

# Huber 加权的频率稳定度非相关差分抗差估计方法\*

龚航, 朱祥维, 刘增军, 李井源, 孙广富  
(国防科技大学电子科学学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:**计算原子钟频率稳定度时,钟差观测异常会导致 Allan 方差出现较大的估计偏差。建立 Allan 方差的差分估计模型,根据钟差的差分序列统计特性分析了相关差分估计的噪声识别与白化等计算复杂度问题;针对上述难点提出一种基于 Huber 权函数的非相关差分抗差估计方法,建立一种非相关差分序列的构造方法,有效避免了复杂的噪声识别及白化计算;给出 Allan 方差的非相关差分抗差估计的推导,并对抗差过程引入的误差累积给出了一种抵消方法;给出完整的抗差估计方案,并利用实测数据进行了实验验证。实验结果表明本方法对相位单点跳变、相位阶跃跳变具有显著的抗差能力,抗差估计可使异常引入的相对偏差由近 200% 降至 10% 以内。

**关键词:**频率稳定度;Allan 方差;抗差估计;非相关差分;Huber 权函数

**中图分类号:**TN967.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2017)05-026-06

## Uncorrelated differential robust estimation of frequency stability based on Huber weight function

GONG Hang, ZHU Xiangwei, LIU Zengjun, LI Jingyuan, SUN Guangfu

(College of Electronic Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The atomic clock's frequency stability estimated by Allan variance will significantly deviate from its true value if anomalies occur. An uncorrelated differential robust estimation method based on Huber weight function was proposed. Firstly, a difference estimation model of Allan variance was established, and the computation complexity of noise identification and whitening introduced by correlated difference was analyzed on the basis of the statistical property of the clock difference sequence. In order to solve this problem, a construction model of uncorrelated difference sequence was established to avoid complex noise identification and whitening computation effectively. Based on this, the uncorrelated difference robust estimation method of Allan variance was derived, followed by a counteracted technique of error accumulation introduced by robust estimation. Finally, the integrated robust estimation solution was given, and its effectiveness was verified by experiment. The results show that the method has significance robustness for phase outliers and phase jumps, and the relative deviation introduced by anomalies can be reduced from almost 200% to less than 10%.

**Key words:** frequency stability; Allan variance; robust estimation; uncorrelated difference; Huber weight function

在 UTC 时间尺度建立、卫星导航系统原子钟性能监测、时间频率传递性能评估等应用场合,需要对原子钟的频率稳定度进行长期连续的评估<sup>[1]</sup>。这一过程中,外部干扰、观测异常、原子钟本身故障等因素常会导致钟差观测结果出现异常,由于这类异常而重启评估会付出较大代价。TSC5125、多通道比相仪等测量仪器一般不具备异常处理能力,无法用于长期连续的评估。

目前国内外关于钟差异常的研究主要集中于钟差的异常检测<sup>[2-3]</sup>与完好性监测<sup>[4]</sup>,如文献<sup>[5]</sup>给出了一种针对异常检测、识别与剔除的频率稳定度估计方法,而针对钟差异常情况下的

频率稳定度开展一般性抗差估计的研究较少。

### 1 Allan 方差的差分估计模型

原子钟钟差采样序列可以表示为:

$$x(n) = x_0 + y_0 n + \frac{1}{2} D n^2 + \varepsilon_x(n) \quad (1)$$

式中前三项为确定性分量, $x_0$ 为初始相位差, $y_0$ 为初始频差, $D$ 为线性频漂, $\varepsilon_x(n)$ 是随机性分量。

进一步,定义钟差的频差序列为:

$$y(n) = \Delta x(n) = y_0 + Dn + [\varepsilon_x(n) - \varepsilon_x(n-1)] \quad (2)$$

原子钟频率稳定度通常采用的描述方法为

\* 收稿日期:2017-02-24

基金项目:国防科技项目基金资助项目(3101121);国家自然科学基金资助项目(61403413)

作者简介:龚航(1984—),男,江苏沛县人,讲师,博士,E-mail:gonghang@nudt.edu.cn

Allan 方差,其计算方法<sup>[6]</sup>为:

$$\sigma_y^2(\tau) = \left\langle \sum_{i=1}^2 \left( \bar{y}_i - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \bar{y}_j \right)^2 \right\rangle \quad (3)$$

式中, $\langle \cdot \rangle$ 为数学期望运算。Allan 方差实际上为间隔  $\tau$  采样的频差序列中相邻两频率点序列标准方差为数学期望。从方差估计的角度,式(3)可以变换为:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{M-2}{2(M-1)} \text{VAR}(y_{i+1} - y_i) + \frac{1}{2} [\text{mean}(y_{i+1} - y_i)]^2 \quad (4)$$

式中, $M$  是平滑间隔为  $\tau$  的相对频率测量点数。

由式(4)可知,Allan 方差实际为频差一次差分序列的标准方差和均值平方的线性组合,令

$$z(n) = \Delta y(n) = D + [\varepsilon_x(n) - 2\varepsilon_x(n-1) + \varepsilon_x(n-2)] \quad (5)$$

这样可以通过求解  $\{z(n)\}$  序列的标准方差和均值的估计实现对 Allan 方差的估计:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{M-2}{2(M-1)} \hat{\sigma}_z^2 + \frac{1}{2} (\hat{A}_z)^2 \quad (6)$$

钟差可能出现的比较典型的异常类型包括相位单点跳变、相位阶跃跳变和频率阶跃跳变<sup>[7]</sup>,本文只研究观测异常情况下的抗差估计问题。

根据 Allan 方差的差分估计模型,经过两次相邻差分后,这三种异常均被差分为单点跳变形式<sup>[5]</sup>,因此可以采用统一的抗差模型进行处理。

## 2 相关差分抗差估计分析

### 2.1 差分序列统计特性

在观测数据足够多的情况下,正常钟差的随机分量  $\{\varepsilon_x(n)\}$  近似为高斯噪声,并且在平滑间隔较小时主要为频率白噪声或相位白噪声<sup>[8]</sup>,那么由式(5)可知,钟差的二次差分序列  $\{z(n)\}$  也近似服从高斯分布。另外,除闪烁噪声外,频率随机游走噪声一次差分变为频率白噪声,频率白噪声一次差分变为相位白噪声,相位白噪声一次差分变为平稳色噪声<sup>[9]</sup>。因此,如果不考虑闪烁噪声,经过两次差分,所有噪声最终都会变为白噪声或者白噪声差分形成的平稳色噪声。

但是,独立观测的钟差序列经过差分以后会变为相关序列。以频率白噪声为例,假设  $\sigma^2$  为  $\{y(n)\}$  序列  $y_k$  的标准方差,那么  $\{z(n)\}$  序列的联合概率密度为:

$$f_z(z) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{M-1}{2}} |\mathbf{L}\mathbf{L}^T|^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(z - \mathbf{m}_z)^T (\mathbf{L}\mathbf{L}^T)^{-1}(z - \mathbf{m}_z)\right] \quad (7)$$

式中, $\mathbf{m}_z$  为均值向量,

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

同理可以分析,相位白噪声序列的二次差分序列  $\{z(n)\}$  也满足高斯分布,不同的只是  $\mathbf{L}$  矩阵为更复杂的二次差分矩阵。

### 2.2 相关差分抗差估计的难点

由式(6)可知,Allan 方差的估计可以转化为  $\{z(n)\}$  序列的均值和方差的估计问题,其观测方程为:

$$z = \mathbf{H}\mathbf{A}_z + \mathbf{w} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{H} = \mathbf{1} = [1 \ 1 \ \cdots \ 1]^T$ ;  $\mathbf{w}$  为高斯色噪声,以频率白噪声为例进行分析, $\mathbf{w}$  的协方差矩阵  $\mathbf{C}_z$  满足:

$$\mathbf{C}_z = \sigma^2 \mathbf{L}\mathbf{L}^T \quad (10)$$

对相关序列的均值和方差进行估计,需要首先对相关序列进行白化:

$$z' = \mathbf{D}z = \mathbf{D}\mathbf{H}\mathbf{A}_z + \mathbf{D}\mathbf{w} = \mathbf{H}'\mathbf{A}_z + \mathbf{w}' \quad (11)$$

式中, $\mathbf{D}$  为白化矩阵,满足:

$$\mathbf{D}^T \mathbf{D} = (\mathbf{L}\mathbf{L}^T)^{-1} = \sigma^{-2} \mathbf{C}_z^{-1} \quad (12)$$

分析可知,如果基于上述相关差分的序列进行抗差估计,则存在以下难点:

1) 白化矩阵的维数与数据长度有关,不同采样间隔的差分矩阵  $\mathbf{L}$  不同,白化矩阵也不一样,采样点较多时白化矩阵的计算量将非常巨大;

2) 上述分析是基于频率白噪声,而相位白噪声由于经过两次差分运算,其白化矩阵会更复杂。对于较大采样间隔,也可能是其他噪声,白化矩阵无法显式求出来,且首先还要进行相位噪声辨识。

## 3 非相关差分抗差估计方法

相关序列白化是相关差分抗差估计的难点,本节讨论一种 Allan 方差的非相关差分抗差估计 (Uncorrelated Differential Robust Estimation, UDRE) 方法,通过间隔采样构造非相关的差分序列,从而避开白化问题。

### 3.1 非相关差分序列构造方法

对于频差序列,Allan 方差基于其一次差分序列计算。设计一种非相关的一次差分方式,采用如图 1 所示的间隔差分方式,构造两组差分序列,

让每组序列的差分对不包含相同的观测点。如果原始观测为白噪声,那么这种差分方式得到的两组序列也均为白噪声。

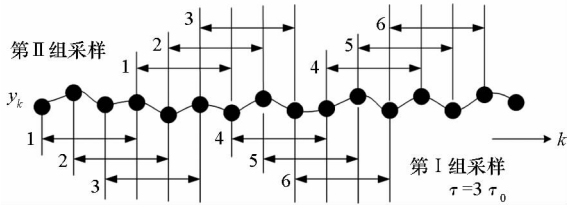


图 1 非相关一次差分方法

Fig. 1 Uncorrelated first difference

基于两组差分序列分别对 Allan 方差进行抗差估计,结合两组序列的结果可以计算原始序列的 Allan 方差估计值为:

$$\begin{aligned}\sigma_y^2(\tau) &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{M-1} \sum_{z_i \in z_{\text{I}}} z_i^2 + \frac{1}{M-1} \sum_{z_i \in z_{\text{II}}} z_i^2 \right) \\ &= \frac{1}{2} [\sigma_{y_{\text{I}}}^2(\tau) + \sigma_{y_{\text{II}}}^2(\tau)]\end{aligned}\quad (13)$$

由钟差序列估计 Allan 方差时,需要对相位序列进行二次差分。同理可以设计如图 2 所示的非相关二次差分方法,构造三组差分序列,每组序列的差分对不包含相同的观测点。如果原始观测为白噪声,那么这种差分方式得到的三组序列也均为白噪声。

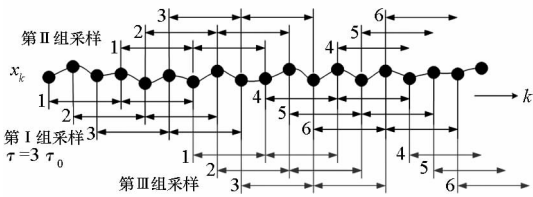


图 2 非相关二次差分方法

Fig. 2 Uncorrelated second difference

与式(13)类似,分别估计三组非相关序列的 Allan 方差,进而可以求出原始序列的 Allan 方差估计值:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{3} [\sigma_{y_{\text{I}}}^2(\tau) + \sigma_{y_{\text{II}}}^2(\tau) + \sigma_{y_{\text{III}}}^2(\tau)]\quad (14)$$

### 3.2 $A_z, \sigma_z^2$ 和 $\sigma_y^2$ 的抗差估计

非相关差分条件下,二次差分序列的观测方程为:

$$z_i = A_z + \sigma_z w_i, i \in [1, M-1] \quad (15)$$

式中:  $w_i \sim N(0, 1)$ ;  $A_z, \sigma_z$  为待估计参数。以下分析中,本文通过估计  $\sigma_z^2$  得到  $\sigma_z$  的估计值。根据经典的广义极大似然估计(M估计)方法,上述估计问题的似然函数为:

$$p(z; A_z, \sigma_z^2) = \frac{1}{(2\pi\sigma_z^2)^{\frac{M-1}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_z^2} \sum_{i=1}^{M-1} (z_i - A_z)^2\right] \quad (16)$$

将其一般化为:

$$p(z; A_z, \sigma_z^2) = \frac{1}{(\sigma_z^2)^{\frac{M-1}{2}}} \prod_{i=1}^{M-1} f\left(\frac{z_i - A_z}{\sigma_z}\right) \quad (17)$$

令

$$\rho(x) = -\ln f(x) \quad (18)$$

$$\psi(x) = \rho'(x) \quad (19)$$

$$W(x) = \begin{cases} \psi(x)/x & x \neq 0 \\ \psi'(0) & x = 0 \end{cases} \quad (20)$$

$A_z, \sigma_z^2$  的最大似然估计(MLE估计)应满足:

$$(\hat{A}_z, \hat{\sigma}_z^2) = \arg \min_{A_z, \sigma_z^2} \left[ \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^{M-1} \rho\left(\frac{z_i - A_z}{\sigma_z}\right) + \ln \sigma_z^2 \right] \quad (21)$$

可以求出:

$$\begin{cases} \hat{A}_z = \frac{\sum_{i=1}^{M-1} w_i z_i}{\sum_{i=1}^{M-1} w_i} \\ \hat{\sigma}_z^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^{M-1} w_i (z_i - \hat{A}_z)^2 \end{cases} \quad (22)$$

其中,

$$w_i = W\left(\frac{z_i - \hat{A}_z}{\hat{\sigma}_z}\right) \quad (23)$$

可以看出,  $W(x)$  实际上为对原始观测数据的加权函数。当加权函数恒为 1 时,就是直接采用了所有的观测数据进行估计,这时式(22)将不具备抗差能力。

当存在异常点时,需要选取具有较强抗差能力的权函数。M估计中几种著名的权函数包括: Huber, Tukey, Hampel, Andrews, IGG I, IGG III 和丹麦法等<sup>[10-11]</sup>。本文对 Allan 方差的抗差估计针对权函数选取需要考虑以下因素:

1) 抗差的同时应尽可能减小对正常观测的影响,因此在门限范围内的权值应尽量接近 1;

2)  $\psi$  函数尽量选择单调非降函数,以避免出现迭代运算收敛于局部极值的问题<sup>[12]</sup>;

3) 为了充分利用观测数据,需要选择对较大偏差具有包容能力的权函数,因此尽量选择无淘汰区间的权函数。

上述权函数中, Tukey, Hampel, Andrews 的  $\psi$  函数不是单调函数; IGG I, IGG III 和丹麦法有淘汰区间; Huber 函数在门限范围内的权值为 1, 大于门限的观测点将被截断为门限值,  $\psi$  函数为单调非降

函数,满足上述要求。因此,本文采用Huber权函数,其 $\rho(x)$ 、 $\psi(x)$ 、 $W(x)$ 函数表达式为<sup>[10]</sup>:

$$\rho(x) = \begin{cases} x^2 & |x| \leq k \\ 2k|x| - k^2 & |x| > k \end{cases} \quad (24)$$

$$\psi(x) = \begin{cases} x & |x| \leq k \\ \text{sgn}(x)k & |x| > k \end{cases} \quad (25)$$

$$W(x) = \min\left\{1, \frac{k}{|x|}\right\} \quad (26)$$

其中, $k$ 为门限值。

由式(23)可以看出,加权函数中包含了 $A_z$ 和 $\sigma_z^2$ 的估计,加权系数求解与 $A_z$ 和 $\sigma_z^2$ 的估计相互耦合,采用迭代法对 $A_z$ 和 $\sigma_z^2$ 进行抗差估计(以第I组非差分序列为例):

$$1) \hat{A}_{z,0} = \text{Med}(z_1), \hat{\sigma}_{z,0} = \text{MADN}(z_1);$$

$$2) r_{k,i} = \frac{z_i - \hat{A}_{z,k}}{\hat{\sigma}_{z,k}}, w_{k,i} = W(r_{k,i});$$

$$3) \hat{A}_{z,k+1} = \frac{\sum_{i=1}^{M-1} w_{k,i} z_i}{\sum_{i=1}^{M-1} w_{k,i}}, \hat{\sigma}_{z,k+1}^2 = \frac{1}{M-1} \cdot$$

$$\sum_{i=1}^{M-1} w_{k,i} (z_i - \hat{A}_{z,k})^2;$$

$$4) \text{收敛条件: } \left| \frac{\hat{\sigma}_{z,k+1}}{\hat{\sigma}_{z,k}} - 1 \right| < \varepsilon, \text{ 并且}$$

$$|\hat{A}_{z,k+1} - \hat{A}_{z,k}| < \varepsilon \hat{\sigma}_{z,k+1}.$$

上述步骤中, $\varepsilon$ 为收敛门限, $\text{Med}(\cdot)$ 为中位数运算, $\text{MADN}(\cdot)$ 为归一化中位数绝对偏差运算,其计算方法为:

$$\text{MADN}(x) = \frac{\text{Med}\{|x - \text{Med}(x)|\}}{0.6745} \quad (27)$$

求出 $A_z$ 和 $\sigma_z^2$ 的抗差估计后,利用式(6)、式(13)、式(14)可求得 $\sigma_y^2(\tau)$ 的抗差估计。

### 3.3 抗差误差累积的抵消方法

由于只有相邻点差分才会将各种异常转换成单点跳变,因此抗差加权必须基于间隔 $\tau_0$ 的相邻点差分序列 $\{z(n)\}$ 。计算重叠Allan方差时需要利用 $\{z(n)\}$ 获得间隔 $m$ 点的二次差分序列 $\{\delta(n)\} = \{x(n+2m) - 2x(n+m) + x(n)\}$ ,计算方法为<sup>[5]</sup>:

$$\delta(n) = [1 \ 2 \ \cdots \ m-1 \ m \ m-1 \ \cdots \ 2 \ 1] \cdot \mathbf{D}^T \quad (28)$$

其中,

$$\mathbf{D} = [z_{n+2m-2} \ z_{n+2m-3} \ \cdots \ z_{n+m} \ z_{n+m-1} \ z_{n+m-2} \ \cdots \ z_{n+1} \ z_n] \quad (29)$$

当对 $z_k$ 的加权系数不为1时将抗差估计引入的误差记为 $e_k$ ,那么由式(28)知,抗差估计将在 $\{\delta(n), n \in [k-2m+2, k]\}$ 中引入如下误差:

$$\varepsilon_\delta(n) = \begin{cases} [n - (k-2m+2)]e_k & n \in [k-2m+2, k-m+1] \\ [m - [n - (k-m+1)]]e_k & n \in (k-m+1, k] \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (30)$$

由式(30)可知, $\varepsilon_\delta(n)$ 为三角函数,在平滑时间 $m$ 较大时,将会引入较大的误差,从而影响长期稳定度的估计结果。

为解决上述问题,本文在一次相邻差分序列 $\{y(n)\} = \{x(n+1) - x(n)\}$ 上进行抗差加权,然后再差分获得二次相邻差分序列 $\{z'(n)\}$ ,利用式(28)计算 $\{\delta'(n)\}$ ,再利用3.2节方法估计 $\sigma_y^2(\tau)$ 。同样方法,当对 $y_k$ 加权系数不为1时将抗差估计引入的误差记为 $e'_k$ ,那么经过差分后将在 $\{z'(n), n = k+1, k\}$ 中引入如下误差:

$$\varepsilon_d(n) = \begin{cases} e'_k & n = k \\ -e'_k & n = k+1 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (31)$$

由于 $\{z'(n)\}$ 存在两个相邻的幅度相等、符号相反的误差项,由式(28)计算 $\{\delta'(n)\}$ 时将引入与 $m$ 无关的最大为 $\pm e'_k$ 的误差,而 $e'_k$ 大小与 $\delta(n)$ 为同一量级,不会造成误差累积,对 $\sigma_y^2(\tau)$ 的计算不会造成影响。

### 3.4 非相关差分抗差估计方法的不足

分析可知,上述非相关差分抗差估计方法存在以下不足:

1)该方法只对相位单点跳变、相位阶跃跳变两种异常有效,当存在频率阶跃跳变时,由于一次差分序列仍然是阶跃形式,这时将无法计算正确的权值,会造成估计结果出现较大偏差;

2)由2.1节钟差序列的差分统计特性及3.2节权函数可知,即使对于正常的钟差序列,仍有部分数据可能超出门限,从而导致对部分正常数据的加权不为1,引起 $\sigma_y^2(\tau)$ 的最终估计结果出现一定偏差。

## 4 方法实现流程

综上,基于Huber权函数的UDRE方法实现流程如图3所示。具体实现步骤为:

1)对原始钟差序列进行非相关一次相邻差分,构造两组非相关的一次差分序列;

2)对两组一次差分序列分别利用Huber函数进行加权;

3)将两组加权后的一次差分序列恢复为一组加权的一次相邻差分序列;

4)对加权一次差分序列进行非相关二次相

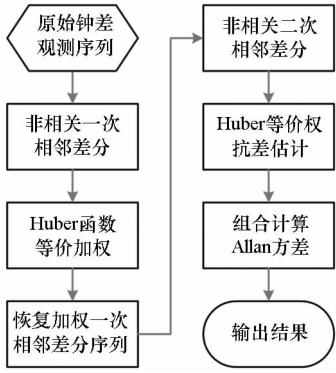


图 3 UDRE 方法实现流程

Fig. 3 Flow chart of UDRE method

邻差分,构造三组非相关的二次差分序列;

5)利用 3.2 节抗差估计方法分别估计三组非相关二次差分序列的均值和标准方差,利用式(6)分别计算三组的 Allan 方差;

6)利用式(14)计算原始钟差序列频率稳定度的抗差估计结果。

### 5 验证实验与结果分析

利用国际 GNSS 服务组织发布的精密钟差作为正常观测钟差,在其中加入相位单点跳变、相位阶跃跳变、频率阶跃跳变等异常点模拟异常观测<sup>[13]</sup>,验证本文方法性能。模拟加入的异常数据如表 1 所示。

表 1 模拟异常钟差数据

Tab. 1 Anomalies of clock in experiment

异常类型	异常点时刻	异常幅度
相位单点跳变	03:00:00	+0.5 ns
	06:00:00	-0.5 ns
相位阶跃跳变	09:00:00	+0.5 ns
	12:00:00	-0.5 ns
频率阶跃跳变	15:00:00	+1 × 10 <sup>-10</sup>
	16:00:00	-1 × 10 <sup>-10</sup>

利用 UDRE 方法分别对仅包含相位单点跳变、相位阶跃跳变、频率阶跃跳变以及同时包含相位单点、阶跃跳变异常的钟差序列进行抗差估计的结果如图 4 ~ 7 所示(图中 Allan 偏差是指  $\sigma_y(\tau)$  的估计值)。

本文对抗差估计的相对偏差定义为:以正常序列的 Allan 方差作为真值,异常序列的抗差估计与真值在所有平滑间隔内的最大相对偏差作为抗差估计的相对偏差。另外,在钟差建模仿真及预报等应用中,平滑间隔 1000 s 内的频率稳定度指标发挥重要作用<sup>[1]</sup>,因此本文在对实验结果进

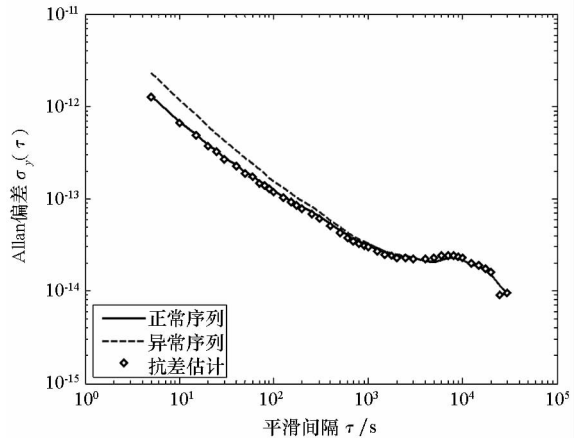


图 4 仅包含相位单点跳变的抗差估计

Fig. 4 Robust estimation of Allan variance with phase outliers

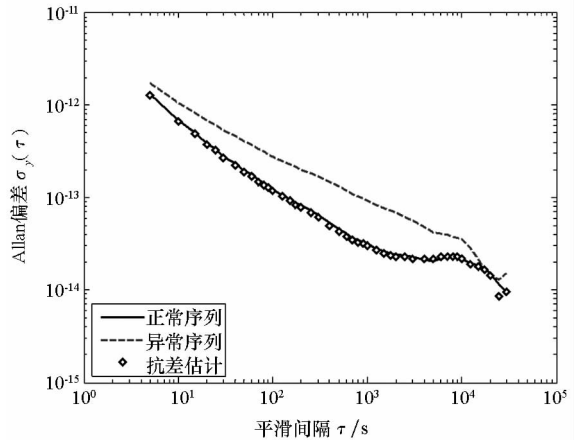


图 5 仅包含相位阶跃跳变的抗差估计

Fig. 5 Robust estimation of Allan variance with phase jumps

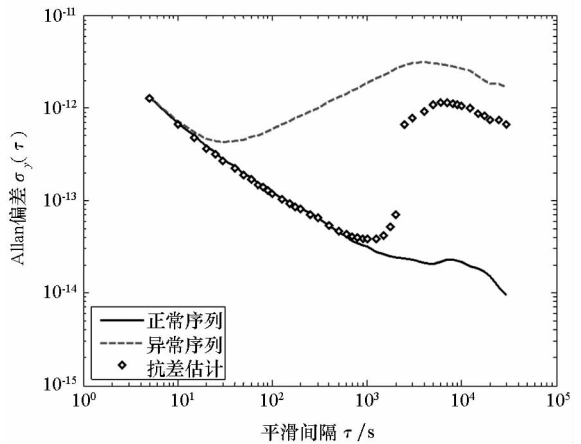


图 6 仅包含频率阶跃跳变的抗差估计

Fig. 6 Robust estimation of Allan variance with frequency jumps

行分析时,除对全部平滑间隔内的性能进行评估外,同时还关注 1000 s 内的估计偏差。上述各种异常条件下 UDRE 方法的相对偏差如表 2 所示。

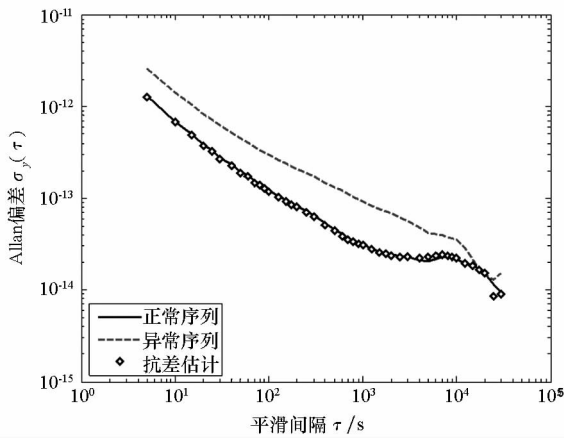


图7 包含相位单点、阶跃两种跳变时的抗差估计  
Fig.7 Robust estimation of Allan variance with phase outliers and phase jumps

表2 各种异常条件下的抗差估计相对偏差  
Tab.2 Robust estimation deviation of Allan variance with various kinds of anomalies

异常类型	无抗差估计相对偏差	UDRE 相对偏差	UDRE 1000 s 内 相对偏差
正常序列	0	0.027	0.007
相位单点跳变	0.796	0.057	0.043
相位阶跃跳变	1.984	0.043	0.022
频率阶跃跳变	175.345	51.993	0.237
两种异常	2.006	0.088	0.046

## 6 结论

1) 当存在相位单点跳变、相位阶跃跳变或同时存在两种异常时,无抗差估计的结果存在近200%的偏差,本文方法显著提高了抗差性能,估计偏差降低至10%以内,1000 s平滑间隔内相对偏差小于5%;

2) 当存在频率阶跃跳变时,由于钟差一次差分序列仍然包含阶跃,而本文方法抗差估计后仍然存在较大误差,1000 s平滑间隔内的相对偏差接近25%,与前文分析相符;

3) 当钟差序列不包含异常点时,钟差差分序列中仍有部分数据可能超出门限,造成本文方法对正常钟差也会引入2.7%的相对偏差,1000 s平滑间隔内相对偏差小于1%,与3.3节的分析相符;

4) 分析原理和实验结果可知,本文方法并不能区分异常是来自于钟差观测还是钟差本身,对于观测引入的异常本文方法能够有效抗差,但是如果异常来自钟差本身,则本文方法实际上高估

了原始钟差的性能,因此本文研究只针对观测异常这种情况。

## 参考文献 (References)

- [1] 龚航,杨文可,刘增军,等. 卫星双向与单向载波联合的北斗星载钟短稳评估方法[J]. 国防科技大学学报, 2013, 35(3): 158-163.  
GONG Hang, YANG Wenke, LIU Zengjun, et al. Estimation method of BDS on-board clock short-term stability combining satellite two-way with one-way carrier ranging [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2013, 35(3): 158-163. (in Chinese)
- [2] Galleani L, Tavella P. Detection and identification of atomic clock anomalies [J]. Metrologia, 2008, 45(6): S127-S133.
- [3] Huang X M, Gong H, Ou G. Detection of weak frequency jumps for GNSS onboard clocks [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, 2014, 61(5): 747-755.
- [4] Nunzi E, Carbone P. Monitoring signal integrity of atomic clocks by means of the GLRT [J]. Metrologia, 2008, 45(6): S103-S107.
- [5] Gong H, Zhu X W, Wang F X, et al. Frequency stability measurement method including anomalies detection [C]// Proceedings of the International Conference on Information Technology and Software Engineering (ITSE 2012), 2012.
- [6] Barnes J A, Chi A R, Cutler L S, et al. Characterization of frequency stability [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1971, IM-20(2): 105-120.
- [7] Oaks J, Buisson J, Largay M M. A summary of the GPS constellation clock performance [C]// Proceedings of the 39th Annual Precise Time and Time Interval Meeting, 2007: 119-130.
- [8] Allan D W. Time and frequency (time domain) characterization, estimation and prediction of precision clocks and oscillators [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control, 1987, 34(6): 647-654.
- [9] Riley W J, Howe D A. Handbook of frequency stability analysis [R]. National Institute of Standards and Technology Special Publication, 2008: 1065.
- [10] Maronna R A, Martin R D, Yohai V J. Robust statistics: theory and methods [M]. West Sussex, UK: John Wiley & Sons Ltd, 2006.
- [11] 杨元喜. 抗差估计理论及其应用[M]. 北京: 八一出版社, 1993: 252-255.  
YANG Yuanxi. The theory and application of robust estimation [M]. Beijing: Bayi Press, 1993: 252-255. (in Chinese)
- [12] 周江文, 黄幼才, 杨元喜, 等. 抗差最小二乘法[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1997: 104-116.  
ZHOU Jiangwen, HUANG Youcai, YANG Yuanxi, et al. Robust least squares approaches [M]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology Press, 1997: 104-116. (in Chinese)
- [13] Nunzi E, Galleani L, Tavella P, et al. Detection of anomalies in the behavior of atomic clocks [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2007, 56(2): 523-528.