

$L(0,1)$ 模态导波在小管径管道弯头处的散射特性*

耿海泉, 王悦民, 陈 乐, 邓文力

(海军工程大学 动力工程学院, 湖北 武汉 430033)

摘要:采用实验和有限元模拟的方法研究了 $L(0,1)$ 模态导波在小管径管道弯头处的模态转换和反射、透射特性,分别使用不同频率的激励信号对含不同弯曲半径弯头的管道进行检测。研究表明: $L(0,1)$ 模态导波在管道弯头处发生模态转换,转换成 $F(1,1)$ 模态,并且其偏振方向与弯头拱背—拱腹方向一致;随着检测频率和弯曲半径的增大,反射 $F(1,1)$ 模态呈减小趋势,透射 $F(1,1)$ 模态呈非单调变化趋势;反射 $L(0,1)$ 模态导波呈减小趋势,透射 $L(0,1)$ 模态导波呈增大趋势;当检测频率或弯曲半径增大到一定程度时,两参数的变化对反射 $F(1,1)$ 模态、反射 $L(0,1)$ 模态和透射 $L(0,1)$ 模态的影响不大。实验结果与模拟结果吻合度高,验证了模拟结果的正确性。研究结论为检测小管径含弯头管道提供了理论指导。

关键词: $L(0,1)$ 模态导波;弯头;散射特性;有限元模拟

中图分类号: TG115.28; TB551 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2017)05-157-07

Scattering characteristic for $L(0,1)$ mode guided wave at elbow in small diameter tube

GENG Haiquan, WANG Yuemin, CHEN Le, DENG Wenli

(College of Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: The experimental and finite element simulation methods were used to investigate the mode conversion, the reflection and the transmission phenomenon at the elbow in small diameter tubes. Excitation signals of different frequency were used to inspect tubes involve elbows of different bending radius. The results show that the mode conversion phenomenon occurs at the elbow and the $L(0,1)$ guided wave converts to $F(1,1)$ guided wave. The orientation of $F(1,1)$ is identical to the extrados-intrados direction of the elbow. With the increase of the inspection frequency and bending radius, the reflected $F(1,1)$ mode decreases monotonically while the transmitted $F(1,1)$ mode changes non-monotonically, the reflected $L(0,1)$ mode decreases while the transmitted $L(0,1)$ mode increases. When the inspection frequency and bending radius increase to some extent, the change of inspection frequency or bending radius has little influence on the reflected $F(1,1)$ mode, reflected $L(0,1)$ mode and transmitted $L(0,1)$ mode. The experimental results agree with the simulation results well which validates the truth of the simulation results. The conclusion will provide theoretical guide for the inspection of small diameter tubes involve elbows.

Key words: $L(0,1)$ mode guided wave; elbow; scattering characteristic; finite element simulation

管道广泛存在于舰艇装备中,是输送油、水、汽等介质的载体。受海水腐蚀、高温高压等恶劣环境的影响,管道易出现裂纹、壁厚减薄等缺陷,威胁舰艇的安全运行。超声导波检测技术作为一种能够快速对管道进行全体积扫查的无损检测手段,具有广阔的应用前景。舰艇管道中存在许多含弯头的管道,管道弯头的存在会扰乱导波的传播,产生反射和模态转换,进而影响导波对管道缺陷的检测。因此,研究超声导波在管道弯头处的散射特性对于检测含弯头管道具有十分重要的意义。许多研究者在这方面已经做了许多工作。Aristegui

等^[1]研究了 $L(0,2)$ 模态导波在管道弯头处的反射和模态转换现象,利用有限元方法计算了不同弯头弯曲半径和检测频率时导波的反射系数和透射系数,并指出 $L(0,2)$ 模态导波遇到弯头会转换成 $F(1,3), F(2,3), \dots, F(n,3)$ 模态。Demma 等^[2]研究了 $L(0,2)$ 模态和 $T(0,1)$ 模态导波在弯头处的模态转换现象,指出 $T(0,1)$ 模态导波遇到弯头会转换成 $F(1,2)$ 模态导波,同时利用有限元方法计算了不同弯头长度和弯曲半径时的导波透射系数。Demma 等^[3]利用有限元计算数据绘制了弯管的导波频散曲线。Hayashi 等^[4]利用半解析有限元法研

* 收稿日期:2016-05-16

基金项目:国家部委基金资助项目(9140A27020115JB11001)

作者简介:耿海泉(1989—),男,山东邹平人,博士研究生,E-mail:genghq_1989@163.com;

王悦民(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:ym99wang@163.com

究了导波在弯头处的传播特性。Eddy 等^[5]利用数值模拟和实验的方法研究了检测频率对 $L(0,2)$ 模态导波在管道弯头处反射和透射特性的影响。王秀彦等^[6]利用实验方法研究了检测频率和弯曲半径对 $L(0,2)$ 模态导波透射系数的影响。Furuhashi 等^[7]研究了导波由直管段进入弯头时波模态组成和波速的变化。Sanderson 等^[8]使用解析模型预测管道弯头对导波信号产生的影响,并对该影响进行消除,有利于增强导波对含弯头管道的检测能力。罗更生等^[9]利用数值模拟和实验方法研究了 $L(0,2)$ 模态导波在弯头处的模态转换和能量集中特性,并对弯头处典型缺陷进行了检测。Qi 等^[10]首先利用实验方法研究了 $T(0,1)$ 模态导波对管道弯头处不同位置缺陷的检测能力,然后利用数值模拟的方法研究了检测频率对模态转换和透射系数的影响。

以上研究工作主要集中在 $L(0,2)$ 模态导波和 $T(0,1)$ 模态导波在管道弯头处的散射特性和缺陷检测研究,对 $L(0,1)$ 模态导波在管道弯头处的散射特性研究较少。在检测管径较小的管道时,由管道频散曲线可知,在低频范围内,纵向模态导波只有 $L(0,1)$ 模态导波而没有 $L(0,2)$ 模态导波,因而研究 $L(0,1)$ 模态导波在小管径管道弯头处的散射特性具有十分重要的意义。

1 弯管检测的数值模拟

1.1 有限元模型

使用 ANSYS/LS-DYNA 瞬态动力学分析模块建立超声导波弯管检测的有限元模型。所使用管道材质为不锈钢,密度为 7930 kg/m^3 ,弹性模量为 206 GPa ,泊松比为 0.27 。管道规格为长度 2.752 m ,外径 20 mm ,壁厚 3 mm ,采用扫略划分方式进行网格划分,单元为 SOLID164 六面体单元,直管段轴向网格尺寸为 2.5 mm ,弯管段中心线处轴向尺寸为 2 mm ,周向划分 36 个单元,所建模型和网格划分如图 1 所示。在管道端面节点施加经汉宁窗调制的 5 个周期正弦位移轴向载荷,激励频率为 $20 \text{ kHz} \sim 40 \text{ kHz}$,由图 2 管道频散曲线可知,在该频率范围内所激发的轴向导波模态为 $L(0,1)$ 模态导波。接收点 1 距管端两个单元,用于接收导波反射信号,接收点 2 距直管弯管交界面 0.2 m ,用于接收导波透射信号。

1.2 模拟信号的模态提取

通常有限元模拟信号的提取是将接收点位置圆周上每个节点接收到的信号相加再取平均;但是,这样得到的只有轴对称模态导波,无法得到非

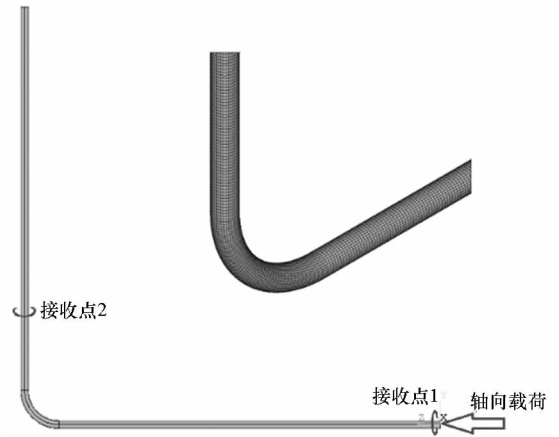


图 1 导波检测有限元模型

Fig. 1 Finite element model of guided wave inspection

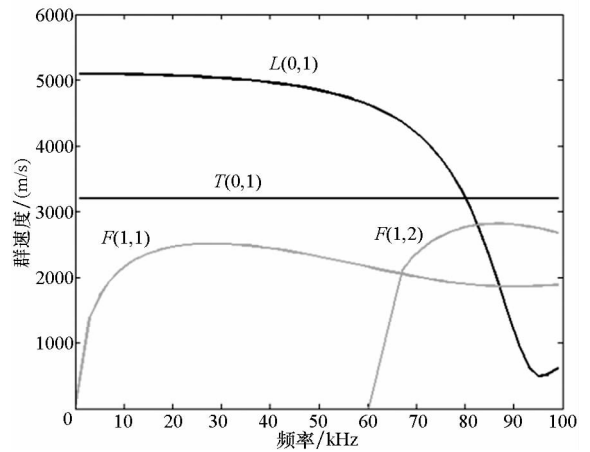


图 2 $20 \text{ mm} \times 3 \text{ mm}$ (外径 \times 壁厚) 不锈钢管的群速度频散曲线

Fig. 2 Group velocity dispersion curves for the stainless steel pipe (20 mm outer radius, 3 mm wall thickness)

轴对称的弯曲模态导波,因此无法对导波在弯头处的模态转换现象进行研究。管道中弯曲模态导波的振型沿周向呈正弦谐波变化,利用弯曲波这一特点,可设计滤波函数得到单一模态的弯曲波模态。文献[11]中给出了该滤波函数的具体形式,如式(1)所示。

$$S = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \{ \cos[l \cdot (\theta - \phi_l)] \} \cdot [s(\theta)] d\theta \quad (1)$$

式中: S 为所要提取的目标模态, l 为目标模态的阶数, θ 为接收节点的周向角度, ϕ_l 为目标模态振型的角度偏移, $s(\theta)$ 为各节点接收到的信号。

在接收点 1 处管道外圆周取 12 个等距分布的节点,用于接收导波信号,通过式(1)可提取任意阶数模态的信号,如图 3 所示。图 3 中所使用的激励信号频率为 30 kHz ,由管道频散曲线可知,在管道中激发出 $L(0,1)$ 模态导波,遇到弯头

会产生反射和模态转换,在该频率下产生的弯曲模态为 $F(1,1)$ 模态, $L(0,1)$ 和 $F(1,1)$ 模态导波如图3中箭头所指。

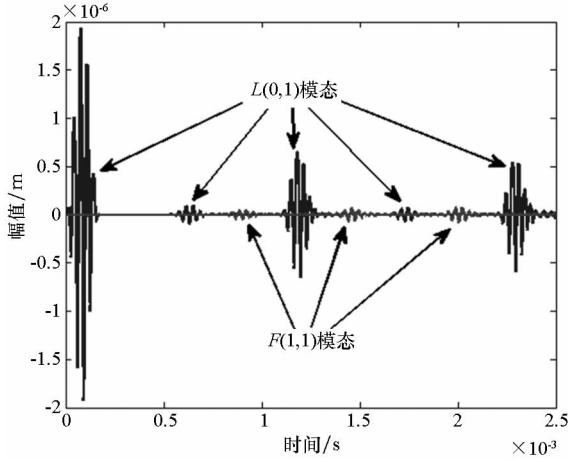


图3 模态提取信号

Fig.3 Extracted mode signals

由图3可知,在第一周期内有两个反射波包, $L(0,1)$ 波包恰好位于第一周期的中间位置,该波包为弯头反射的 $L(0,1)$ 模态导波, $F(1,1)$ 波包位于第一周期3/4位置,如果只考虑反射回波由弯头传播到接收点1的时间, $F(1,1)$ 波包所用时间恰好等于 $L(0,1)$ 波包所用时间的2倍,即 $F(1,1)$ 波包的波速为 $L(0,1)$ 波包波速的1/2。由图2可知,在30 kHz频率下, $L(0,1)$ 模态导波波速为5025 m/s, $F(1,1)$ 模态导波波速为2505 m/s, $F(1,1)$ 模态导波波速约等于 $L(0,1)$ 模态导波波速的1/2,因此也验证了图3中箭头所指 $F(1,1)$ 模态的正确性。

2 弯头处模态转换研究

2.1 弯曲模态的方向性

由上节可知, $L(0,1)$ 模态导波遇管道弯头会产生 $F(1,1)$ 模态导波。1阶弯曲模态的振型在管道圆周方向上呈一个周期的正弦变化,如图4所示。图4为利用半解析有限元法对管道进行模态分析得到的 $F(1,1)$ 模态导波振型。

由图4可知, $F(1,1)$ 模态的振型具有一定偏移方向。因此,由弯头产生的 $F(1,1)$ 模态其振动也有一定的方向性,该方向性会导致导波对不同周向位置缺陷的检测能力的不同。为得到弯头产生的 $F(1,1)$ 模态导波的偏振方向,分别取接收点1和接收点2处的管道截面节点,提取 $F(1,1)$ 模态导波到达时某一时刻节点位移信息,绘制管道截面变形图,如图5所示。图5中符号“*”表示未变形时节点位置,符号“o”表示变形后节点位置。

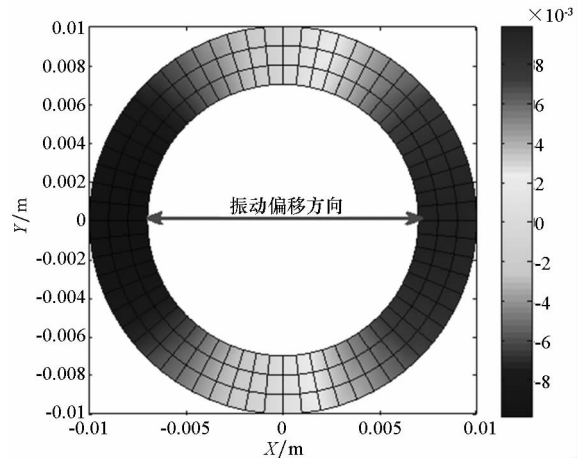
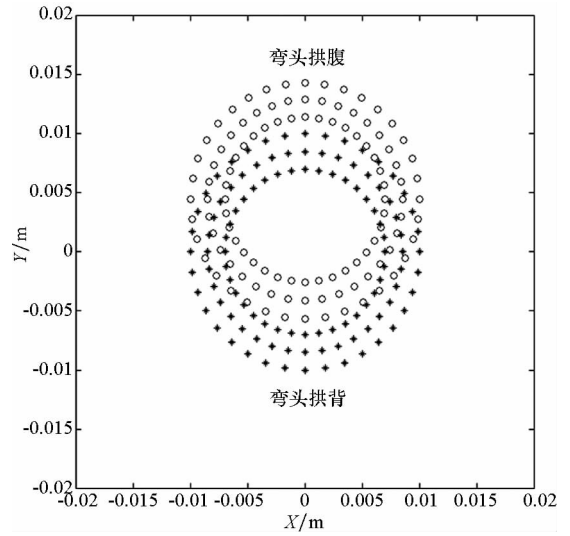


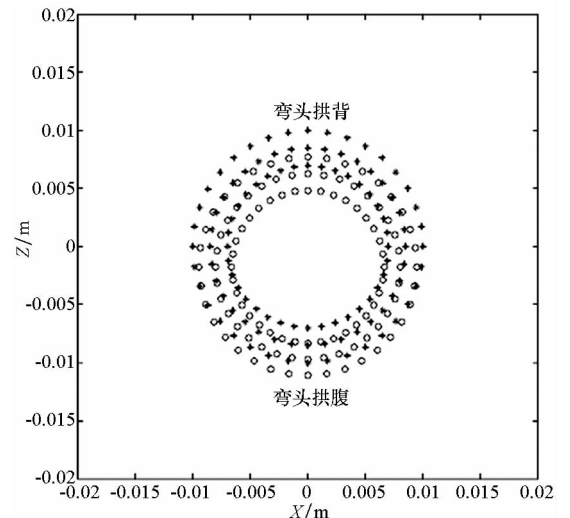
图4 $F(1,1)$ 模态振型

Fig.4 Mode shape of $F(1,1)$ mode



(a) 弯头反射截面变形

(a) Cross-section deformation of reflected signal



(b) 弯头透射截面变形

(b) Cross-section deformation of transmitted signal

图5 管道截面变形图

Fig.5 Deformation of pipe cross-section

从图 5 中可以看出,无论是弯头反射的 $F(1,1)$ 模态导波还是透过弯头的 $F(1,1)$ 模态导波的振动偏移方向都是在弯头拱腹—拱背方向上,因此在 对 含 弯 头 管 道 进 行 检 测 时,在 弯 头 拱 腹—拱 背 方 向 上 的 缺 陷 更 容 易 被 检 出。

2.2 检测频率和弯曲半径对模态转换的影响

分别使用 20 kHz, 25 kHz, 30 kHz, 35 kHz, 40 kHz 的激励信号对弯曲半径为 50 mm, 60 mm, 70 mm, 80 mm, 90 mm 和 100 mm 的弯管进行检测,利用模态提取技术分别提取 $L(0,1)$ 模态和 $F(1,1)$ 模态导波,计算 $F(1,1)$ 模态导波的反射和透射系数,并绘制反射和透射系数随频率和弯曲半径变化的关系曲面,如图 6 和图 7 所示。

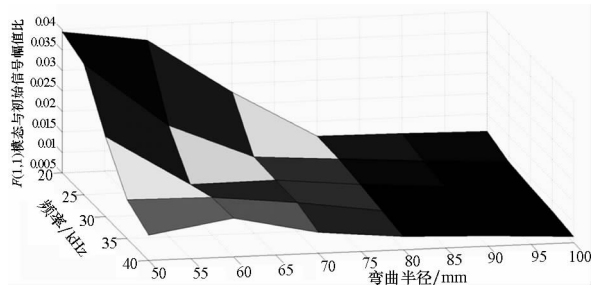


图 6 $F(1,1)$ 模态反射系数随频率和弯曲半径变化曲面
Fig. 6 Reflection coefficients of $F(1,1)$ mode change with frequency and bending radius

从图 6 中可以看出频率和弯曲半径越小,弯头反射 $F(1,1)$ 模态幅值越大。弯曲半径不变,随着频率的增大,弯头反射 $F(1,1)$ 模态减小,但是当弯曲半径大于 80 mm 时,频率的变化对反射 $F(1,1)$ 模态的影响不大。频率不变,随着弯曲半径的增大,弯头反射 $F(1,1)$ 模态减小,当频率大于 35 kHz 时,弯曲半径的变化对反射 $F(1,1)$ 模态的影响不大。

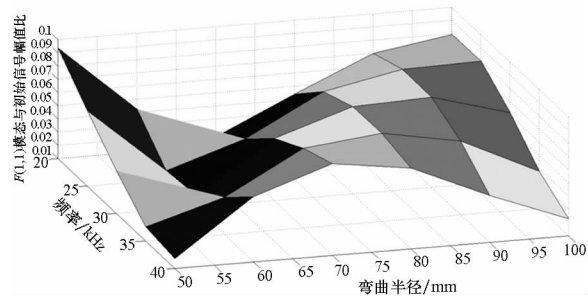


图 7 $F(1,1)$ 模态透射系数随频率和弯曲半径变化曲面
Fig. 7 Transmission coefficients of $F(1,1)$ mode change with frequency and bending radius

从图 7 中可以看出频率和弯曲半径对透射 $F(1,1)$ 模态的影响呈现非单调性。保持弯曲半径不变,研究频率变化对透射 $F(1,1)$ 模态的影

响,可以看出,不同弯曲半径时频率对透射 $F(1,1)$ 模态的影响是不同的。在弯曲半径由 50 mm 变到 100 mm 的过程中,随着频率增大,透射 $F(1,1)$ 模态由单调减小变为先减小再增大,然后变为单调增大,再变为先增大后减小,最后变为单调减小。保持频率不变,研究弯曲半径变化对透射 $F(1,1)$ 模态的影响,同样可以看出,不同频率时弯曲半径对透射 $F(1,1)$ 模态的影响是不同的。在频率由 20 kHz 变到 40 kHz 的过程中,随着弯曲半径的增大,透射 $F(1,1)$ 模态首先呈现先减小后增大的趋势,然后逐渐变为先增大后减小的趋势。以上变化趋势可以看成是正弦曲线的一段,但具有不同的相位。出现这种情况的原因为 $L(0,1)$ 模态导波两次在直管—弯管交界面处发生模态转换,最终透射 $F(1,1)$ 模态为这两次的叠加,两次模态转换信号存在相位差,不同频率和弯曲半径会造成该相位差的不同,因而两者的叠加会发生如正弦曲线般的变化。

3 导波在弯头处的反射与透射特性

分别使用 20 kHz, 25 kHz, 30 kHz, 35 kHz, 40 kHz 的激励信号对弯曲半径为 50 mm, 60 mm, 70 mm, 80 mm, 90 mm, 100 mm 的弯管进行检测,利用模态提取技术提取 $L(0,1)$ 模态导波,计算导波的反射和透射系数,并绘制反射和透射系数随频率和弯曲半径变化的关系曲面,如图 8 和图 9 所示。

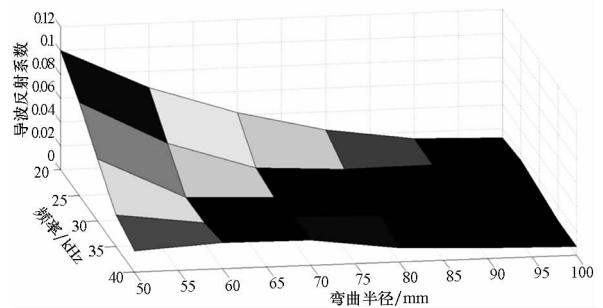


图 8 $L(0,1)$ 模态反射系数随频率和弯曲半径变化曲面
Fig. 8 Reflection coefficients of $L(0,1)$ mode change with frequency and bending radius

从图 8 中可以看出,频率和弯曲半径越小,导波反射系数越大。频率和弯曲半径对导波反射系数的影响是单调的。当一参数保持不变,另一参数增大时,导波反射系数呈单调减小趋势。当频率大于 35 kHz 或弯曲半径大于 80 mm 时,弯曲半径和频率的变化对导波反射系数的影响不大。

从图 9 中可以看出,频率和弯曲半径越小,导

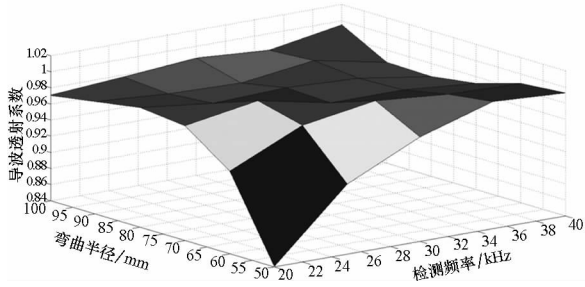


图9 $L(0,1)$ 模态透射系数随频率和弯曲半径变化曲线

Fig. 9 Transmission coefficients of $L(0,1)$ mode change with frequency and bending radius

波透射系数越小。当固定某一参数,随着另一参数的增大,导波透射系数呈增大趋势。当频率大于30 kHz或弯曲半径大于70 mm时,弯曲半径和频率对导波透射系数的影响不大。

4 弯管导波检测实验

为验证数值模拟结果的正确性,利用实验方法对模拟中所使用的弯管进行导波检测。实验所使用仪器为课题组自主开发的磁致伸缩导波无损检测仪器。该仪器主要由检测主机和传感器组成。检测主机由一台工控机加装检测主板改装而成,实现了检测功能硬件与计算机的集成,便于在工程应用中携带。

4.1 实验设置

实验所用管道材质为不锈钢,牌号为oCr18Ni19,密度 7930 kg/m^3 ,弹性模量为206 GPa,泊松比为0.27。管道外径为20 mm,壁厚为3 mm,长度为2.752 m,采用热弯技术将直管加工成相应弯曲半径的弯管,弯头位于管道中间,两直管段长度相等。因不锈钢为非铁磁性材料,使用磁致伸缩导波检测技术对非铁磁性管道进行检测需要在管道表面粘贴换能装置如铁钴条带等高磁致伸缩材料以实现能量转换。将铁钴条带裁剪成长条状,长度约70 mm,宽度约5 mm,厚度约0.15 mm。使用永磁铁对条带进行预磁化处理,注意每根条带的磁化方向相同,使用环氧树脂胶将条带沿轴向粘贴在管道表面,因管道直径较小,可粘贴四条条带,等距分布在管道圆周表面。激励和接收线圈置于条带上,在激励线圈内通入交变电流,产生交变磁场,由于磁致伸缩效应,条带发生变形产生振动,由环氧树脂胶传递给管道从而在管道内产生导波;当导波反射回来时,带动条带振动,由于磁致伸缩逆效应,条带磁场发生变化,接收线圈感应交变磁场在线圈内产生感应电压,从而实现信号的接收。实验设置示意图

如图10所示。

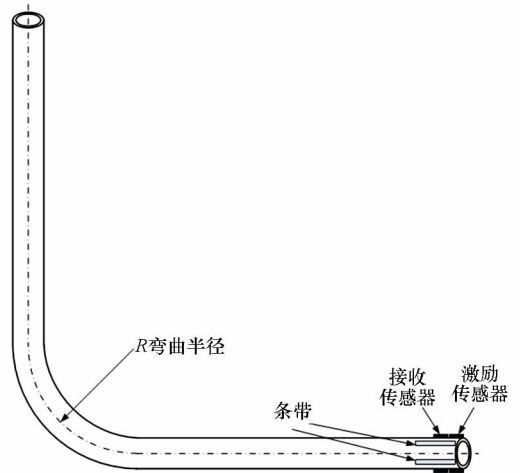


图10 实验设置示意图

Fig. 10 Sketch of experimental setup

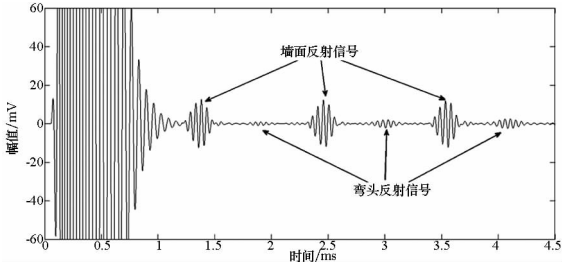
4.2 实验结果及对比分析

使用实验方法对弯曲半径为100 mm的弯管进行导波检测,并利用有限元模拟进行对比。其中模拟信号只是提取了 $L(0,1)$ 模态导波,检测频率 f 分别为20 kHz, 26 kHz, 29 kHz, 36 kHz, 40 kHz,检测信号如图11所示。

从图11中可以看出,实验信号与模拟信号吻合度较高。实验信号中只有 $L(0,1)$ 模态导波而未出现 $F(1,1)$ 模态导波,这是由于检测中铁钴条带对称分布,接收信号中的 $F(1,1)$ 模态导波在叠加后相互抵消;同时,由于 $F(1,1)$ 模态波结构中其轴向位移小于径向位移和周向位移,长条状的铁钴条带对 $F(1,1)$ 模态敏感度不如 $L(0,1)$ 模态。弯头反射位于检测信号周期的中间位置,这与管道结构相吻合。同一检测信号中,后面周期的弯头反射幅值明显大于前面周期的弯头反射幅值,这是由导波反射信号的多次叠加造成的。随着检测频率的增加,端面反射信号的幅值越来越大,弯头反射的幅值先增大后减小,在36 kHz之后几乎没有弯头反射的产生。

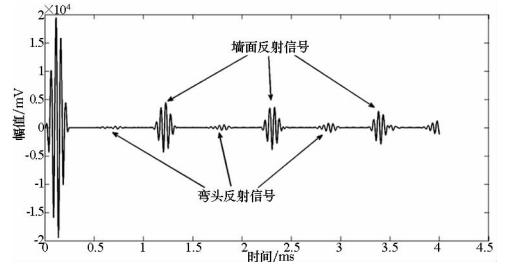
为进一步验证实验结果与模拟结果的吻合性,下面计算弯头反射系数并进行对比。由于实验信号第一周期中电磁脉冲信号掩盖了激励信号和弯头反射信号,因而这里使用检测信号第二周期的弯头反射信号和第一次端面回波来计算弯头反射系数。对比结果如图12所示。

从图12中可以看出,随着检测频率的增大,虽然模拟弯头反射系数略大于实验结果,但是实验数据与模拟数据呈现了相同的变化趋势。在小于等于26 kHz时,弯头反射系数变化不大;大于26 kHz时,弯头反射系数随频率增大迅速减小。



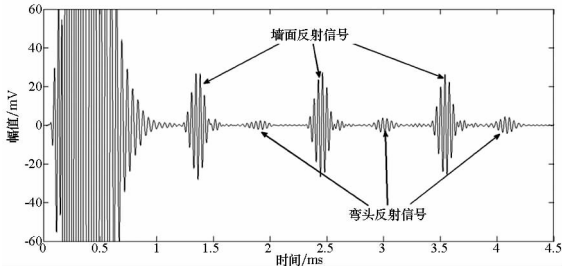
(a) 实验信号, $f = 20$ kHz

(a) Experimental signal, $f = 20$ kHz



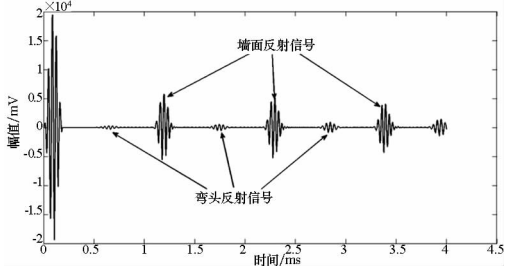
(b) 模拟信号, $f = 20$ kHz

(b) Simulation signal, $f = 20$ kHz



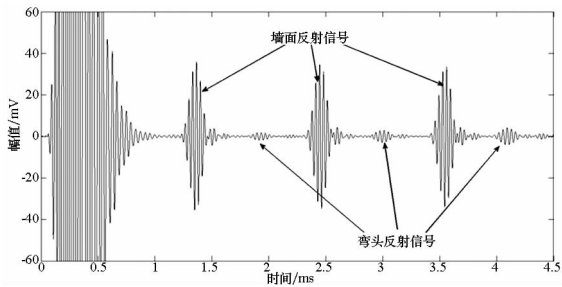
(c) 实验信号, $f = 26$ kHz

(c) Experimental signal, $f = 26$ kHz



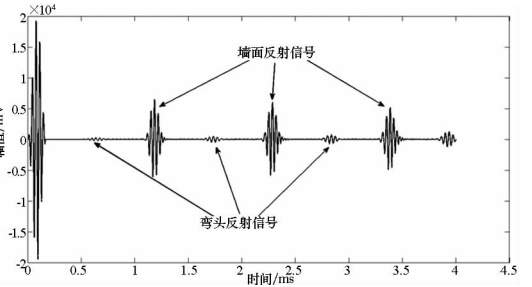
(d) 模拟信号, $f = 26$ kHz

(d) Simulation signal, $f = 26$ kHz



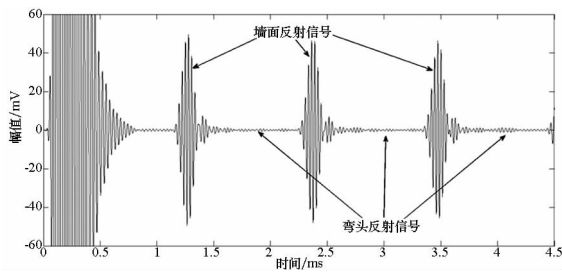
(e) 实验信号, $f = 29$ kHz

(e) Experimental signal, $f = 29$ kHz



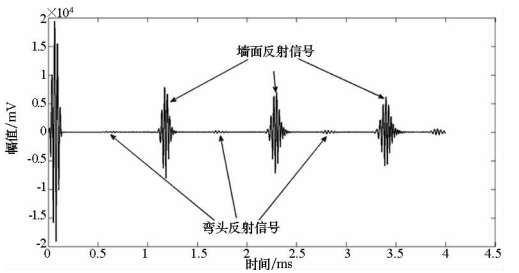
(f) 模拟信号, $f = 29$ kHz

(f) Simulation signal, $f = 29$ kHz



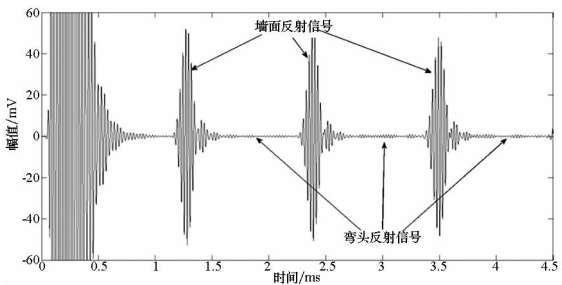
(g) 实验信号, $f = 36$ kHz

(g) Experimental signal, $f = 36$ kHz



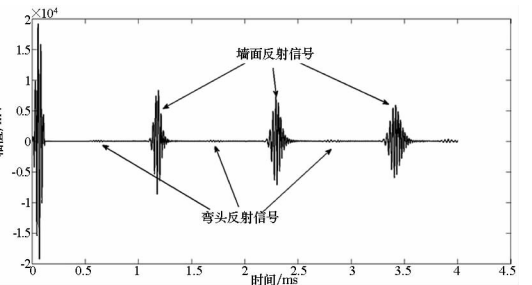
(h) 模拟信号, $f = 36$ kHz

(h) Simulation signal, $f = 36$ kHz



(i) 实验信号, $f = 40$ kHz

(i) Experimental signal, $f = 40$ kHz



(j) 模拟信号, $f = 40$ kHz

(j) Simulation signal, $f = 40$ kHz

图 11 实验与模拟信号

Fig. 11 Experimental and simulation signals

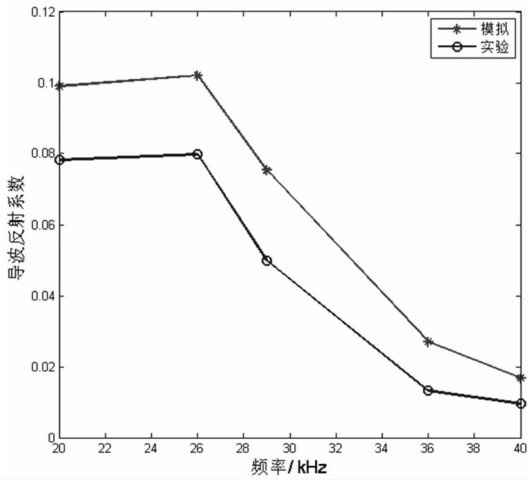


图12 弯头反射系数随频率变化曲线

Fig. 12 Reflection coefficients of the elbows change with frequency

模拟结果与实验结果的误差可能由以下几个方面造成的:①模拟中使用的材料参数可能与实际材料参数有误差;②实际管道弯头由热弯加工而成,弯头处壁厚和材料性能可能发生变化,而模拟弯头壁厚和材料性能未发生变化;③实际加工弯头的弯曲半径并不能保证正好为100 mm,造成管道结构与模拟所用管道有所差异;④模拟过程中可能会存在数值误差;⑤实验检测过程中存在各种噪声。虽然实验结果与模拟结果存在误差,但是误差在可允许的范围内,并且两者呈现了相同的变化趋势,因此可认为模拟结果是正确的。

5 结论

本文使用超声导波检测技术对小直径含弯头管道进行检测。使用数值模拟方法研究了 $L(0,1)$ 模态导波在管道弯头处的模态转换及反射、透射现象,并使用实验方法验证了数值模拟的正确性。得到如下结论:

1) $L(0,1)$ 模态导波在管道弯头处发生模态转换,转换成 $F(1,1)$ 模态导波,并且 $F(1,1)$ 模态导波具有一定的方向性,无论是反射的还是透射的 $F(1,1)$ 模态导波,其偏振方向总是与弯头拱背—拱腹方向一致。

2) 检测频率和弯头弯曲半径是影响模态转换的两个重要因素。保持一个参数不变,随着检测频率和弯曲半径的增加,反射 $F(1,1)$ 模态导波呈单调减小趋势;当弯曲半径大于80 mm或频率大于35 kHz时,频率和弯曲半径的变化对反射 $F(1,1)$ 模态影响不大。检测频率和弯曲半径对透射 $F(1,1)$ 模态导波的影响呈现非单调性,并且

不同检测频率和弯曲半径时,弯曲半径和检测频率的变化对透射 $F(1,1)$ 模态导波的影响不同,变化曲线为正弦曲线的一段,具有不同的相位。

3) 保持一个参数不变,随着频率和弯曲半径的增大, $L(0,1)$ 模态导波反射系数呈单调减小趋势;透射系数呈单调增大趋势。当频率或弯曲半径增大到一定程度时,两参数的变化对 $L(0,1)$ 模态导波反射系数和透射系数影响不大。

4) 实验结果与模拟结果吻合度较高,验证了数值模拟的正确性,因此由模拟结果得到的规律可信度高。

参考文献 (References)

- [1] Aristegui C, Cawley P, Lowe M. Reflection and mode conversion of guided waves at bends in pipes [J]. AIP Conference Proceedings, 2000, 509: 209–216.
- [2] Demma A, Cawley P, Lowe M J S. Mode conversion of longitudinal and torsional guided modes due to pipe bends [J]. AIP Conference Proceedings, 2001, 557: 172–179.
- [3] Demma A, Cawley P, Lowe M J S. Guided waves in curved pipes [J]. AIP Conference Proceedings, 2002, 615: 157–164.
- [4] Hayashi T, Kawashima K, Sun Z, et al. Guided wave propagation mechanics across a pipe elbow [J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 2005, 127(3): 322–327.
- [5] Eddy N O, Odiogenyi A O. The effect of bends on the propagation of guided waves in pipes [J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 2005, 127(3): 328–335.
- [6] 王秀彦, 刘增华, 孙雅欣, 等. 弯管中超声导波传播特性的研究 [J]. 北京工业大学学报, 2006, 32(9): 773–777.
WANG Xiuyan, LIU Zenghua, SUN Yaxin, et al. Research on the propagation characteristics of ultrasonic guided waves in curved pipes [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2006, 32(9): 773–777. (in Chinese)
- [7] Furuhashi S, Sorimachi K, Sugiura T. Change in mode configurations and propagation velocity of guided waves through an elbow section of a pipe [C]//Proceedings of IEEE International Ultrasonics Symposium, 2010: 2211–2214.
- [8] Sanderson R M, Hutchins D A, Billson D R, et al. The investigation of guided wave propagation around a pipe bend using an analytical modeling approach [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2013, 133(3): 1404.
- [9] 罗更生, 谭建平, 卢超, 等. $L(0,2)$ 模态导波检测弯管缺陷的数值模拟和实验研究 [J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2014, 45(9): 3029–3036.
LUO Gengsheng, TAN Jianping, LU Chao, et al. Numerical simulation and testing research for defect detection in bend pipes using longitudinal mode $L(0,2)$ [J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2014, 45(9): 3029–3036. (in Chinese)
- [10] Qi M X, Zhou S P, Ni J, et al. Investigation on ultrasonic guided waves propagation in elbow pipe [J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2016, 139/140: 250–255.
- [11] Catton P. Long range ultrasonic guided waves for the quantitative inspection of pipelines [D]. UK: Brunel University, 2009.