

## 拦截弹中制导最优弹道簇生成\*

周 颢<sup>1</sup>, 雷虎民<sup>1</sup>, 邵 雷<sup>1</sup>, 翟岱亮<sup>1</sup>, 张大元<sup>2</sup>

(1. 空军工程大学 防空反导学院, 陕西 西安 710043; 2. 中国人民解放军 95948 部队, 甘肃 酒泉 732750)

**摘要:**针对临近空间高超声速目标飞行速度快,跟踪预测难的特点,提出在中制导阶段进行最优弹道设计与弹道簇生成用于对目标预测命中区域进行有效覆盖的方法。通过分析临近空间高超声速目标对现有防空体系带来的挑战,阐明了在中制导段进行弹道簇设计与生成的必要性;将中制导段的弹道规划问题视为求解满足多种约束条件下的最优控制问题,应用最优化理论方法得到了基准的最优弹道;应用邻域最优控制理论,针对终端约束条件进行调整,设计了邻域最优弹道簇的生成算法。仿真验证了所提方法的有效性。

**关键词:**弹道簇;邻域最优控制;中制导;高超声速目标;弹道优化

**中图分类号:**TJ391 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2017)05-171-07

## Midcourse neighboring optimal trajectory cluster generation for interceptors

ZHOU Jin<sup>1</sup>, LEI Humin<sup>1</sup>, SHAO Lei<sup>1</sup>, ZHAI Dailiang<sup>1</sup>, ZHANG Dayuan<sup>2</sup>

(1. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710043, China;

2. The PLA Unit 95948, Jiuquan 732750, China)

**Abstract:** Aimed at the high velocity and unpredictable trajectory characteristics of the hypersonic targets in near space, the optimal midcourse trajectory design and trajectory cluster generation methods were proposed for the effective coverage of the target's predicted impact area. Firstly, by analyzing the challenges that the hypersonic targets have formed to the existing air defense systems, the necessity of the trajectory cluster design and generation in midcourse phase was illustrated. Secondly, the optimal midcourse trajectory design was treated as the problem of searching for optimal solutions under numerous constrains, and the nominal optimal trajectory was generated with the optimal control theory. Thirdly, based on the NOC (neighboring optimal control) theory, the neighboring optimal trajectory cluster generation algorithm was developed to meet the adjusted terminal constraints. Finally, the simulation results testify the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** trajectory cluster; neighboring optimal control; midcourse guidance; hypersonic target; trajectory optimization

运行于临近空间的高超声速飞行器,依靠其较高的飞行速度,较强的机动能力,对于现有的防空体系形成了严峻的挑战,主要表现在以下两个方面:①临近空间高超声速目标的飞行马赫数一般超过5,造成拦截时间非常短暂。尤其在末制导阶段,拦截过程转瞬即逝,可调节时间以及调节范围非常有限,必须借助于中制导,形成有利的中末交接班条件以及末制导初始态势,才能确保整个拦截过程的顺利实施;②临近空间高超声速目标的横向机动范围比较大,再加上其典型的纵向跳跃式弹道,造成拦截方难以有效对其进行精确的探测与跟踪。对于常规目标解算得到的预测命中点将演变成为一个预测命中区域,必须借助于合理的弹道设计,生成一系列的弹道构成弹道簇,

对于此区域进行有效的覆盖,才能确保对临近空间高超声速目标的有效拦截与打击。

针对拦截弹中制导的弹道设计与生成,已经有部分专家学者进行了研究。张大元等<sup>[1]</sup>通过分析临近空间高超声速飞行器的飞行特性,将拦截问题定性为临近空间的远程高超声速拦截,提出了拦截弹的弹道规划需求。汤善同等<sup>[2]</sup>设计了针对弹道导弹防御问题的拦截弹弹道规划方法以及弹道跟踪制导律。Padhi等<sup>[3-4]</sup>采用模型静态预测规划的方法对中制导弹道规划问题进行了研究。模型静态预测规划首先对连续的系统状态方程进行离散,将实际状态与期望状态之间的偏差作为扰动项,在期望状态附近进行泰勒级数展开,通过多次迭代求解,得到满足状态约束条件的

\* 收稿日期:2016-04-22

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61573374,61503408);航空科学基金资助项目(20150196006)

作者简介:周颢(1989—),男,河北衡水人,博士研究生,E-mail:1019922781@qq.com;

雷虎民(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:hmleinet@21cn.com

优化控制量。算法具有高效性及快速性的特点。Morgan 等<sup>[5]</sup>借鉴比例导引方法的思想研究了一种广义最优中制导方法,将中制导末端速度以及预测命中点位置作为约束条件,利用最优控制原理,分别设计了开环和闭环的指令加速度计算方法。通过对终端速度误差项系数和终端位置误差项系数赋予不同的初值,可以对终端约束条件的满足精度进行调节。Indig 等<sup>[6-8]</sup>首先将弹目运动模型进行线性化,借鉴弹道成型制导思想设计了最优制导律,然后考虑实际的非线性弹目运动模型,增加了拦截弹的末端角度约束,应用庞特里亚金最小值原理推导了最优弹道模型,应用高斯伪谱法解算出最优弹道。Yan<sup>[9]</sup>和 Tian 等<sup>[10]</sup>将邻域最优控制 (Neighboring Optimal Control, NOC) 方法与伪谱法相结合,利用伪谱法将连续的系统方程进行离散,在离散点处利用变分方程与伪谱法求和方程建立等式关系,最后通过最小二乘方法得到控制量的修正量。但是其研究仅限于在制导过程初始时刻状态发生偏差的情况,对于终端约束状态无法进行调整。

以上研究主要侧重于单一最优弹道的规划与设计,而对于终端约束发生调整的弹道簇生成并没有进行更多考虑。本文以此为出发点,通过改变基准最优弹道的终端约束条件,利用基准弹道数据,生成一系列满足不同终端约束的弹道簇。

## 1 最优控制问题描述

为有效拦截临近空间高超声速目标,未来发展的高超声速拦截弹必须具备较高的飞行速度以及较强的机动过载能力,能够实现从地基平台发射进入临近空间实施有效打击。这些不仅对于拦截弹的材料选择提出了较高的要求,同时对于拦截弹的弹道设计提出了诸多的约束条件<sup>[11]</sup>,基于传统比例导引规律的中制导方式已经难以在多种过程约束以及终端约束条件下有效引导拦截弹飞向目标。一种可行的方法是借助现代的最优控制理论对于拦截弹的弹道进行最优化设计。

拦截弹的最优化弹道设计可以表述为:在同时满足拦截弹动态方程

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (1)$$

拦截弹弹道过程约束为

$$\|\mathbf{u}\| \leq \mathbf{u}_{\max} \quad (2)$$

终端约束为

$$\boldsymbol{\psi}_f = \mathbf{0} \quad (3)$$

的条件下,求解容许控制量  $\mathbf{u}$ ,使得选取的性能指标为

$$J = \phi(\mathbf{x}(t_f), t_f) \quad (4)$$

达到最优。其中,  $\mathbf{x}$  为拦截弹的状态量,下标  $f$  表示终端时刻对应的变量值。

解决以上最优化问题的方法一般可以归结为两类:直接法和间接法<sup>[12]</sup>。间接法基于庞特里亚金最小值原理推导出最优控制的一阶必要条件,将最优控制问题转换为两点边值问题 (Two Point Boundary Value Problem, TPBVP)。首先,通过引入与状态量  $\mathbf{x}$  同维度的协态量  $\boldsymbol{\lambda}$ ,建立哈密尔顿方程:

$$\mathbf{H} = \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{f} \quad (5)$$

在终端时刻  $t_f$  给定的条件下,得到最优控制问题的一阶必要性条件:

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (6)$$

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = -\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{x}} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\lambda}(t_f) = \left( \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{v}_f^T \frac{\partial \boldsymbol{\psi}}{\partial \mathbf{x}} \right)_f \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\psi}_f(\mathbf{x}(t_f)) = \mathbf{0} \quad (10)$$

其中,  $\mathbf{0}$  表示具有合适维度的全零矩阵。注意到,以上的一阶必要性条件并没有从实质上对问题进行求解,而是将原问题的状态空间维度进行扩维,得到了包含状态变量和协态变量的状态空间<sup>[13]</sup>。这样虽然确保了问题的求解精度,但是协态量的引入使得原有的优化问题更加复杂,对于其初始值的设定难以采取有效的方法,从而限制了间接法在最优化问题求解当中的应用。

直接法通过把状态变量离散化,将连续的最优控制问题转换为离散的非线性规划问题,然后通过非线性规划求解算法得到最优解。与间接法相比,直接法的收敛域更加宽广。近年来兴起的高斯伪谱法 (Gauss Pseudospectral Method, GPM) 就属于直接法中的一种。文献 [14] 已证明,应用 GPM 得到的最优解满足一阶最优性条件 (6) ~ (10), 并且对于协态变量也能够精确获得,从而确保了 GPM 求解的精度。本文利用 GPM 方法求解中制导弹道优化问题 (1) ~ (4), 将最优解作为基准最优弹道,用上标 \* 表示。

## 2 邻域最优控制理论

基准最优弹道生成以后,虽然可以利用同样的方法,通过反复改变终端的约束条件从而得到弹道簇,但是最优控制问题的求解过程非常复杂,需要涉及参数的离散以及非线性规划寻优,费时

较长。事实上,如果弹道簇的终端约束变化不大,可以在基准最优弹道终端约束的邻域范围内进行调整,应用 NOC 理论<sup>[15]</sup>,生成满足不同终端约束条件的弹道簇,对预测命中区域进行覆盖,如图 1 所示。

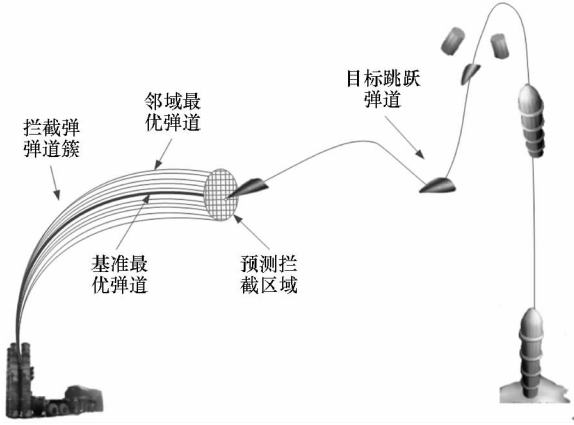


图 1 拦截弹弹道簇示意图

Fig. 1 Interceptor trajectory cluster

基准最优弹道邻域范围内的弹道簇只是改变了终端约束条件  $\psi_f$ , 对其进行调整  $\delta\psi_f = \psi_f - \psi_f^*$ 。NOC 的基本思想是,利用基准最优弹道的信息产生控制量的调整量  $\delta u = u - u^*$ ,对于系统状态量  $x$  进行调整  $\delta x = x - x^*$ ,以满足改变后的终端约束条件,同时确保性能指标  $J$  仍然保持一定的最优性。

首先,根据基准最优弹道满足的一阶最优性条件(6)~(10),分别对其做一阶变分运算,得到以下方程:

$$\delta \dot{x} = \frac{\partial^2 H}{\partial \lambda \partial x} \delta x + \frac{\partial^2 H}{\partial \lambda \partial u} \delta u \quad (11)$$

$$\delta \dot{\lambda} = -\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \delta x - \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial \lambda} \delta \lambda - \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u} \delta u \quad (12)$$

$$\mathbf{0} = \frac{\partial^2 H}{\partial u \partial x} \delta x + \frac{\partial^2 H}{\partial u \partial \lambda} \delta \lambda + \frac{\partial^2 H}{\partial u^2} \delta u \quad (13)$$

$$\delta \lambda(t_f) = \left[ \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \nu_f^T \frac{\partial^2 \psi_f}{\partial x^2} \right) \delta x + \frac{\partial \psi_f}{\partial x} \delta \nu \right]_f \quad (14)$$

$$\delta \psi_f = \left[ \frac{\partial \psi_f}{\partial x} \delta x \right]_f \quad (15)$$

其中,  $\delta \nu$  为终端乘子的调整量。如果  $\partial^2 H / \partial u^2$  在整个设计过程中非奇异,那么根据式(13)可以得到控制量修正量  $\delta u$  的表达式为:

$$\delta u = - \left( \frac{\partial^2 H}{\partial u^2} \right)^{-1} \left( \frac{\partial^2 H}{\partial u \partial x} \delta x + \frac{\partial^2 H}{\partial u \partial \lambda} \delta \lambda \right) \quad (16)$$

将式(16)代入到式(11)和式(12)中,可以得到  $\delta x$  和  $\delta \lambda$  的动态方程为:

$$\delta \dot{x} = A(t) \delta x - B(t) \delta \lambda \quad (17)$$

$$\delta \dot{\lambda} = -C(t) \delta x - A^T(t) \delta \lambda \quad (18)$$

其中

$$A(t) = \frac{\partial^2 H}{\partial \lambda \partial x} - \frac{\partial^2 H}{\partial \lambda \partial u} \left( \frac{\partial^2 H}{\partial u^2} \right)^{-1} \frac{\partial^2 H}{\partial u \partial x} \quad (19)$$

$$B(t) = \frac{\partial H}{\partial \lambda \partial u} \left( \frac{\partial^2 H}{\partial u^2} \right)^{-1} \frac{\partial^2 H}{\partial u \partial \lambda} \quad (20)$$

$$C(t) = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial u} \left( \frac{\partial^2 H}{\partial u^2} \right)^{-1} \frac{\partial^2 H}{\partial u \partial x} \quad (21)$$

根据式(14)和式(15)的表达形式,将  $\delta \lambda$  和终端约束的修正量  $\delta \psi_f$  表示成关于  $\delta x$  和终端乘子调整量  $\delta \nu$  的线性表达式:

$$\delta \lambda(t) = S(t) \delta x(t) + R(t) \delta \nu \quad (22)$$

$$\delta \psi_f = R^T(t) \delta x(t) + Q(t) \delta \nu \quad (23)$$

式中,  $S(t)$ ,  $R(t)$  和  $Q(t)$  为引入的时变矩阵。式(22)和式(23)对时间进行求导,注意到  $\delta \nu$  和  $\delta \psi_f$  为常量矩阵,可以得到:

$$\delta \dot{\lambda} = \dot{S} \delta x + S \delta \dot{x} + \dot{R} \delta \nu \quad (24)$$

$$\mathbf{0} = \dot{R}^T \delta x + R^T \delta \dot{x} + \dot{Q} \delta \nu \quad (25)$$

将式(22)代入到式(17)中,得:

$$\delta \dot{x} = (A - BS) \delta x - BR \delta \nu \quad (26)$$

将式(26)代入到式(24),并与式(18)联立,可以得到变量  $S(t)$  和  $R(t)$  需要满足的动态方程为:

$$\dot{S} = -C - A^T S - SA + SBS \quad (27)$$

$$\dot{R} = -(A^T - SB)R \quad (28)$$

同理,将式(26)代入到式(25)中,可以得到变量  $Q(t)$  需要满足动态方程:

$$\dot{Q} = R^T BR \quad (29)$$

将式(22)、式(23)和式(14)、式(15)进行比较可以得到变量  $S(t)$ ,  $R(t)$  和  $Q(t)$  的终端约束条件,则:

$$S_f = \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \nu_f^T \frac{\partial^2 \psi_f}{\partial x^2} \right]_f \quad (30)$$

$$R_f = \left[ \frac{\partial \psi_f}{\partial x} \right]_f \quad (31)$$

$$Q_f = \mathbf{0} \quad (32)$$

根据变量  $S(t)$ ,  $R(t)$  和  $Q(t)$  的终端约束条件(30)~(32)以及动态方程(27)~(29),对其进行逆向积分一直到初始时刻  $t_0$ ,利用式(23)解算得到  $\delta \nu$  的表达式为:

$$\delta \nu = Q_0^{-1} (\delta \psi_f - R_0^T \delta x_0) \quad (33)$$

其中,下标 0 表示初始时刻对应的变量值。将式(33)代入到式(22)中,可以得到初始时刻的协态量调整量  $\delta \lambda_0$ :

$$\delta \lambda_0 = [(S - RQ^{-1}R^T) \delta x + RQ^{-1} \delta \psi_f]_0 \quad (34)$$

通过观察式(34)可以看出,协态量的调整量  $\delta\lambda$  表示成为了初始时刻状态量调整量  $\delta x$  以及终端约束调整量  $\delta\psi_f$  的表达式,而  $\delta x$  和  $\delta\psi_f$  都可以通过拦截弹上的敏感测量装置或地面探测设备解算得到,从而确保了最优弹道修正算法的可实现性。

NOC 理论最优性的证明可以参考文献[15]。应用 NOC 解算最优弹道簇的方法步骤总结如下。

**Step 1:** 对于终端弹道约束条件进行调整,设定为  $\psi_f$ , 将其与基准最优弹道的终端约束条件进行比较,得到终端约束的调整量  $\delta\psi_f = \psi_f - \psi_f^*$ 。由于初始时刻弹道状态不进行调整,设定  $\delta x_0 = \mathbf{0}$ ;

**Step 2:** 利用式(30)~(32)计算矩阵  $S_f, R_f$  和  $Q_f$ , 将其作为初值代入式(27)~(29)进行逆向积分至初始时刻  $t_0$ , 得到  $S_0, R_0$  和  $Q_0$ ;

**Step 3:** 将  $S_0, R_0, Q_0, \delta x_0$  和  $\delta\psi_f$  代入到式(33)~(34), 得到  $d\nu$  和  $\delta\lambda_0$ ;

**Step 4:** 将  $\delta x_0$  和  $\delta\lambda_0$  代入到式(17)~(18)进行积分, 得到  $\delta x(t)$  和  $\delta\lambda(t)$  后代入到式(16), 求解得到控制量的调整量  $\delta u(t)$ ;

**Step 5:** 将控制量的调整量  $\delta u(t)$  与基准控制量相加得到  $u = \delta u + u^*$  并以此为控制指令代入拦截弹动态方程(1), 得到调整后的弹道;

**Step 6:** 重复 Step 1~5, 得到满足不同终端约束条件的弹道簇, 对目标预测命中区域进行覆盖。

### 3 中制导弹道簇生成与仿真分析

#### 3.1 拦截弹运动模型

为了求解方便并不失一般性, 考虑如下纵向平面内的拦截弹质点二自由度运动模型<sup>[16]</sup>:

$$\dot{V} = \frac{P\cos\alpha - C_x q S}{m} - g\sin\theta \quad (35)$$

$$\dot{\theta} = \frac{P\sin\alpha + C_y q S}{mV} - \frac{g\cos\theta}{V} \quad (36)$$

$$\dot{x} = V\cos\theta \quad (37)$$

$$\dot{y} = V\sin\theta \quad (38)$$

式中:  $V$  表示拦截弹速度;  $P$  表示作用在拦截弹上的推力, 设定为在开始的 20.3 s 内为常值 92.794 kN, 之后发动机关机, 推力保持为零;  $q$  表示动压;  $S$  表示参考面积;  $g$  表示重力加速度;  $\alpha$  为弹道倾角;  $m$  为拦截弹质量;  $x, y$  分别为导弹在大地惯性坐标系下的位置;  $C_x, C_y$  分别为阻力系数以及升力系数, 可以分别表示为马赫数  $Ma$  和攻角  $\alpha$  的函数:

$$C_y = C_y^\alpha(Ma)\alpha \quad (39)$$

$$C_x = C_{x0}(Ma) + K(Ma) \cdot C_y^2 \quad (40)$$

式中,  $C_{x0}$  为零升阻力系数,  $C_y^\alpha$  为升力对于攻角的偏导数,  $K$  为诱导阻力系数。

为保证拦截弹的直接碰撞杀伤效果, 一般以终端时刻的速度最大作为优化指标  $J$ 。终端时刻的预测命中区域几何中心坐标表示为  $(x_f, y_f)$ 。为了保证良好的中末交接条件, 设定终端时刻的弹道倾角目标值为  $\theta_f$ 。那么终端约束条件可以表示为:

$$\psi_f = [\theta - \theta_f \quad x - x_f \quad y - y_f]^T = \mathbf{0} \quad (41)$$

以攻角为控制量, 过程约束设定为  $\|u\| \leq u_{max} = 20^\circ$ 。基准最优弹道通过高斯伪谱法 MATLAB 程序包 GPOPS (general pseudospectral optimal control software)<sup>[17]</sup> 计算得到, 其初始和终端参数约束如表 1 所示。

表 1 基准最优弹道的初始和终端约束条件

Tab. 1 Initial and terminal constraints of the nominal optimal trajectory

变量值	初始时刻	终端时刻
$V/(m/s)$	100	最大
$q/(^\circ)$	0	3
$x/m$	0	88 000
$y/m$	100	35 000

#### 3.2 最优弹道簇生成仿真

##### 3.2.1 弹道对比

为验证邻域最优控制算法解算得到弹道的最优性, 在此将其结果与 GPOPS 得到的结果进行对比。设定发动机关机前拦截弹按照基准最优弹道飞行, 发动机关机后对于弹道终端约束进行调整, 保持弹道倾角与终端落点横坐标不变, 纵坐标提高 2 km, 仿真结果如图 2~3 所示, 不同方法的消耗时间对比如表 2 所示。

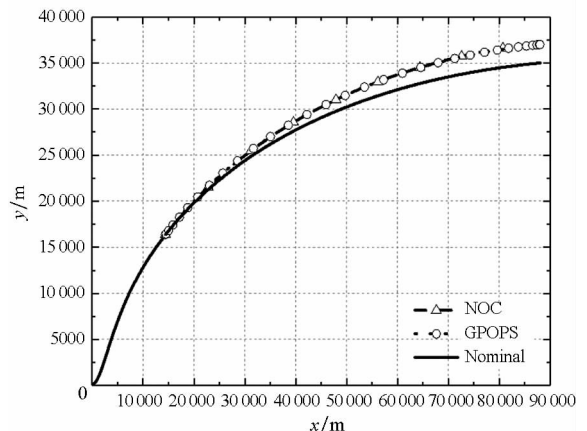


图 2 弹道曲线

Fig. 2 Curves of the trajectories

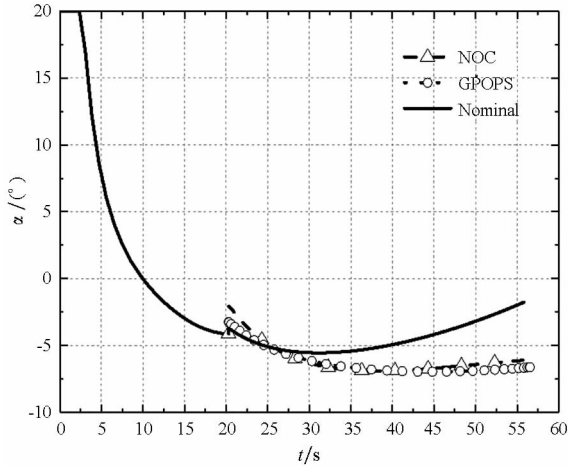


图3 控制量曲线

Fig. 3 Curves of the control commands

表2 消耗时间比较

Tab.2 Time consumption comparison

方法	消耗时间/s
NOC	0.53
GPOPS	1.42

从图2和图3中可以看出, NOC与GPOPS得到的弹道结果能够很好地吻合,说明NOC方法能够根据基准最优弹道信息对于弹道进行调整,满足改变后的终端约束条件,并且其结果满足近似的最优性。通过表2中NOC与GPOPS消耗时间的对比可以发现, NOC解算效率相比于GPOPS提高了1.7倍,原因是NOC方法是依据基准最优弹道信息求解得到最优控制量的修正量,而不必如GPOPS方法在较大的可行域范围内利用优化算法重新寻优搜索最优解。

### 3.2.2 终端位置变化的最优弹道簇

在验证了NOC方法的近似最优性之后,接下来利用NOC方法对于发动机关机后的基准最优弹道进行调整,首先保持其他终端约束不变。在基准最优弹道终端高度35 km的基础上,对于终端高度约束依次提高为36 km, 37 km, 38 km; 依次降低为32 km, 33 km, 34 km。对临近空间高超声速目标的预测拦截区域进行高度覆盖, 仿真结果如图4~7所示。

从图4中可以看到, NOC算法所得到的弹道很好地满足了调整后的终端高度约束, 能够根据基准最优弹道形成一簇弹道对预测拦截区域的高度进行有效覆盖。从图5给出的弹道倾角变化曲线可以看到, 各个弹道的终端角度能够很好地收敛到原基准最优弹道的终端角度约束3°附近,

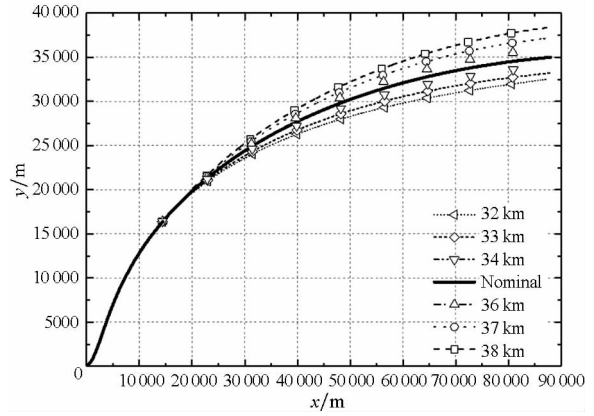


图4 终端位置变化的弹道曲线

Fig. 4 Curves of the trajectories with different terminal positions

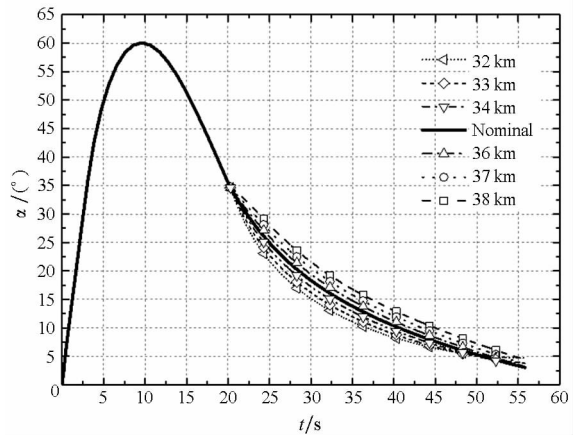


图5 终端位置变化的弹道倾角曲线

Fig. 5 Curves of the flight path angles with different terminal positions

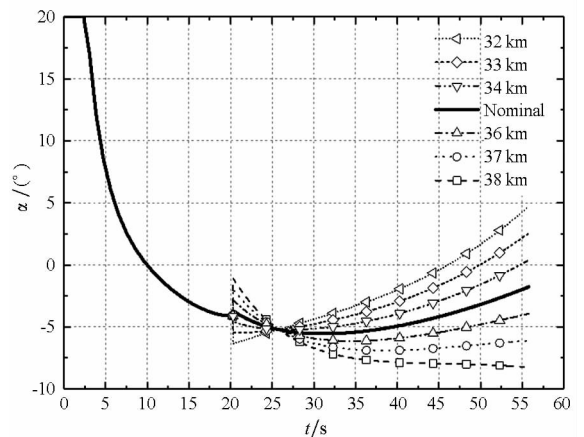


图6 终端位置变化的控制量曲线

Fig. 6 Curves of the control commands with different terminal positions

收敛误差不超过0.5°, 这说明NOC算法对于未做出调整的终端约束能够有效保持其最优性。从图6给出的控制量曲线以及图7给出的法向过载曲线可以看出, 控制指令整体比较平滑, 在临近空间高度范围内的拦截弹法向过载不超过5g, 易于

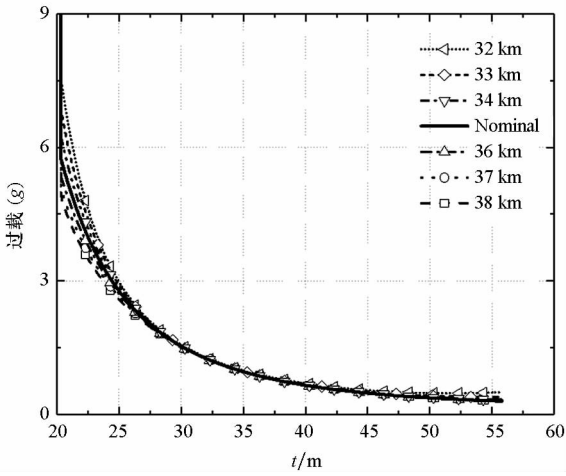


图 7 终端位置变化的法向过载曲线  
Fig. 7 Curves of the normal overload with different terminal positions

弹上实现。

### 3.2.3 终端角度变化的最优弹道簇

为形成良好的中末交接条件,保证中末制导的顺利交接班,往往对于中制导终端的弹道角度进行一定的约束,以利于弹上导引头对于高超声速目标的准确捕获。接下来对于终端弹道倾角进行调整,保持其他终端约束不变,在基准最优弹道终端角度约束  $3^\circ$  的基础上,弹道倾角依次提高为  $4^\circ, 5^\circ, 6^\circ$ ; 依次降低为  $0^\circ, 1^\circ, 2^\circ$ , 仿真结果如图 8 ~ 11 所示。

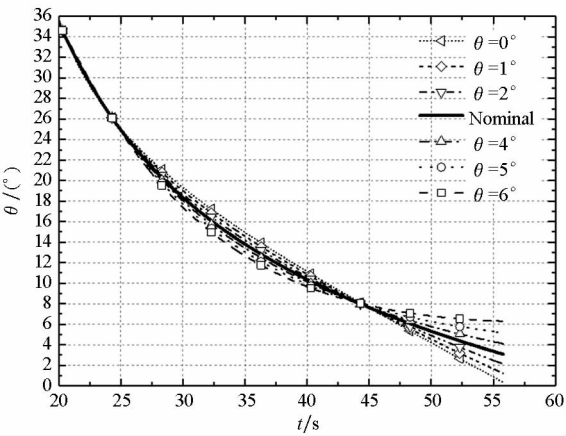


图 8 终端角度变化的弹道倾角曲线  
Fig. 8 Curves of the flight path angles with different terminal angles

从图 8 和图 9 中可以看出,终端角度在调整后的约束能够得到很好的满足,并且弹道收敛到了预定的终端落点位置,精度较高,从而形成了在同一位置具有不同终端角度的弹道簇,对于高超声速目标预测命中区域进行探测角度覆盖。从图 10 给出的控制量曲线可以看出,控制量整体变化比较平滑,对于终端角度调整较大的弹道,控制

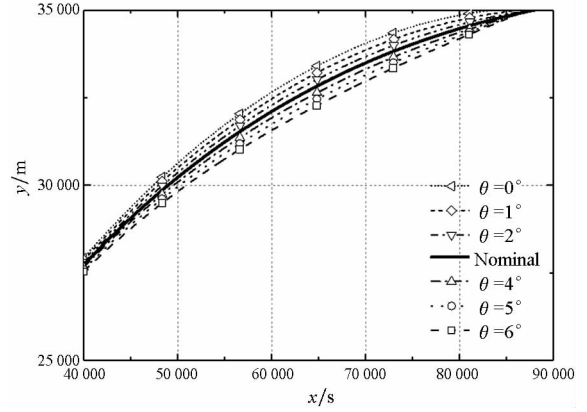


图 9 终端角度变化的弹道曲线  
Fig. 9 Curves of the trajectories with different terminal angles

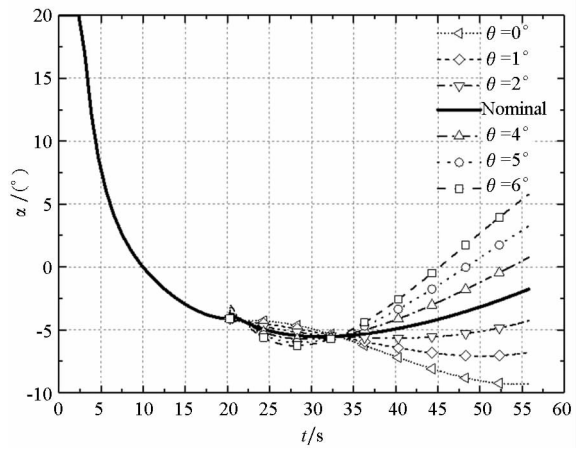


图 10 终端角度变化的控制量曲线  
Fig. 10 Curves of the control commands with different terminal angles

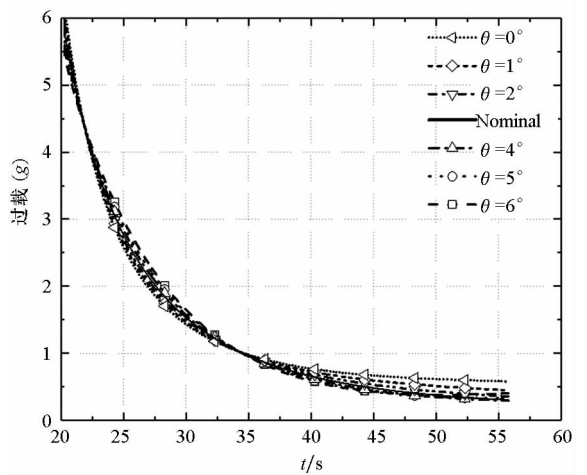


图 11 终端角度变化的法向过载曲线  
Fig. 11 Curves of the normal overload with different terminal angles

量并没有超过限制。由图 11 的法向过载曲线可以看出,终端角度的调整对于法向过载的影响并不大,这说明在临近空间高度,拦截弹终端姿态的

小范围调整相比于终端位置的调整更易于实现。

## 4 结论

1) 针对临近空间高超声速目标的拦截问题,在中制导阶段对弹道进行最优化设计以及弹道簇生成具有一定的合理性以及必要性。

2) 基于邻域最优控制理论,在基准最优弹道数据的基础上,给出了满足不同终端弹道约束条件的最优弹道簇生成算法。

3) 本文设计的邻域最优弹道生成方法在保证满足调整后的终端约束条件的同时,对性能指标能够达到近似的最优性,解算效率相比于重新寻优算法有较大的提高,适合最优弹道簇的快速生成。

4) 在得到最优弹道簇以后,如何选择合适的制导规律,抑制实际飞行过程中可能出现的参数扰动以及不确定性,确保最优弹道的高精度弹道跟踪,将是下一步的研究方向。

## 参考文献 (References)

- [1] 张大元,雷虎民,邵雷,等. 临近空间高超声速目标拦截弹弹道规划[J]. 国防科技大学学报, 2015, 37(3): 91-96.  
ZHANG Dayuan, LEI Humin, SHAO Lei, et al. Interceptor trajectory programming for near space hypersonic target[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2015, 37(3): 91-96. (in Chinese)
- [2] 汤善同. 飞行器的轨道优化与制导规律综述[J]. 现代防御技术, 2002, 30(1): 32-37.  
TANG Shantong. Summary of the vehicle trajectory optimization and guidance law [J]. Modern Defense Technology, 2002, 30(1): 32-37. (in Chinese)
- [3] Dwivedi P N, Bhattacharya A, Padhi R. Suboptimal midcourse guidance on interceptors for high-speed targets with alignment angle constraint[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2011, 34(3): 860-877.
- [4] Halbe O, Raja R G, Padhi R. Robust reentry guidance of a reusable launch vehicle using model predictive static programming [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(1): 134-148.
- [5] Morgan R W, Noseck A P. Generalized optimal midcourse guidance[C]//Proceedings of the 53rd IEEE Conference on Decision and Control, 2014: 260-264.
- [6] Indig N, Ben-Asher J Z, Farber N. Near-optimal spatial midcourse guidance law with angular constraint[C]//Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2012.
- [7] Indig N, Ben-Asher J Z, Farber N. Near optimal spatial midcourse guidance law with an angular constraint [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(1): 214-223.
- [8] Indig N, Ben-Asher J Z, Sigal E. Near-optimal minimum time guidance under a spatial angular constraint in atmospheric flight[C]//Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2015.
- [9] Yan H, Fahroo F, Ross I M. Real-time computation of neighboring optimal control laws [C]// Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, AIAA 2002-4657, 2002.
- [10] Tian B L, Zong Q. Optimal guidance for reentry vehicles based on indirect Legendre pseudospectral method[J]. Acta Astronautica, 2011, 68(7/8): 1176-1184.
- [11] 张大元,雷虎民,吴玲,等. 基于滑模变结构的弹道跟踪制导律设计[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(4): 721-727.  
ZHANG Dayuan, LEI Humin, WU Ling, et al. A trajectory tracking guidance law based on the sliding mode variable structure control [J]. System Engineering and Electronics, 2014, 36(4): 721-727. (in Chinese)
- [12] 杨希祥,杨慧欣,王鹏. 伪谱法及其在飞行器轨迹优化设计领域的应用综述[J]. 国防科技大学学报, 2015, 37(4): 1-8.  
YANG Xixiang, YANG Huixin, WANG Peng. Overview of pseudo-spectral method and its application in trajectory optimum design for flight vehicles [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2015, 37(4): 1-8. (in Chinese)
- [13] Rose I M, Fahroo F. A perspective on methods for trajectory optimization [C]//Proceedings of AIAA/AAS Astrodynamics Specialists Conference and Exhibit, AIAA 2002-4727, 2002.
- [14] Benson D A, Huntington G T, Thorvaldsen T P, et al. Direct trajectory optimization and costate estimation via an orthogonal collocation method [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(6): 1435-1440.
- [15] Bryson A E, Ho Y C. Applied optimal control[M]. New York, USA: Blaisdell Publishing Company, 1975: 177-184.
- [16] 李新国,方群. 有翼导弹飞行动力学[M]. 西安:西北工业大学出版社, 2005.  
LI Xinguo, FANG Qun. Flight dynamics of winged missile[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2005. (in Chinese)
- [17] Benson D A. A Gauss pseudospectral transcription for optimal control[D]. Cambridge, Massachusetts, USA: Massachusetts Institute of Technology, 2005.