

三轴 MEMS 加速度计的最大似然校正算法*

陆欣¹, 刘忠¹, 张宏欣², 贺静波¹

(1. 海军工程大学 电子工程学院, 湖北 武汉 430033; 2. 海军工程大学 兵器工程系, 湖北 武汉 430033)

摘要:加速度计是惯性导航系统的重要测量元件,而由于制造工艺及各类传感器误差,低成本加速度计很难达到要求的精度,因此需要对其进行校正。提出一种基于最大似然估计的加速度计自校正算法。综合考虑加速度计零偏、比例误差、非正交误差、安装误差与测量噪声,建立了传感器误差模型。在此基础上,将加速度校正问题转化为校正参数的最大似然估计问题。通过数值仿真和实测试验验证,表明算法具有较高的参数估计精度,能够有效地对上述因素引起的误差进行校正。

关键词:最大似然估计;传感器校正;微电子机械系统;三轴加速度计

中图分类号:TJ81 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2017)05-185-07

Maximum likelihood calibration for MEMS triaxial accelerometer

LU Xin¹, LIU Zhong¹, ZHANG Hongxin², HE Jingbo¹

(1. College of Electronic Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

2. Department of Weapon Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: Accelerometer is one of the fundamental measurement units of inertial navigation system. It is difficult to meet the precision requirement for low-cost accelerometer due to the manufacturing process and all kinds of sensor errors. Calibration for accelerometer is essential before being used. Therefore, an accelerometer self-calibration algorithm based on maximum likelihood estimation was proposed. The sensor errors model was established by taking comprehensive consideration of zero bias, scale errors, non-orthogonal errors, installation errors and measurement noise of the accelerometer, based on which the calibration problem of accelerometer was transformed into maximum likelihood estimation problem of calibration parameters. The self-calibration algorithm based on maximum likelihood estimation was tested by both numerical simulation and real data experiment. The result shows the maximum likelihood estimation algorithm has a high precision of parameters estimation and can calibrate the errors caused by factors mentioned above effectively.

Key words: maximum likelihood estimation; sensor calibration; micro-electromechanical system; triaxial accelerometer

加速度计是惯性导航系统(Inertial Navigation System, INS)的基本组成部分,由于制造工艺及传感器安装等问题,三轴加速度计存在包括由轴与轴的非正交性、比例因子及零点偏移引起的自身误差,这些问题会在分析运算中带来较大的积累误差,从而影响导航系统的精确性。

因此,必须在使用前对加速度计进行校正,从而将误差的影响降到最低。利用外部设备校正传感器的耗费是非常昂贵的^[1],且其通常是针对特定的精密惯性测量装置。而对于微电子机械系统(Micro-ElectroMechanical System, MEMS)的惯性测量装置这样的低成本惯性传感器,出厂时通常只进行基本的校正^[2],但由加速度计误差导致的姿态估计误差是在位移积分中长期累计

的^[3-4],因此基本校正通常并不能够满足应用需求。

国内外相关领域的学者对三轴加速度计的校正问题进行了相关研究。文献[3]中设定6个静态位置,使传感器的三轴相继地和当地水平面的垂直轴上下对齐,但此种校正只能确定误差补偿和比例因子,不能确定非正交性。文献[5]通过一个精密的标定架,用于产生加速度计三轴方向上的振动信号,并采用对比法对校正参数进行标定。文献[6]通过外围电路对加速度计进行参数校正,并采用精密的光学分度头进行校正测试。文献[5-6]虽然能够达到比较好的校正效果,但是这两种方法都需要借助精密仪器,因此成本较高。文献[7]提出了一种把加速度计安装

* 收稿日期:2016-05-19

基金项目:国家部委基金资助项目(9140A01010415JB11002)

作者简介:陆欣(1987—),男,陕西西安人,博士研究生,E-mail:lululu1016@163.com;

刘忠(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:liuzh531@163.com

在直角铁架中的方法，不需要外部加速度参考即可通过其测量约束参数而进行自校准，但是此方法仍摆脱不了外部仪器的辅助，对加速度计在直角铁架上的安装要求不易实现。上述各方法均没有对传感器轴与轴之间的非正交误差进行校正，因此，在实际应用中略显不足。

现有的不同传感器误差模型及其校正算法通常都需要外部姿态参考信息。对此，本文针对加速度计轴间非正交、比例因子与零点漂移、测量噪声等问题，提出了一种无须仪器辅助的简便校正算法，并基于最大似然思想设计了模型求解方法，提高了加速度计校正精度。

1 加速度计校正模型

1.1 加速度计误差分析

三轴加速度计输出受传感器自身技术限制与安装工艺的影响，误差主要包括：

1) 非正交误差：由于传感器三轴在工艺上不能实现完全正交，因此会产生非正交误差。记正交坐标轴为 X^p, Y^p, Z^p ，加速度计坐标轴为 X^a, Y^a, Z^a ，二者原点重合为 O ，如图 1 所示。其中， ρ 为 Y^p 轴和 Y^a 轴的夹角， ϕ 为 Z^a 轴和 X^pOZ^p 平面的夹角， λ 为 Z^a 轴和 Y^pOZ^p 平面的夹角。非正交误差可用参数矩阵表示为：

$$C_{NO} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \sin\rho & \cos\rho & 0 \\ \sin\phi\cos\lambda & \sin\lambda & \cos\phi\cos\lambda \end{pmatrix} \quad (1)$$

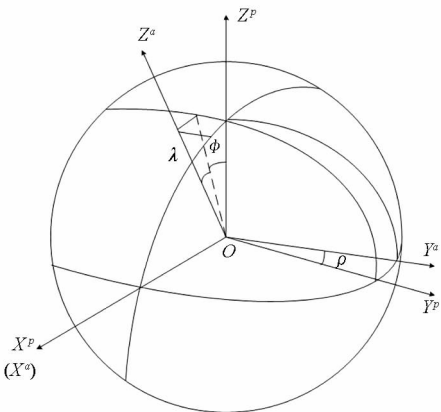


图 1 传感器坐标系与非正交误差角

Fig. 1 Sensor coordinate system and non-orthogonal error angle

2) 比例误差和零点偏移：比例误差主要是由传感器的三轴模拟信号灵敏度（电压/物理量）不完全一致引起的，可采用元素为正数的对角矩阵 $S_M = \text{diag}(S_{M_x}, S_{M_y}, S_{M_z})$ 来表示。三轴零点偏移可用一个常矢量 $\mathbf{o}_a \in \mathbb{R}^3$ 来表示。

3) 测量噪声：加速度计的测量噪声只有传感器自噪声 $\mathbf{n}_a \in \mathbb{R}^3$ ，没有外部环境噪声。由于一般测量信号带宽相对于噪声带宽较窄，且噪声近似地满足高斯分布，可将 \mathbf{n}_a 视为高斯白噪声。

1.2 加速度计参数校正模型

假设噪声不随传感器姿态变化，结合上述分析可以得到三轴加速度计测量模型为：

$$\mathbf{a}_{\text{meas},k} = S_M C_{NO} (\mathbf{R}_n^b \|\mathbf{a}_{\text{true}}^n\| \bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^n) + \mathbf{o}_a + \mathbf{n}_{a,k} \quad (2)$$

式中， $\mathbf{a}_{\text{meas},k}$ 是非正交坐标系下的加速度计读数， $S_M = \text{diag}(S_{M_x}, S_{M_y}, S_{M_z})$ 为比例误差， C_{NO} 为非正交误差矩阵， \mathbf{R}_n^b 是由惯性坐标系 $\{N\}$ 到载体坐标系 $\{B\}$ 的旋转矩阵， $\bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^n = \mathbf{a}_{\text{true},k}^n / \|\mathbf{a}_{\text{true}}^n\|$ 是由标准化 $\mathbf{a}_{\text{true},k}^n$ 获得的单位向量，三轴零点偏移用常矢量 $\mathbf{o}_a \in \mathbb{R}^3$ 来表示， $\mathbf{n}_{a,k}$ 为传感器自噪声。

不失一般性，加速度计读数可描述为：

$$\mathbf{a}_{\text{meas},k} = S_M C_{NO} \|\mathbf{a}_{\text{true}}^n\| \bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^b + \mathbf{o}_a + \mathbf{n}_{a,k} \quad (3)$$

式中， $\bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^b = \mathbf{R}_n^b \cdot \bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^n$ 是载体坐标系下标准化的加速度。此外，加速度计安装在载体上时也会因工艺原因与载体三轴无法完全对准。假设载体参考系下的加速度 $\bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^b$ 和传感器参考系下的加速度 $\bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^s$ 存在以下旋转关系：

$$\bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^b = \mathbf{V}_L \cdot \bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^s \quad (4)$$

式中， \mathbf{V}_L 是介于载体坐标系 $\{B\}$ 与传感器坐标系 $\{S\}$ 之间的正交转换矩阵，因此式(3)可改写为：

$$\mathbf{a}_{\text{meas},k} = S_M C_{NO} \|\mathbf{a}_{\text{true}}^n\| \cdot \mathbf{V}_L \cdot \bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^s + \mathbf{o}_a + \mathbf{n}_{a,k} \quad (5)$$

设总误差矩阵 $\mathbf{C} = S_M C_{NO} \|\mathbf{a}_{\text{true}}^n\| \mathbf{V}_L$ ，则加速度计参数校正模型为：

$$\bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^s = \mathbf{T}(\mathbf{a}_{\text{meas},k} - \mathbf{o} - \mathbf{n}_{a,k}), \mathbf{T} = \mathbf{C}^{-1} \quad (6)$$

因此，只需要估计出矩阵 \mathbf{T} (或 \mathbf{C}) 和矢量 \mathbf{o} ，即可由加速度测量值 $\mathbf{a}_{\text{meas},k}$ 根据式(4)、式(6)解出 $\bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^b$ ，即校正后的三轴加速度矢量。由此可知，误差参数 $S_M, C_{NO}, \mathbf{V}_L$ 均不需要也不能被显式地求解，而仅需求解其共同作用的等效误差参数即可。因此，校正问题可等效为对 $\{\mathbf{T}, \mathbf{o}\}$ 的参数估计问题。校正参数 $\{\mathbf{T}, \mathbf{o}\}$ 不仅能对上述几类误差(除噪声外)进行补偿，也可对其他未建模误差进行线性补偿。

2 校正参数的最大似然估计

2.1 最大似然校正模型及其求解

本节利用最大似然思想求解式(5)中的校正参数。假定加速度计读数的噪声服从方差为 $\sigma_{a,k}^2$ 的零均值高斯过程，则每一个 $\mathbf{a}_{\text{meas},k}$ 的概率密度函数也服从高斯分布：

$$\mathbf{n}_{a,k} \sim N(0, \sigma_{a,k}^2 \mathbf{I}) \Rightarrow \mathbf{a}_{\text{meas},k} \sim N(\mathbf{C}\bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^s + \mathbf{o}, \sigma_{a,k}^2 \mathbf{I})$$

最大似然估计 (Maximum Likelihood Estimation, MLE) 能够获得使每一个传感器读数的条件概率密度函数最大的最优参数^[8-9]。问题的数学描述如下:

$$\begin{aligned} \max_{(\mathbf{C}, \mathbf{o})} L(\mathbf{C}, \mathbf{o}) &= \prod_{k=1}^n P(\mathbf{C}, \mathbf{o}) \\ &= \prod_{k=1}^n c_k \cdot e^{-\frac{\|(\mathbf{a}_{\text{meas},k} - \mathbf{o}) - \mathbf{C} \cdot \bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^s\|^2}{2\sigma_{a,k}^2}} \end{aligned} \quad (7)$$

式中, c_k 是与求解量无关的高斯分布常数项。

要获得最大似然概率 $L(\mathbf{C}, \mathbf{o})$, 只需使式(7)中指数项最小即可, 因此式(7)等价于:

$$\min_{(\mathbf{C}, \mathbf{o}) \in \Theta} \sum_{k=1}^n \left(\frac{\|(\mathbf{a}_{\text{meas},k} - \mathbf{o}) - \mathbf{C} \cdot \bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^s\|^2}{\sigma_{a,k}} \right) \quad (8)$$

式中, Θ 为参数空间。上式的最小化问题等价于在椭球上找到点集 $\mathbf{C}\bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^s$ 来拟合传感器读数 $\mathbf{a}_{\text{meas},k} - \mathbf{o}$ 。由此可进一步将问题转换为在球体上寻找满足要求的点 $\bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^s$:

$$\min_{(\mathbf{C}, \mathbf{o}) \in \Theta} \sum_{k=1}^n \left(\frac{\|\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{a}_{\text{meas},k} - \mathbf{o}) - \bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^s\|^2}{\sigma_{a,k}} \right) \quad (9)$$

式(9)的最小化问题对于统一的误差模型式(5)是次优的, 但它能够通过最大似然估计公式严格地推导得出。

对于给定的 $(\mathbf{C}^*, \mathbf{o}^*)$, 最优的 $(\bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^s)^*$ 应满足如下关系:

$$(\bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^s)^* = \arg \min \|\xi_k^* - \bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^s\|^2 \quad (10)$$

式中, $\xi_k^* := \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{a}_{\text{meas},k} - \mathbf{o}^*)$ 。式(10)的最小化问题是求关于向量 ξ_k^* 在单位圆上的投影, 它存在一个封闭解 $(\bar{\mathbf{a}}_{\text{true},k}^s)^* = \frac{\xi_k^*}{\|\xi_k^*\|}$ 。因此, 式(9)的最小化问题可以改写为以下形式^[10]:

$$\min_{(\mathbf{C}, \mathbf{o}) \in \Theta} \sum_{k=1}^n \left(\frac{\|\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{a}_{\text{meas},k} - \mathbf{o}) - \xi_k^* / \|\xi_k^*\|\|^2}{\sigma_{a,k}} \right) \quad (11)$$

令 $\xi_k := \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{a}_{\text{meas},k} - \mathbf{o})$, 则

$$\begin{aligned} &\min_{(\mathbf{C}, \mathbf{o}) \in \Theta} \sum_{k=1}^n \left[\frac{(\xi_k - \xi_k / \|\xi_k\|)^T (\xi_k - \xi_k / \|\xi_k\|)}{\sigma_{a,k}^2} \right] \\ &= \min_{(\mathbf{C}, \mathbf{o}) \in \Theta} \sum_{k=1}^n \left[\frac{\xi_k^T \xi_k + 1 - (2\xi_k^T \xi_k / \|\xi_k\|)}{\sigma_{a,k}^2} \right] \\ &= \min_{(\mathbf{C}, \mathbf{o}) \in \Theta} \sum_{k=1}^n \left(\frac{\|\xi_k\|^2 - 2\|\xi_k\| + 1}{\sigma_{a,k}^2} \right) \\ &= \min_{(\mathbf{C}, \mathbf{o}) \in \Theta} \sum_{k=1}^n \left[\frac{(\|\xi_k\| - 1)^2}{\sigma_{a,k}^2} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

因此, 式(11)等价于:

$$\min_{(\mathbf{C}, \mathbf{o}) \in \Theta} \sum_{k=1}^n \left(\frac{\|\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{a}_{\text{meas},k} - \mathbf{o})\| - 1}{\sigma_{a,k}} \right)^2 \quad (13)$$

对于式(12)表达的无约束最优化问题, 可采用梯度下降法进行求解。已知 $\mathbf{T} = \mathbf{C}^{-1}$, 并设参数向量 $\mathbf{x} = [\text{vec}(\mathbf{T})^T, \mathbf{o}^T]^T$ (其中 $\text{vec}(\cdot)$ 为操作符, 将矩阵的元素按行主序方式转化为向量), 则代价函数 $f(\mathbf{x})$ 可表示为:

$$f(\mathbf{x}) := \sum_{k=1}^n \left(\frac{\|\mathbf{T}(\mathbf{a}_{\text{meas},k} - \mathbf{o})\| - 1}{\sigma_{a,k}} \right)^2 \quad (14)$$

进一步可得代价函数 $f(\mathbf{x})$ 梯度 $\nabla f|_{\mathbf{x}} = [\nabla f|_{\mathbf{T}} \quad \nabla f|_{\mathbf{o}}]$, 可导出 $\nabla f|_{\mathbf{T}}$ 与 $\nabla f|_{\mathbf{o}}$ 分别为:

$$\nabla f|_{\mathbf{T}} = \sum_{k=1}^n \frac{2c_T}{\sigma_{a,k}^2} \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{T} \mathbf{u}_k \quad (15)$$

$$\nabla f|_{\mathbf{o}} = \sum_{k=1}^n \frac{-2c_T}{\sigma_{a,k}^2} \mathbf{T}^T \mathbf{T} \mathbf{u}_k \quad (16)$$

其中: $c_T := 1 - \|\mathbf{T} \mathbf{u}_k\|^{-1}$, $\mathbf{u}_k = \mathbf{a}_{\text{meas},k} - \mathbf{o}$; 符号 \otimes 表示克罗内克积^[11]。

利用式(15)及式(16), 对参数 \mathbf{x} 的求解可由式(17)迭代进行, 即给定初值 \mathbf{x}_0 与步长 μ :

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k-1} - \mu \nabla f|_{\mathbf{x}} \quad (17)$$

当满足条件 $\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}\| \leq \varepsilon$ 时, 则认为梯度下降已经收敛, 此时 \mathbf{x}_k 即为得到的估计值。

2.2 初始参数的确定

式(17)给出的迭代过程需要一个初始参数 \mathbf{x}_0 , 该初始参数可由以下过程求得。

首先, 关注加速度计测量值, 如上文所述得到当地重力加速度的范数为 $\|\mathbf{a}_{\text{true}}^n\|_2 = 1$, 由此可导出:

$$\begin{aligned} 0 &= \|\mathbf{a}_{\text{true}}^n\|_2^2 - 1 = \|\mathbf{R}_b^n \cdot \mathbf{a}_{\text{true},k}^b\|_2^2 - 1 \\ &= \|\mathbf{a}_{\text{true},k}^b\|_2^2 - 1 \\ &= \|\mathbf{T}(\mathbf{a}_{\text{meas},k} - \mathbf{o} - \mathbf{n}_{a,k})\|_2^2 - 1 \\ &= \mathbf{a}_{\text{meas},k}^T \mathbf{A} \mathbf{a}_{\text{meas},k} + \mathbf{b}^T \mathbf{a}_{\text{meas},k} + c \end{aligned} \quad (18)$$

在初始参数确定过程中, 假设传感器噪声 $\mathbf{n}_{a,k}$ 可忽略, 则

$$\mathbf{A} = \mathbf{T}^T \mathbf{T} \quad (19)$$

$$\mathbf{b}^T = -2\mathbf{o}^T \mathbf{T}^T \mathbf{T} \quad (20)$$

$$c = \mathbf{o}^T \mathbf{T}^T \mathbf{T} \mathbf{o} - 1 \quad (21)$$

式(18)可被认为是椭圆的定义^[12], 通过椭圆拟合的方法可以确定参数 $\mathbf{A}, \mathbf{b}, c$ 。

将式(18)改写为线性形式:

$$\mathbf{J} \boldsymbol{\eta} \approx 0 \quad (22)$$

式中,

$$\mathbf{J} = [\mathbf{a}_{\text{meas},k}^T \otimes \mathbf{a}_{\text{meas},k}^T \quad \mathbf{a}_{\text{meas},k}^T \quad 1] \quad (23)$$

$$\boldsymbol{\eta} = [\text{vec}(\mathbf{A}) \quad \mathbf{b} \quad c]^T \quad (24)$$

对于线性方程(22),若假定 \mathbf{A} 是对称矩阵,则最简单的求解办法是对矩阵 \mathbf{J} 进行奇异值分解。求出的解 $\hat{\boldsymbol{\eta}}$ 即为 \mathbf{J} 的最小奇异值对应的特征向量。由于上述过程定义解向量 $\hat{\boldsymbol{\eta}}$ 的模值为 1,因此可避免出现零解。

由于任意 $\alpha\boldsymbol{\eta}$ 都能够满足式(22),为求解比例因子 α ,设获得的解为:

$$\hat{\boldsymbol{\eta}} = [\text{vec}(\mathbf{A}_s) \quad \mathbf{b}_s \quad c_s]^T \quad (25)$$

则希望得到的解为:

$$[\text{vec}(\mathbf{A}) \quad \mathbf{b} \quad c]^T = \alpha\hat{\boldsymbol{\eta}} \quad (26)$$

比例因子 α 可由式(19)~(21)确定:

$$\alpha = \left(\frac{1}{4}\mathbf{b}_s^T \mathbf{A}_s^{-1} \mathbf{b}_s - c_s \right)^{-1} \quad (27)$$

因此可解得参数 \mathbf{A}, \mathbf{b} 为:

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \alpha\mathbf{A}_s \\ \mathbf{b} = \alpha\mathbf{b}_s \end{cases} \quad (28)$$

为求初始参数矩阵 \mathbf{T}_0 ,对矩阵 \mathbf{A} 进行奇异值分解,注意到 \mathbf{A} 为对称矩阵:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \begin{pmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{U}^T \quad (29)$$

则

$$\mathbf{T}_0 = \mathbf{U} \begin{pmatrix} \sqrt{\Delta} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{U}^T \quad (30)$$

则可得到 $\mathbf{x}_0 = [\text{vec}(\mathbf{T}_0)^T, \mathbf{b}^T]^T$ 作为 2.1 小节中梯度下降法的初始迭代值,并代入式(17)进行求解。

3 结果与分析

本节分别通过数值仿真与实测数据对三轴加速度计校正算法进行验证及结果分析。其中数值仿真主要用于验证算法对于参数估计的准确性;实测数据仿真用于验证算法的实际有效性。

3.1 数值仿真结果

根据式(2)给出的三轴加速度计测量模型,作如下假设:

比例误差 $\mathbf{S}_M = \text{diag}(1.2, 0.8, 1.3)$,零偏 $\mathbf{o} = [0.20 \quad 0.15 \quad 0.10]^T g$,非正交误差角 $\rho = 2^\circ$, $\phi = 1^\circ, \lambda = 1.5^\circ$,安装误差矩阵

$$\mathbf{V}_L = \begin{bmatrix} 0 & -0.02 & -0.05 \\ 0.02 & 0 & -0.05 \\ 0.05 & 0.05 & 0 \end{bmatrix}$$

根据上述误差参数可以得到待估计参数 $\{\mathbf{A}, \mathbf{o}\}$ 参考值如表 1 中所示。

仿真中利用姿态四元数 $\mathbf{q} = \left[\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\mathbf{u}^T \right]^T$ 模拟校正过程,其中旋转

轴 \mathbf{u} 分别设置为 $[0,0,1], [1,0,0], [0,1,0]$ 以模拟实际校正时绕三轴的旋转操作,每个轴的旋转角 θ 由 0 到 2π 变化。根据姿态四元数计算出姿态变换矩阵 \mathbf{R}_n^b 即可利用式(2)得到仿真的加速度计输出。

表 1 本文算法估计结果与参考值比较

Tab.1 Results of the proposed algorithm compared with the reference value

	\mathbf{A}	\mathbf{o}
参考值	$\begin{bmatrix} 0.693 \ 6 & -0.038 \ 4 & -0.009 \ 9 \\ -0.038 \ 4 & 1.561 \ 0 & -0.026 \ 0 \\ -0.009 \ 9 & -0.026 \ 0 & 0.589 \ 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.20 \\ 0.15 \\ 0.10 \end{bmatrix}$
本文算法	$\begin{bmatrix} 0.693 \ 6 & -0.038 \ 6 & -0.009 \ 9 \\ -0.038 \ 6 & 1.560 \ 9 & -0.026 \ 1 \\ -0.009 \ 9 & -0.026 \ 1 & 0.589 \ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.19 \\ 0.15 \\ 0.10 \end{bmatrix}$

考虑到随机测量噪声影响,对算法进行 Monte Carlo(MC)仿真试验。表 1 中给出了采用本文算法进行参数估计的平均结果,可见本文算法能够正确估计出参数 $\{\mathbf{A}, \mathbf{o}\}$,估计结果与参考值近似。

图 2 给出校正前和校正后的测量重力场模值,从图中可看出在各类误差综合影响下,未校正的数据出现大幅波动,而经本文算法校正后的测量模值均在参考重力场模值附近范围内。

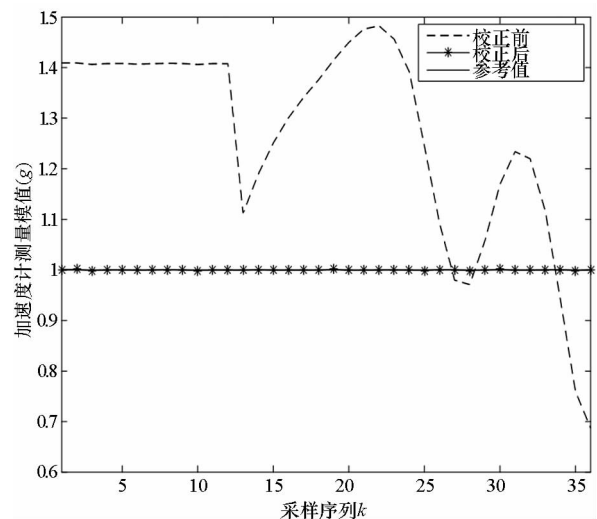


图 2 校正前后重力场模值与参考值比较(仿真结果)

Fig.2 Comparison between the gravity field value before and after calibration and the reference value (simulation results)

图 3 给出了本文算法校正前后的重力矢量在传感器量测空间上的分布,显然校正前该分布呈椭球体,而校正后的重力矢量分布在半径为参考

重力模值的球体表面,球心指向椭球球心的矢量即为偏移矢量 \mathbf{o} 。

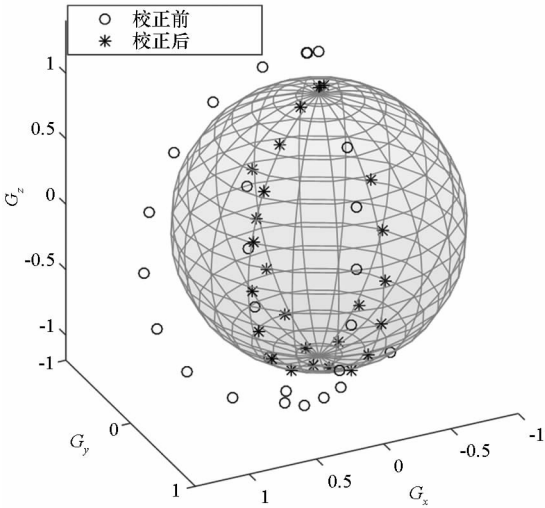


图3 校正前后的重力矢量在传感器量测空间上的分布(仿真结果)

Fig.3 Distribution of gravity vector in the sensor measurement space before and after calibration (simulation results)

3.2 实测数据验证

为进一步验证本文算法有效性,采用 MPU6050 三轴数字加速度计进行实测试验。三轴测量数据通过 TI 公司 MSP430 微控制器从传感器读取,采样频率为 100 Hz。微控制器通过串行接口协议将数据转发到上位机进行数据采集。

试验验证分以下三个部分。

3.2.1 估计校正参数 $\{T, \mathbf{o}\}$

利用不同姿态条件下静止的加速度计测量数据,基于最大似然法参数估计模型,求解待估参数 $\{T, \mathbf{o}\}$ 。试验中使传感器分别绕 X, Y, Z 三轴转动若干次,每次转动至某一姿态时,将加速度计静置一段时间(约 10 s)并求其测量值的均值,以获得不同姿态条件下共 140 组重力加速度测量数据,并采用本文算法进行校正参数估计,得到参数估计结果如表 2 所示。

表2 本文算法实测数据估计参数值

Tab.2 Parameter values estimated by the proposed algorithm with measured data

T			\mathbf{o}
1.004 8	$-4.159 5 \times 10^{-7}$	$-4.901 4 \times 10^{-7}$	$\begin{bmatrix} 0.004 3 \\ -0.001 5 \\ 0.063 1 \end{bmatrix}$
$1.900 1 \times 10^{-4}$	0.999 5	$1.067 8 \times 10^{-7}$	
0.002 5	0.006 1	0.992 0	

利用表 2 中的参数矩阵 $\{T, \mathbf{o}\}$ 对采集到的

140 组重力加速度测量数据进行校正,分别比较校正前后加速度数据模值与参考重力场模值的大小,如图 4 所示,校正前的加速度数据模值上下波动较强烈,而经本文算法校正后的加速度数据模值与参考重力场模值相近,这表明利用实测数据经由本文算法得到的加速度计校正参数合理有效。

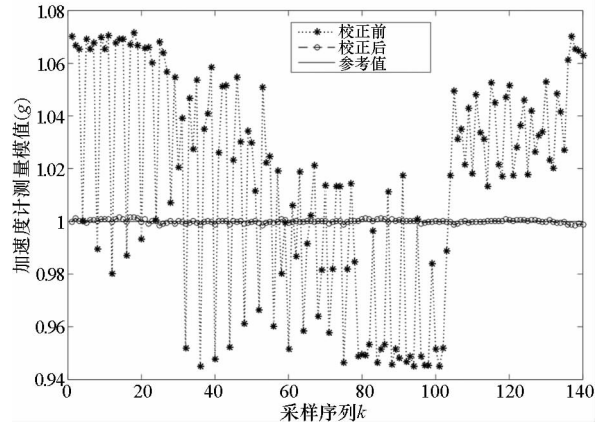


图4 校正前后重力场模值与参考值比较(实测结果)

Fig.4 Comparison between the gravity field value before and after calibration and the reference value (experimental results)

图 5 给出了本文算法校正前后的重力矢量在传感器量测空间上的分布,可见校正前重力矢量分布于半径为参考重力模值的球体外,而校正后分布于球体表面。

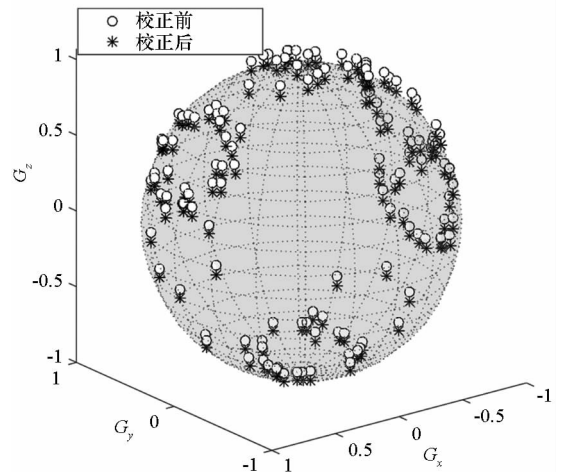


图5 校正前后的重力矢量在传感器量测空间上的分布(实测结果)

Fig.5 Distribution of gravity vector in the sensor measurement space before and after calibration (experimental results)

以均方根误差 (Root-Mean-Square Error, RMSE) 衡量校正前后模值与重力场模值偏差,即:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (a_k - g)^2}{k}}$$

式中, $a_k = \sqrt{a_{x,k}^2 + a_{y,k}^2 + a_{z,k}^2}$ 是三轴加速度计校正前后的测量数据, k 是试验组数, g 是参考重力加速度大小(取 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)。可得校正前后加速度测量模值与重力场模值 RMSE 分别为 0.044 3 和 0.002 6, 可见校正后将模值偏差减小了将近 20 倍。

3.2.2 校正参数验证

由于实际中不能获得校正参数的真实值, 为验证表 2 中得到的校正参数的有效性, 按照 3.2.1 节中相同方式再次采集任意姿态放置条件下的加速度测量数据共 20 组, 并利用表 2 中校正参数进行校正, 所得校正结果如图 6 所示。可见, 校正后的重力场模值是稳定的, 且与参考模值相近。这表明本文算法得到的校正参数对于给定加速度计具有普遍有效性。

3.2.3 位移积分误差试验

加速度计在惯导系统中主要用于通过二次积分得到的载体位移, 理想状态下, 根据比力方程计算加速度二次积分得到位移应为零^[13], 但由于传感器非正交误差、零偏、噪声影响, 实际积分得到的位移不为零。因此, 为考察校正前后加速度计误差对于位移积分的影响, 将加速度计分别

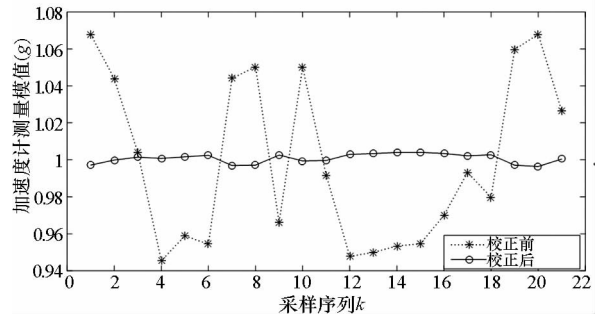


图 6 校正前后重力场模值与参考值比较 (实测结果)

Fig. 6 Comparison between the gravity field value before and after calibration and the reference value (experimental results)

在 k 个不同姿态条件下静置 200 s, 将采集到的加速度数据由比力方程计算得到位移误差 ϵ :

$$\epsilon_k = \int_0^T \left[\int_0^t (\mathbf{R}_b^r \mathbf{a} + \mathbf{g}) d\tau \right] dt \quad (31)$$

其中, 采样频率为 100 Hz, t 为数据采集时间, \mathbf{a} 为(校正前或校正后)加速度读数, \mathbf{g} 为重力加速度。通过对比校正前后传感器位移误差的大小验证本文校正算法的有效性: 计算得到校正前位移积分误差 ϵ_k 与校正后位移积分误差 $\hat{\epsilon}_k$ 如表 3 所示, 结果表明, 通过由本文算法校正后的加速度读数计算得到的位移积分误差均小于校正前数据计算结果。

表 3 校正前后位移积分误差比较

Tab. 3 Comparison of displacement integral errors before and after calibration

k	t/s	x 轴		y 轴		z 轴	
		ϵ_x/m	$\hat{\epsilon}_x/m$	ϵ_y/m	$\hat{\epsilon}_y/m$	ϵ_z/m	$\hat{\epsilon}_z/m$
1	201.08	5.1103×10^3	4.7071×10^3	2.6649×10^3	-0.2367×10^3	2.0784×10^3	-0.1839×10^3
2	198.33	5.2553×10^3	4.8530×10^3	0.6896×10^3	-0.0336×10^3	3.3036×10^3	-0.1616×10^3
3	193.43	4.9751×10^3	4.5713×10^3	2.7516×10^3	-0.1726×10^3	2.1027×10^3	-0.1332×10^3
4	183.27	-1.0043×10^4	-0.3606×10^4	-0.3621×10^4	-0.3529×10^4	-9.7839×10^4	-9.6703×10^4
5	209.11	-5.0692×10^4	-4.8690×10^4	0.5739×10^4	0.5019×10^4	-4.9836×10^4	-4.3160×10^4
6	201.87	5.3145×10^3	4.8644×10^3	1.2025×10^3	0.1553×10^3	-2.7597×10^3	-0.3574×10^3
7	203.30	-1.5314×10^3	-1.1120×10^3	-2.7396×10^3	-0.0183×10^3	-1.2987×10^3	-0.0026×10^3
8	198.22	3.0229×10^3	3.0048×10^3	-0.5053×10^3	-0.0448×10^3	-2.8711×10^3	-0.1830×10^3

4 结论

本文通过分析三轴加速度计误差成因, 建立了相应的校正模型, 在此基础上推导出一种基于

最大似然法的三轴加速度计校正算法。分别通过数值仿真以及低成本加速度计的实测数据验证了本文算法参数估计的准确性及实际有效性。结果表明, 基于最大似然校正, 并利用传统的最小二

乘法提供迭代初值,能够获得较高的校正参数估计精度并应用于加速度计离线校正,且估计算法平均耗时 2.36 s,能够满足使用需求。

参考文献 (References)

- [1] 林生荣,张辉. 三轴加速度传感器校正方法研究[J]. 传感器与微系统, 2011, 30(11): 72-74, 78.
LIN Shengrong, ZHANG Hui. Study of three-axis acceleration sensor calibration method[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2011, 30(11): 72-74, 78. (in Chinese)
- [2] Syed Z F, Aggarwal P, Goodall C, et al. A new multi-position calibration method for MEMS inertial navigation systems[J]. Measurement Science & Technology, 2007, 18(7): 1897-1907.
- [3] Won S H P, Golnaraghi F. A triaxial accelerometer calibration method using a mathematical model[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2010, 59(8): 2144-2153.
- [4] Luczak S, Oleksiuk W, Bodnicki M. Sensing tilt with MEMS accelerometers[J]. IEEE Sensors Journal, 2006, 6(6): 1669-1675.
- [5] 孙宝元,牛志明,韩庚琳,等. 三维组合压阻式低频加速度计的研制与标定[J]. 大连理工大学学报, 1992, 32(5): 545-549.
SUN Baoyuan, NIU Zhiming, HAN Genglin, et al. Development and calibration of three dimensional built-up piezoresistive low acceleration transducer [J]. Journal of Dalian University of Technology, 1992, 32(5): 545-549. (in Chinese)
- [6] 宋颖,鲍其莲. 导航系统 MEMS 加速度计的设计[J]. 自动化技术与应用, 2006, 25(5): 56-58.
SONG Ying, BAO Qilian. Design of MEMS accelerometer of navigation systems [J]. Techniques of Automation & Applications, 2006, 25(5): 56-58. (in Chinese)
- [7] Hwahgbo M, Kanade T. Factorization-based calibration method for MEMS inertial measurement unit [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2008: 1306-1311.
- [8] Strang G. Linear algebra and its applications[M]. 3rd ed. Florence, KY, USA: Brooks Cole, 1988.
- [9] Kay S M. Fundamentals of statistical signal processing: estimation[J]. Technometrics, 1993, 37(4): 465-466.
- [10] Vasconcelos J F, Elkaim G, Silvestre C, et al. Geometric approach to strapdown magnetometer calibration in sensor frame[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 47(2): 1293-1306.
- [11] Lvtkepohl H. Handbook of matrices[M]. New York, USA: Wiley, 1997.
- [12] Kok M, Hol J D, Schon T B, et al. Calibration of a magnetometer in combination with inertial sensors [C]// Proceedings of 2012 15th International Conference on Information Fusion, 2012.
- [13] Sipos M, Paces P, Rohac J, et al. Analyses of triaxial accelerometer calibration algorithm [J]. IEEE Sensors Journal, 2012, 12(5): 1157-1165.