

## 反射射线追踪技术在城市场景多径预测中的应用\*

郭淑霞<sup>1</sup>, 于学伟<sup>1</sup>, 王亚锋<sup>1</sup>, 高颖<sup>2</sup>

(1. 西北工业大学 无人机特种技术重点实验室, 陕西 西安 710065;

2. 西北工业大学 航海学院, 陕西 西安 710072)

**摘要:**多径效应是影响通信、导航系统性能的关键因素,其不仅影响信号传播的功率衰落,还会引起信号时延、频移、极化等参数的变化,导致通信、导航系统性能下降。针对多径效应,提出基于虚拟源树、环境分区处理、背向检测等加速技术的反向射线追踪算法进行快速三维路径追踪,准确预测多径信号的损耗、时延分布。在此基础上,以城市场景为例进行算法仿真,并对任意尖劈绕射算法进行深入研究。以信号在简易街道传播为例,对比分别利用所提算法原理的 MATLAB 程序和利用 Wireless Insite 仿真得到的反射路径与功率分布,验证了算法的有效性。

**关键词:**多径预测;射线跟踪;反向算法;绕射算法

**中图分类号:** O451 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2017)05-115-07

## Research on the method of multipath prediction in city scene based on backward ray tracing

GUO Shuxia<sup>1</sup>, YU Xuewei<sup>1</sup>, WANG Yafeng<sup>1</sup>, GAO Ying<sup>2</sup>

(1. The Science and Technology on UAV Laboratory, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710065, China;

2. School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** Multipath is the key factor which affects communication, navigation system performance. It not only affects the signal power, but also causes time delay, frequency shift and polarization parameters changing, resulting in a decrease in the communication and navigation system. To solve this problem, the fast reverse ray tracing algorithm based on virtual source tree, partition, backward detection, was proposed to predict multipath signal loss and delay distribution accurately. Besides, the urban scenes were taken as examples to show the algorithm of signal multipath transmission, and the diffraction algorithm was studied to improve the accuracy of the prediction. Taking the signal propagation through simplified street models for example, the consistency of reflection path and power distribution can be proved by comparing with the MATLAB program based on the proposed algorithm and the simulation from using Wireless Insite software, in which way, the validity of the algorithm was also verified.

**Key words:** multipath prediction; ray tracing; reverse algorithm; diffraction algorithm

随着无线通信技术的日益发展,对电波传播预测的研究越来越受到重视。近年来在无线电波传播预测方面出现的方法包括经验模型、确定模型以及半经验半确定模型。

经验模型是基于统计分析的模型,并不适合所有的地形环境;理论模型<sup>[1-2]</sup>由于自身的缺点,限制了其广泛应用。目前对数字通信、导航等技术的研究表明,影响其性能的主要参数为:多径时延扩展、信号功率或传播路径损耗以及多普勒频谱扩展等。为使预测结果适用于对现代通信、导航系统的分析,需要通过预测结果对信道进行较全面而综合的分析。由于射线追踪法具有较高预

测精度,易于程序化,可预测路径损耗外的其他信道参数(如时延扩展、角度扩展等),因此受到了广泛的关注与研究。

文献[3]基于几何光学、物理光学和一致绕射理论提出传播预测工具,用于计算城市环境的路径损耗;文献[4]提出了一种基于多边形射线追踪改进的三维传播模型,并通过多次楼梯测量数据验证模型;文献[5]通过三维的六径射线跟踪,分析了发射天线较高时,高架桥对移动数字通信系统的特高频(Ultra High Frequency, UHF)波的影响;文献[6]测试了射线追踪传播模型在卫星移动通信中的应用,比较研究了通过标准二维、

\* 收稿日期:2016-04-27

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61571368);国家部委基金资助项目(2016607C10,61423010601,41409040101)

作者简介:郭淑霞(1965—),女,陕西兴平人,副教授,博士,E-mail:guoshuxia0223@163.com

三维算法的结果;另外,大量学者利用射线追踪反向算法进行室内外环境下的电波传播预测<sup>[7-11]</sup>。

从上述研究现状可看出,射线追踪适用于各种环境的传播特性预测,其三维算法,尤其是三维反向算法可以精确预测传播时间延迟、多普勒、极化等信息,适用于现代数字通信系统,如城市移动通信、卫星通信、卫星导航等。针对反射射线追踪算法的复杂性,本文主要研究基于虚拟源树、背向检测、分区处理技术的反向射线追踪算法,实现多径传播的精确、快速预测,并以城市场景为例研究其多次绕射算法,进行多径仿真。

### 1 快速反向射线追踪算法

反向射线追踪算法思想是由场点出发,根据几何光学原理,反向跟踪每一条能从源点到达场点的路径。显然,追踪所有能从源点到达场点的路径会导致计算效率迅速下降。考虑到场的衰减,在一定的精度下,可以忽略那些相比较而言到达时幅度很小的传播路径(高次反射、绕射径以及透射径等)<sup>[12]</sup>。另外合理的数据结构、场景信息分区也可以有效提高算法效率。采用背向检测、环境信息分区处理以及虚拟源树等加速技术的反向射线追踪算法流程如图 1 所示。

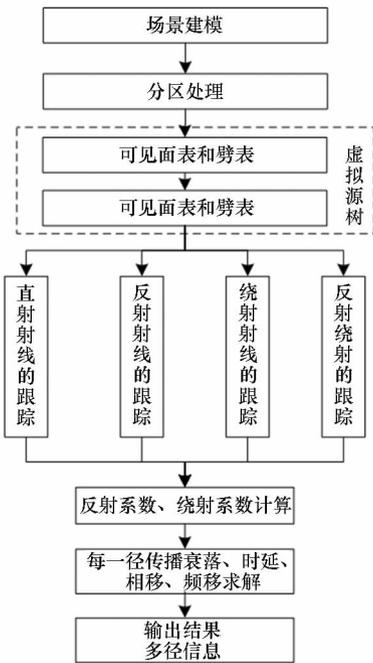


图 1 反向射线追踪算法流程图

Fig. 1 Flowchart of backward ray tracing algorithm

利用基于虚拟源树的反向射线追踪法进行城市环境多径传播预测的具体实现过程如下。

#### 1.1 城市环境建模

射线跟踪算法首先需要在场景资料的基础上

建立精确的矢量数据库,以城市场景为例进行射线追踪,其数据库包括以下内容:建筑物数目;每个建筑物(墙和屋顶)的多面体面数;地面;多面体面的顶点数目;多面体面顶点的坐标;多面体材料类型(电参数)。

在完成城市场景建模的基础上,设置初始仿真参数,主要包括:天线参数,具体包括辐射功率、工作频率、增益、极化方式、天线方向图方式(数学函数表示或基于实测数据的离散方向图矩阵)以及位置坐标;预测功能,具体包括路径损耗、接收功率以及发射天线与接收天线间的三维射线路径信息(空间几何射线轨迹、到达时间、到达角、电场)等;仿真区域,具体包括 3D 场景模型选择、材质等。

#### 1.2 环境信息的分区处理

为了使射线跟踪过程更加高效,使用空间分割算法预处理建筑物的几何信息。首先根据所预测区域的大小将传播环境分割成网格单元,然后在每个网格单元中建立障碍物数据表,当射线发射出去后,就可以在涉及的网格中对射线路径进行跟踪,使射线跟踪过程更加高效。

#### 1.3 建立虚拟源树

以发射(接收)、反射、绕射源为虚拟源,建立虚拟源树,方便电波传播路径搜索。不同虚拟源可见区域如图 2 所示。

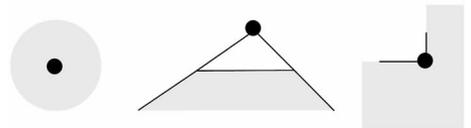


图 2 虚拟源(发射、反射、绕射源)可见区域

Fig. 2 Virtual source (emission, reflection, diffraction) visible area

参考文献[13]建立的电波传播路径模型,在可见区域内建立虚拟源树,具体流程如下:

**步骤 1:**找出发射源(发射天线)的所有可见墙面及可见墙角作为虚拟源树的一级虚拟源;

**步骤 2:**找到一级虚拟源后,依次遍历同级虚拟源内所有反射、绕射源,在反射源可视区域内进行可见面、可见墙角搜索,确定反射源的所有下一级虚拟源;

**步骤 3:**找到二级虚拟源后,依次遍历同级虚拟源内所有反射、绕射源进行步骤 2 中操作,找出所有的三级虚拟源;

**步骤 4:**依此类推,就可以找出限制数内所有虚拟源,以树形结构进行存储,方便路径搜索

跟踪。

### 1.4 射线路径的跟踪

在建立虚拟源树的基础上,需要跟踪射线路径轨迹,包括直射、多次反射、多次绕射以及反射与绕射的混合路径跟踪。总结文献[14-15]等所提出的跟踪算法,推出了射线在传播过程中的电波传播路径。

#### 1.4.1 反射路径计算

镜像法计算反射路径流程如下,设发射、接收点分别为  $T, R$ , 在平面上的反射点为  $R_0$ 。

反射平面方程为:

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (1)$$

设  $\mathbf{v} = [A, B, C]$ ,  $R$  关于反射平面的镜像点

$R'$  坐标为:  $\mathbf{R}' = \mathbf{R} + k\mathbf{v}$ ,  $k = -\frac{2D + 2\mathbf{v} \cdot \mathbf{R}}{|\mathbf{v}|^2}$ 。  $TR'$  与

平面的交点即为反射点  $R_0$ 。

#### 1.4.2 绕射路径计算

发射、接收点分别为  $T, R$ , 在任意尖劈  $AB$  上的绕射点为  $D$ , 如图3所示。

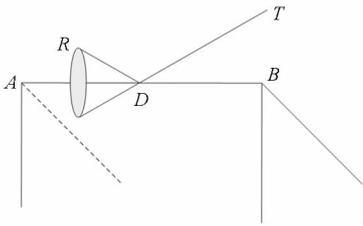


图3 绕射示意图

Fig.3 Diagram of diffraction

设  $A, B$  为尖劈顶点, 则其方向向量  $\mathbf{v} = B - A$ 。

设  $D = A + k\mathbf{v}$  ( $0 \leq k \leq 1$ ), 则  $T$  到  $AB$  的距离

$$d_T = \sqrt{|T-A|^2 - \left[ \frac{(T-A) \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} \right]^2}; R \text{ 到 } AB \text{ 的距离}$$

$$d_R = \sqrt{|R-A|^2 - \left[ \frac{(R-A) \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} \right]^2}。$$

入射、绕射线在尖劈上的投影长度分别为:  $r_T =$

$$\frac{(T-D) \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}, r_R = \frac{(D-R) \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}。$$

由一致性绕射理论可知绕射角相等, 即:  $r_T/d_T = r_R/d_R$ 。

$$k = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} \cdot \left[ \frac{(Td_R + Rd_T)}{d_T + d_R} - A \right] \quad (2)$$

### 1.5 接收信号场的计算

分别计算得出入射波分别经过直射、反射及绕射后电场的计算模型。

#### 1.5.1 直射场计算

电波传播过程中, 直射场可由式(3)计算。

$$E = \frac{\sqrt{30PG}}{r} F(\theta, \varphi) \quad (3)$$

式中:  $P$  为发射功率, 单位  $W$ ;  $G$  为天线增益;  $r$  为收发点间距离, 单位  $m$ ;  $F$  为发射天线方向图。

#### 1.5.2 反射场计算

在射线基坐标下, 反射场垂直、水平极化分量为:

$$\begin{cases} E_{\perp} = E_{\perp}^i R_{\perp} A_d e^{jks} \\ E_{\parallel} = E_{\parallel}^i R_{\parallel} A_d e^{jks} \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $E_{\perp}, E_{\parallel}$  为反射末场垂直、水平极化分量;  $E_{\perp}^i, E_{\parallel}^i$  为入射波在反射点处垂直、水平极化分量;  $A_d$  为振幅扩散因子;  $e^{jks}$  为相位积累;  $R$  为反射系数, 且  $R_{\perp} = \frac{\varepsilon \sin\theta - \sqrt{\varepsilon - \cos^2\theta}}{\varepsilon \sin\theta + \sqrt{\varepsilon - \cos^2\theta}}, R_{\parallel} = \frac{\sin\theta - \sqrt{\varepsilon - \cos^2\theta}}{\sin\theta + \sqrt{\varepsilon - \cos^2\theta}}$ ,  $\theta$  为掠射角,  $\varepsilon$  为介电常数。

#### 1.5.3 绕射场计算

参考文献[16-17]中一组启发式公式, 求解绕射系数及绕射场。

在射线基坐标下, 绕射场垂直、水平极化分量为:

$$\begin{cases} E_e^d(F) = D_e E_e^i(D) A(S_2) e^{jks_2} \\ E_m^d(F) = D_m E_m^i(D) A(S_2) e^{jks_2} \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $i$  表示入射,  $d$  表示绕射;  $D_e, D_m$  分别为垂直、平行于入射面极化的电场分量的自绕射系数;  $A(S_2)$  为振幅扩散因子;  $e^{jks_2}$  为电波相位积累。

$$A(S_2) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{s_2}} & \text{平面或柱面波} \\ \sqrt{\frac{s_1}{s_1(s_1 + s_2)}} & \text{球面波} \end{cases} \quad (6)$$

对于几何绕射理论,  $D_{e,m}$  的求解是关键问题。在城市的电波传播环境中, 一般的尖劈都不是理想导电劈, 而是有限导电率的介质劈, 需要计算有限导电率介质劈的绕射系数。对于如图4所示尖劈绕射,  $D_{e,m}$  计算公式为:

$$D_{e,m} = D^{(1)} + R_i R_o D^{(2)} + R_i D^{(3)} + R_o D^{(4)} \quad (7)$$

式中:  $R_i, R_o$  分别为入射面与绕射面相对于参考面的反射系数;  $D^{(i)}$  可通过式(8)计算。

$$D^{(i)} = \frac{-e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n \sqrt{2\pi k}} \cot(\gamma^{(i)}) F[2kLn^2 \sin^2(\gamma^{(i)})] \quad (8)$$

式中,

$$n = 2 - \frac{\nu}{\pi} \quad (9)$$

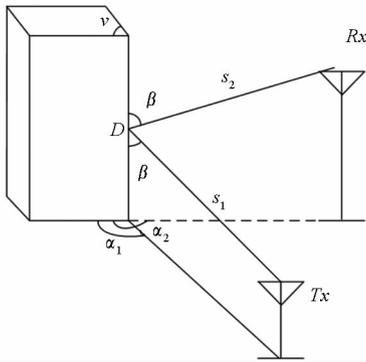


图 4 尖劈绕射示意图

Fig. 4 Diagram of wedge diffraction

$$\begin{cases} \gamma^{(1)} = [\pi - (\alpha_2 - \alpha_1)] / (2n) \\ \gamma^{(2)} = [\pi + (\alpha_2 - \alpha_1)] / (2n) \\ \gamma^{(3)} = [\pi - (\alpha_2 + \alpha_1)] / (2n) \\ \gamma^{(4)} = [\pi + (\alpha_2 + \alpha_1)] / (2n) \end{cases} \quad (10)$$

$$L = \begin{cases} s_2 \sin^2 \beta & \text{平面波入射} \\ \frac{s_1 s_2}{s_1 + s_2} & \text{柱面波入射} \\ \frac{s_1 s_2}{s_1 + s_2} \sin^2 \beta & \text{球面波入射} \end{cases} \quad (11)$$

$F(x)$  是过渡函数,它是菲涅尔积分的一种变形,  $F(x) = 2j\sqrt{x}e^{jx} \int_{\sqrt{x}}^{\infty} e^{-j\tau^2} d\tau$ .

其近似公式为:

$$F(x) \approx \begin{cases} \left( \sqrt{\pi x} - 2xe^{j\frac{\pi}{4}} - \frac{2}{3}x^2e^{-j\frac{\pi}{4}} \right) e^{-j(\frac{\pi}{4}+x)} & 0 \leq x < 0.01 \\ \int_0^{\infty} e^{-jt^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-j\frac{\pi}{4}} & 0.01 \leq x < 5 \\ 1 + j\frac{1}{2x} - \frac{3}{4x^2} - j\frac{15}{8x^3} + \frac{75}{16x^4} & x \geq 5 \end{cases} \quad (12)$$

## 2 任意尖劈的绕射算法

反向射线追踪法进行多径预测的过程中,反射与绕射点的求解是一个关键问题。对于反射点求解,可通过镜像法求线与面的交点实现,而任意绕射点求解难以通过简单的线性计算实现。城市场景下的主要绕射路径主要来源于建筑间的尖劈绕射,下面主要对平行、非平行尖劈的绕射算法进行分析。

### 2.1 平行尖劈的绕射算法

可先进行坐标变换(平移、旋转)将尖劈转换至平行于  $Z$  轴方向,变换为垂直尖劈的绕射计算。此时,绕射基坐标下二次绕射展开图如图 5 所示。

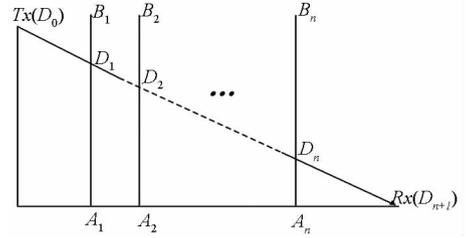


图 5 二次绕射展开图

Fig. 5 Diagram of two diffraction expansion

根据 Keller 边缘绕射定律,  $\angle D_{i-1}D_iA_i (i=1, 2, \dots, n)$  相等,可得绕射点  $D_i$  坐标  $(x_i, y_i, z_i)$ 。

$$\left( \begin{matrix} x_i, y_i, z_{n+1} + (z_0 - z_{n+1}) \frac{\sum_1^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2}}{\sum_0^n \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2}} \end{matrix} \right) \quad (13)$$

### 2.2 非平行尖劈的绕射算法

非平行尖劈难以直接获得其解析解,可根据入射角与绕射角相等列出方程组并通过数值计算进行求解。

发射、接收点分别为  $T, R$ , 任意非平行尖劈  $\overrightarrow{A_1B_1}, \overrightarrow{A_2B_2}, \dots, \overrightarrow{A_nB_n}$  上绕射点  $D_1 = A_1 + k_1 \overrightarrow{A_1B_1} (0 \leq k_1 \leq 1), D_2 = A_2 + k_2 \overrightarrow{A_2B_2}, \dots, D_n = A_n + k_n \overrightarrow{A_nB_n}$ 。

$$\begin{cases} \frac{\overrightarrow{TD_1} \cdot \overrightarrow{A_1B_1}}{|\overrightarrow{TD_1}| |\overrightarrow{A_1B_1}|} = \frac{\overrightarrow{D_2D_1} \cdot \overrightarrow{A_1B_1}}{|\overrightarrow{D_2D_1}| |\overrightarrow{A_1B_1}|} \\ \frac{\overrightarrow{D_1D_2} \cdot \overrightarrow{A_2B_2}}{|\overrightarrow{D_1D_2}| |\overrightarrow{A_2B_2}|} = \frac{\overrightarrow{D_2D_3} \cdot \overrightarrow{A_2B_2}}{|\overrightarrow{D_2D_3}| |\overrightarrow{A_2B_2}|} \\ \vdots \\ \frac{\overrightarrow{D_{n-1}D_n} \cdot \overrightarrow{A_nB_n}}{|\overrightarrow{D_{n-1}D_n}| |\overrightarrow{A_nB_n}|} = \frac{\overrightarrow{D_nR} \cdot \overrightarrow{A_nB_n}}{|\overrightarrow{D_nR}| |\overrightarrow{A_nB_n}|} \end{cases} \quad (14)$$

式(14)经化简可转化为高阶方程组,可通过数值迭代方法进行求解,在此不再细述。

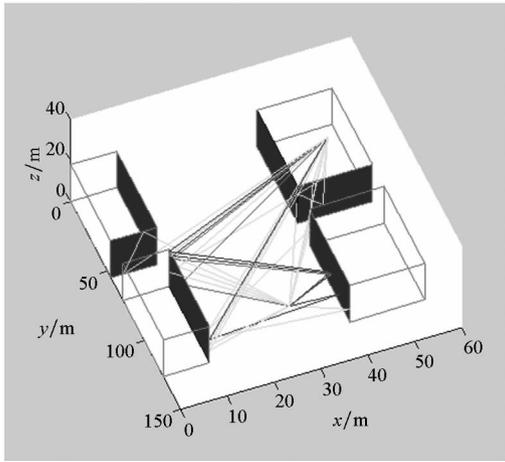
## 3 实例仿真与验证

利用文献[16]中简易场景,进行三阶内射线追踪(不考虑地面反射、绕射)。场景参数如下:建筑物 1 与 2 外形尺寸为 55 m(长)  $\times$  16 m(宽)  $\times$  18 m(高),建筑物 3 与 4 外形尺寸为 55 m(长)  $\times$  10 m(宽)  $\times$  18 m(高)。建筑 1 与 2 及 3 与 4 间距均为 16 m,建筑 1 与 3 及 2 与 4 间距均为 30 m。源点  $T_x$  天线距地面 30 m,发射功率为 30 dBm,天线极化方式为右旋圆极化,接收点  $R_x$  高 2 m,建筑物的等效电参数  $\epsilon_r = 4, \sigma = 0.05$  S/m。

### 3.1 多径分布结果

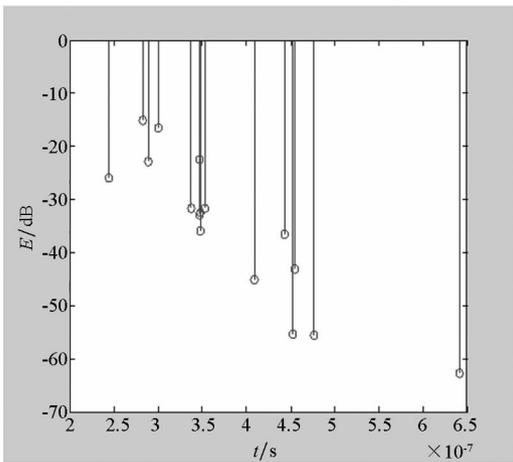
构建坐标系,设置接收发射点,  $T_x$  位于 [45,

48, 30]; $R_x$  位于[108, 30, 2], 射线追踪结果如图6所示。图6(a)显示多径空间分布, 黑色平面为 $R_x$ 可见面; 图6(b)为多径功率-延迟分布。



(a) 多径空间分布

(a) Spatial distribution of multipath



(b) 多径功率-延迟分布

(b) Power-delay distribution of multipath

图6 射线追踪结果

Fig. 6 Results of ray tracing

### 3.2 绕射点计算结果

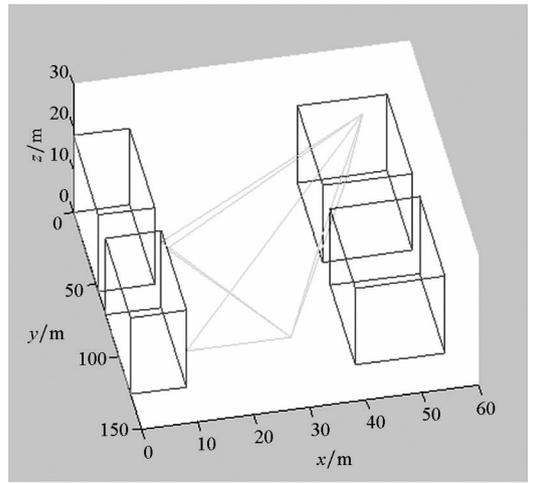
3.1 节射线追踪结果中, 绕射路径如图7所示, 图7(a)、图7(b)分别为一次、二次绕射路径。

一次绕射点分别为:[55, 44.0, 18], [72.3, 40, 18], [126, 10, 8.5], [71, 10, 15.4], [83.4, 10, 18]; 二次绕射点分别为:

$$\begin{bmatrix} 71 & 42.9 & 18 \\ 55 & 40 & 14.3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 55 & 44.1 & 18 \\ 71 & 40 & 13.2 \end{bmatrix},$$

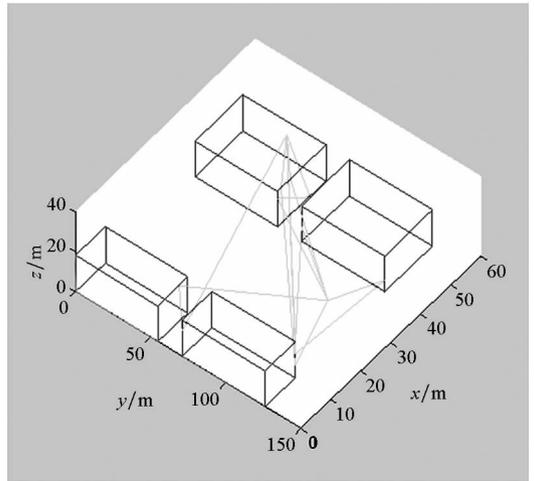
$$\begin{bmatrix} 126 & 10 & 16.8 \\ 71 & 40 & 7.6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 126 & 10 & 12.1 \\ 126 & 40 & 6.1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 71 & 0 & 12.3 \\ 55 & 7.0 & 18 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 55 & 41.2 & 18 \\ 126 & 10 & 6.1 \end{bmatrix}。$$



(a) 一次绕射

(a) Diagram of one diffraction



(b) 二次绕射

(b) Diagram of two diffraction

图7 绕射路径

Fig. 7 Path of diffraction

### 3.3 功率分布结果

当发射点 $T_x$  位于[45, 48, 30], 接收点 $R_x$  在空间中任意位置, 高度为2时, 场强分布结果如图8所示。

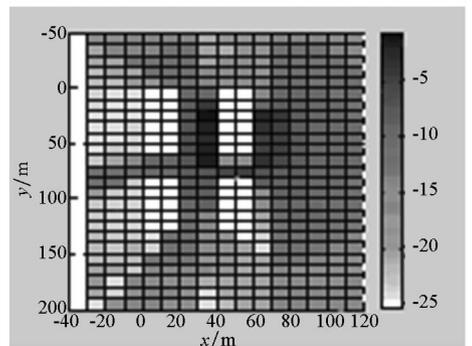


图8 信号辐射功率分布

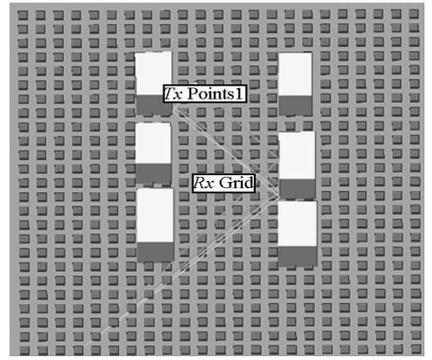
Fig. 8 Radiated power distribution

图 8 中,浅色部分说明场强分布小,其中白色部分为建筑物所在位置,发射信号受到建筑遮挡,造成该区域信号较弱,与实际现象一致。

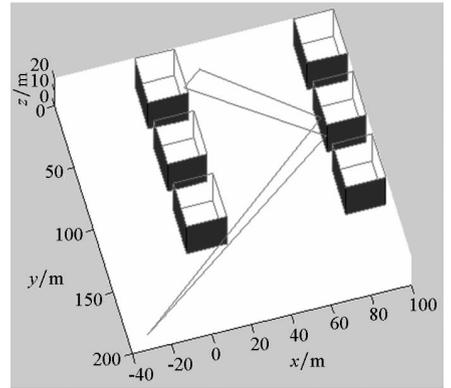
### 3.4 算法验证

以信号在简易街道传播为例,分别把由 MATLAB 仿真与商业软件 Wireless Insite 计算得到的多径分布和功率分布作比较,结果如下(多径分布主要包括直达径与反射径)。

多径分布仿真结果如图 9、图 10 所示。由于 Wireless Insite 采用正向算法,其射线数相对较多,但其路径分布与本部分算法仿真结果一致。对空间功率分布进行仿真结果如图 11 所示,对数据结果统计分析,得到商业软件与本部分算法一致性大于 90%,从而验证所采用的算法有效。



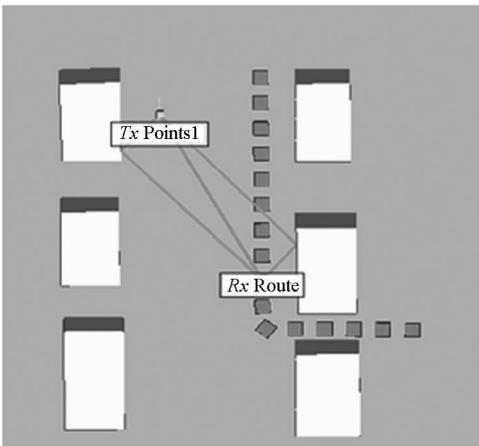
(a) Wireless Insite



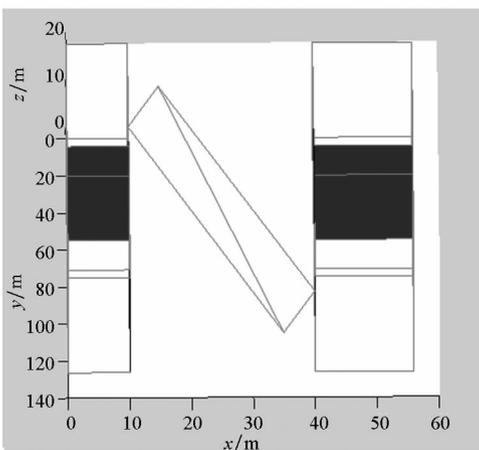
(b) MATLAB

图 10 二次反射径比较

Fig. 10 Comparison of two reflection path



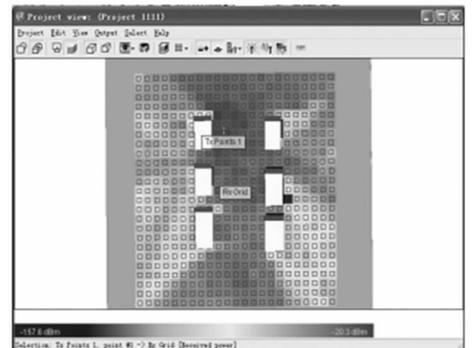
(a) Wireless Insite



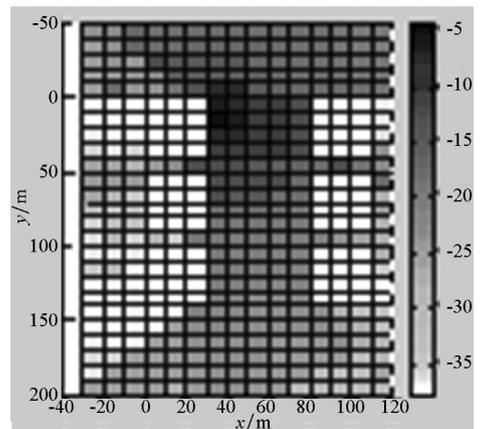
(b) MATLAB

图 9 一次反射径比较

Fig. 9 Comparison of one reflection path



(a) Wireless Insite



(b) MATLAB

图 11 信号辐射功率分布比较

Fig. 11 Comparison of power distribution

## 4 结论

本文利用反向射线追踪方法,结合虚拟源树、分区处理、背向检测等技术对城市场景下的电波传播进行预测,重点分析了任意尖劈的绕射算法,通过计算仿真可以得到较为准确的多径分布、路径时延、场强、相位等,并验证了算法的有效性,有助于精确电波传播预测及链路设计。实际应用中,场景模型的构建是一个重要问题,通过手工输入会耗费大量时间、精力,可利用符合精度需求的数字地图(STRM、OSM等)进行自动化的场景模型构建,结合射线追踪算法可实现室外环境下的电波传播快速预测。另一方面,该算法的准确性问题还需考虑环境中其他影响因素(树木、路灯、天线载体平台等障碍的影响),需要进行更深入的研究,并通过实测进行验证,使其能更快投入实际应用。

## 参考文献(References)

- [1] Valcarce A, de la Roche G, Nagy L, et al. A new trend in propagation prediction [J]. *IEEE Vehicular Technology Magazine*, 2011, 6(2): 73-81.
- [2] 张青洪, 廖成, 盛楠, 等. 抛物方程方法的亚网格模型及其应用研究[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(8): 2005-2009.  
ZHANG Qinghong, LIAO Cheng, SHENG Nan, et al. Study on subgridding model of the parabolic equation and its application [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(8): 2005-2009. (in Chinese)
- [3] Kanatas A G, Constantinou P. A propagation prediction tool for urban mobile radio systems [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2000, 49(4): 1348-1355.
- [4] Lim S Y, Yun Z, Baker J M, et al. Propagation modeling and measurement for a multi-floor stairwell [J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2009, 8(4): 583-586.
- [5] Wang Z Y, Jin R H, Jin Y. Path loss prediction for mobile digital TV propagation under viaduct [J]. *IEEE Transactions on Broadcasting*, 2011, 57(1): 37-45.
- [6] Dotling M, Jahn A, Didascalou D, et al. Two and three-dimensional ray tracing applied to the land mobile satellite (LMS) propagation channel [J]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2001, 43(6): 27-37.
- [7] Zhang Z B, Guo L X, Liu Z Y. An improved algorithm of reverse ray tracing for radio propagation prediction in urban[C]//*Proceedings of IEEE International Conference on Microwave Technology & Computational Electromagnetics*, 2011.
- [8] 刘忠玉, 郭立新, 种稚萌, 等. 城市微蜂窝环境下一种改进的射线跟踪预测模型[J]. *西安电子科技大学学报(自然科学版)*, 2014, 41(2): 137-143.
- [9] LIU Zhongyu, GUO Lixin, ZHONG Zhimeng, et al. Improved ray tracing prediction model in urban microcellular environments [J]. *Journal of Xidian University (Natural Science)*, 2014, 41(2): 137-143. (in Chinese)
- [9] 周力, 柴舜连, 毛钧杰. 小区覆盖预测中一种有效的射线跟踪技术[J]. *电子与信息学报*, 2002, 24(10): 1433-1436.  
ZHOU Li, CHAI Shunlian, MAO Junjie. An efficient ray-tracing method for propagation prediction in microcellular environment [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2002, 24(10): 1433-1436. (in Chinese)
- [10] 刘尧健, 张业荣, 曹伟. 一种基于射线跟踪的射线管分裂新方法[J]. *电子与信息学报*, 2008, 30(4): 999-1003.  
LIU Yuanjian, ZHANG Yerong, CAO Wei. A novel splitting technique of ray tubes based on ray tracing [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(4): 999-1003. (in Chinese)
- [11] 杨晋生, 李中品. 基于 USRP 的室内无线信道场强的仿真与测量[J]. *电子测量技术*, 2015, 38(5): 131-134.  
YANG Jinsheng, LI Zhongpin. Radio field strength of simulation and measurement in door based on USRP [J]. *Electronic Measurement Technology*, 2015, 38(5): 131-134. (in Chinese)
- [12] 唐亚平, 徐大专, 朱秋明, 等. 基于三维反向射线跟踪的电波传播预测[J]. *计算机工程*, 2014, 40(3): 143-146.  
TANG Yaping, XU Dazhuan, ZHU Qiuming, et al. Radio wave propagation prediction based on 3D reverse ray-tracing [J]. *Computer Engineering*, 2014, 40(3): 143-146. (in Chinese)
- [13] 卢厚清, 宋歌, 陈亮, 等. 基于射线跟踪法的微蜂窝电波传播预测模型[J]. *解放军理工大学学报: 自然科学版*, 2015, 16(3): 281-285.  
LU Houqing, SONG Ge, CHEN Liang, et al. Microcellular wave propagation prediction model based on ray tracing method [J]. *Journal of PLA University of Science and Technology: Natural Science Edition*, 2015, 16(3): 281-285. (in Chinese)
- [14] 周晓平, 吴德佩, 柳朝阳, 等. 电波传播混合路径循迹的算法研究[J]. *郑州大学学报(工学版)*, 2014, 35(3): 65-68.  
ZHOU Xiaoping, WU Depei, LIU Chaoyang, et al. Research on hybrid path tracking algorithm in ray tracing techniques [J]. *Journal of Zhengzhou University: Engineering Science*, 2014, 35(3): 65-68. (in Chinese)
- [15] 章谦骝, 章坚武. 一种新的射线追踪方法——测试镜像跟踪法[J]. *微波学报*, 2014(s2): 176-179.  
ZHANG Qianhua, ZHANG Jianwu. A new ray-tracing method—test image tracking method [J]. *Journal of Microwaves*, 2014(s2): 176-179. (in Chinese)
- [16] 王瑶, 邹澎, 王召召. 反向射线跟踪法中垂直尖劈的绕射算法[J]. *微波学报*, 2010(s1): 671-675.  
WANG Yao, ZOU Peng, WANG Zhaozhao. The vertical wedge diffraction algorithms of inverse ray-tracing method [J]. *Journal of Microwaves*, 2010(s1): 671-675. (in Chinese)
- [17] Holm P D. A new heuristic UTD diffraction coefficient for nonperfectly conducting wedges [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2000, 48(8): 1211-1219.