H, et al. Compact implementation strategy for a harmonic balance method within implicit flow solvers [J]. AIAA Journal, 2013, 51(6): 1374 - 1381.

[7] McMullen M, Jameson A, Alonso J J. Acceleration of convergence to a periodic steady state in turbomachinery flows [C]//Proceedings of 39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA 2001 - 0152, 2001.

[8] McMullen M, Jameson A, Alonso J J. Demonstration of nonlinear frequency domain methods [J]. AIAA Journal, 2006, 47(4): 1428 - 1435.

[9] Maple R C, King P I, Oxley M E. Adaptive harmonic balance solutions to euler's equation [J]. AIAA Journal, 2015, 41(9): 1705 - 1714.

[10] 杜鹏程, 宁方飞. 跨声风扇周向畸变流动的谐波平衡法计算[J]. 推进技术, 2012, 33(3): 391 - 397.

DU Pengcheng, NING Fangfei. Numerical simulation of transonic fan under circumferential inlet distortion using harmonic balance method [J]. Journal of Propulsion Technology, 2012, 33(3): 391 - 397. (in Chinese)

[11] 许建华, 宋文萍, 王龙. 谐波平衡法在旋翼前飞绕流数值模拟中的应用研究[J]. 空气动力学学报, 2013, 31(5): 546 - 552.

XU Jianhua, SONG Wenping, WANG Long. Application of harmonic balance method in forward flight simulation for helicopter [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2013, 31(5): 546 - 552. (in Chinese)

[12] 陈琦, 陈坚强, 袁先旭, 等. 谐波平衡法在动导数快速预测中的应用研究[J]. 力学学报, 2014, 46(2): 183 - 190.

CHEN Qi, CHEN Jianqiang, YUAN Xianxu, et al. Application of a harmonic balance method in rapid predictions of dynamic stability derivatives [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2014, 46(2): 183 - 190. (in Chinese)

[13] 陈琦, 陈坚强, 谢昱飞, 等. 谐波平衡法在非定常流场中的应用[J]. 航空学报, 2014, 35(3): 736 - 742.

CHEN Qi, CHEN Jianqiang, XIE Yufei, et al. Application of harmonic balance method to unsteady flow computation [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(3): 736 - 742. (in Chinese)

[14] 杨小亮. 飞行器多自由度耦合摇摆运动数值模拟研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2012.

YANG Xiaoliang. Numerical investigation of aircraft rock in multiple degrees of freedom [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2012. (in Chinese)

[15] 刘绪. 高超声速内外流一体化飞行器动态特性研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2011.

LIU Xu. Investigation of dynamic characteristics of hypersonic airframe/propulsion integrative vehicle [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011. (in Chinese)

[16] East R A, Hutt G R. Comparison of prediction and experimental data for hypersonic pitching motion stability [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1988, 25(3): 225 - 233.