

## 时间跨度对 GPS 坐标序列噪声模型及速度估计影响分析\*

贺小星<sup>1,2</sup>, 花向红<sup>1</sup>, 鲁铁定<sup>3</sup>, 余科根<sup>1</sup>, 宣伟<sup>1</sup>

(1. 武汉大学 测绘学院, 湖北 武汉 430079; 2. 华东交通大学 土木建筑学院, 江西 南昌 330013;

3. 东华理工大学 测绘工程学院, 江西 南昌 330013)

**摘要:**选取全球范围内 72 个基准站的坐标序列, 采用改进的赤池信息量准则、贝叶斯信息量准则对不同噪声模型组合进行噪声分析, 得到基准站坐标序列的最优噪声模型及速度参数, 探讨时间序列跨度对噪声模型及速度估计的影响。结果表明, 基准站坐标序列噪声模型不能由单一的噪声模型表述, 其呈现出多样性特征, 主要表现为幂律噪声、高斯马尔科夫噪声、闪烁噪声 + 白噪声特征, 且三坐标分量表现出不同的噪声特性; 随着时间跨度的增加, 坐标时间序列的最优噪声模型、GPS 站速度及其不确定度逐渐由发散趋于收敛, 随机游走噪声模型的比重有所增加。结果表明 10 a 以上的时间跨度是较为理想的噪声模型估计尺度。

**关键词:**时间序列分析; 噪声模型估计; 速度不确定性; 赤池信息量准则; 贝叶斯信息量准则

**中图分类号:** P22      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1001-2486(2017)06-012-07

## Effect of time span on GPS time series noise model and velocity estimation

HE Xiaoxing<sup>1,2</sup>, HUA Xianghong<sup>1</sup>, LU Tieding<sup>3</sup>, YU Kegen<sup>1</sup>, XUAN Wei<sup>1</sup>

(1. School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China;

2. School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China;

3. Faculty of Geomatics, East China University of Technology, Nanchang 330013, China)

**Abstract:** The time series of 72 international GPS service core stations were selected to make perform analysis on GPS noise model and uncertainties of the velocity. An improved Akaike information criteria and a Bayesian information criteria model were developed to evaluate different combinations of noise model, so as to establish the best noise model of GPS time series and gain the aureate velocity parameters. Results show that the noise model of GPS time series cannot be described as simple noise, it tends to showing diversity, and can be best described by power-law, generalized Gauss Markov, flicker noise plus white noise model, and its three components exhibit different noise characteristics. With the time span increases, the optimal noise model of time series, GPS station velocity and its uncertainty tends to be convergent and steady. Besides, the proportion of random walk noise is proved to increase as time span increases. The final results show that the time span of more than 10 years is an ideal noise model estimation scale.

**Key words:** time series analysis; noise model estimation; velocity uncertainty; Akaike information criteria; Bayesian information criteria

相关研究<sup>[1-4]</sup>表明, 噪声模型对 GPS 站速度不确定性影响较大, 不恰当的噪声模型可能导致过于乐观的参数估值, 导致 GPS 站速度的有偏估计。文献[5-7]指出 GPS 坐标时间序列主要表现为“白噪声”(White Noise, WN)和“闪烁噪声”(Flicker Noise, FN)噪声模型特性。此外, 部分学者认为<sup>[4,8]</sup> GPS 噪声模型的最优模型为闪烁噪声 + 少部分的随机游走噪声(Flicker Noise + Random Walk noise, FN + RW)。还有一些学者提出 GPS 坐标时间序列中, 部分噪声模型可用幂律噪声(Power Law noise, PL)模型、高斯马尔科夫(Generalized Gauss

Markov, GGM)模型等表示<sup>[8-9]</sup>。综合分析上述研究成果得出: GPS 站坐标序列的噪声特性实际情况较为复杂, 不同学者的研究既存在一定的共性, 也显现出一定的差异, 主要表现为: 首先, 分析 GPS 坐标时间序列噪声模型特性时, 大多数学者采用的模型较单一, 忽略了噪声模型的多样性; 第二, 所分析的 GPS 站坐标时间序列跨度有限, 不能准确地探测出 GPS 坐标时间序列中的长周期噪声分量(如随机游走噪声); 第三, 噪声模型估计、评价准则的差异。另外, 已有研究也表明坐标时间序列跨度对噪声模型的建立存在较大影响, 部分研究指出

\* 收稿日期: 2016-08-05

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(41464001, 41674005, 41504025); 江西省数字国土重点实验室开放研究基金资助项目(DLLJ201701); 江西省自然科学基金资助项目(20171BAB203032, 20161BAB213087); 江西省教育厅科学技术研究资助项目(GJJ150523)

**作者简介:**贺小星(1986—), 男, 江西萍乡人, 讲师, 博士, E-mail: hexiaoxing@whu.edu.cn

同一测站在不同长度时段内所求最优噪声模型、速度场差别较大<sup>[8]</sup>,准确探测出随机游走噪声需要15~20 a的坐标序列<sup>[10]</sup>。

为此,本文选取全球范围内72个IGS 08核心站7~20 a的坐标序列,融合赤池信息量准则(Akaike Information Criteria, AIC)、贝叶斯信息量准则(Bayesian Information Criteria, BIC),结合功率谱分析法,提出噪声模型确定新方法,对不同噪声模型组合进行噪声分析。

## 1 改进的噪声模型评价准则及可靠性分析

GPS坐标时间序列噪声分析的方法主要分为两类,即功率谱分析法、极大似然估计(Maximum Likelihood Estimation, MLE)法。

功率谱分析法能直观反映噪声模型的基本特性,但要求数据均匀采样,当数据缺失较多时,不能获得准确的估计结果,且计算耗时<sup>[3]</sup>。此外,功率谱分析法对低频噪声的分辨率较低,不能准确估计出低频噪声分量,即模型估计精度较低。因此对长周期的GPS坐标时间序列而言,需要寻求更加稳健、高效的估计方法<sup>[11]</sup>。

考虑到功率谱分析的局限性,国内外学者提出了极大似然估计的噪声估计方法<sup>[7-8,11]</sup>。在极大似然估计准则下,不同的噪声模型组合将得到不同的极大似然对数值,数值越大,结果越可靠。然而,当估计的未知参数越多(如混合噪声模型)时,估计出的极大似然对数值会随之增大,导致估计结果存在一定的偏差。针对这种情况,Langbein根据经验值,提出了保守估计准则判断不同模型的优劣,但该方法并没有顾及模型参数的个数,存在一定的局限性<sup>[12]</sup>。此外,Dmitrieva等的研究指出,对一些高精度GPS应用(如板块运动、框架维持等),对站速度不确定性的要求达 $0.1 \text{ mm/a}$ <sup>[13]</sup>,采用准确的噪声模型十分重要。因此,对长周期的GPS坐标时间序列而言,选择稳健、高效的噪声模型估计方法和合适的噪声模型评价准则,进而获得站速度等参数的稳健估计,才能满足高精度大地测量的应用需求。

### 1.1 改进的AIC和BIC模型估计准则

为了更加有效地对噪声模型进行估计,采用AIC和BIC进行模型选择与判定<sup>[14]</sup>,以获得更加稳健的噪声模型估计结果。AIC和BIC是常用的模型确定方法之一,其原理如下:

$$AIC = -2\ln L + 2k \quad (1)$$

$$BIC = -2\ln L + k\ln(n) \quad (2)$$

其中, $L$ 为某一模型下的似然函数, $n$ 为观测值个

数, $k$ 为模型的变量个数。根据AIC和BIC准则,AIC和BIC值越小,对应的模型越好(或者说越趋近于真实模型)。

AIC和BIC方法顾及了噪声模型参数,并采用AIC、BIC两个指标进行模型选择,能弥补传统MLE估计方法的缺陷。进行最优模型确定时,若AIC和BIC方法估计得到的结果一致,此时选择AIC和BIC均较小的模型作为最优模型;当AIC、BIC的结果并不完全一致时,采用功率谱分析的方法对最优模型进行进一步确定。

### 1.2 AIC和BIC结合功率谱分析法可靠性分析

为了验证AIC和BIC结合功率谱分析的噪声模型评价方法的可靠性,选取全球范围内72个IGS 08核心站6.9~20 a的坐标序列,各站点时间跨度值见表1,其中序列最小跨度为6.9 a,最大跨度为20.0 a,平均跨度约为15.2 a。对不同噪声模型组合进行计算估计和分析。数据处理过程中采用GIPSY软件对GPS数据进行单日解坐标序列解算,并对解算获得的坐标序列采用四分位间距(InterQuartile Range, IQR)法进行粗差剔除以获得“干净”的时间序列,对存在的数据缺失进行插值拟合<sup>[14]</sup>。对数据缺失小于3 d的GPS时间序列,采用三次样条插值的方法进行处理;当

表1 站点时间跨度值

Tab. 1 Time span value of stations a

测站	跨度	测站	跨度	测站	跨度
ALIC	19.0	CAS1	18.7	DARW	16.2
ARTU	16.0	CCJM	13.9	DAV1	18.7
ASC1	7.1	CEDU	17.1	DGAR	15.6
AUCK	19.9	CHAT	16.1	DRAO	20.0
BJFS	15.5	CHUR	19.5	DUM1	17.1
BRFT	8.9	COCO	18.4	GLPS	10.2
BRMU	19.1	CRO1	18.9	GOLD	18.8
GOUG	7.9	MBAR	9.6	SCH2	17.8
GUAM	19.2	MCIL	11.2	SCUB	11.5
GUAT	14.0	MDO1	17.7	STJO	19.8
HOB2	18.7	MKEA	18.3	SUTH	16.4
HOFN	17.9	MQZG	11.9	SYOG	19.4
IISC	17.5	NKLG	14.9	THU3	13.6
IRKT	17.2	NOT1	15.1	TIDB	18.9
ISPA	10.8	NRIL	14.7	TIXI	16.6
KARR	18.1	OHI2	13.3	TNML	8.9
KERG	18.8	PARC	13.0	TOW2	19.0
KOUC	11.0	PDEL	15.2	USNO	17.1
KUNM	13.8	PETP	11.4	VESL	11.1
LAE1	6.9	PIMO	15.2	WHIT	19.1
LHAZ	14.7	POLV	14.4	WIND	7.5
MAC1	18.4	QAQ1	13.4	WSRT	18.3
MALI	11.8	RAMO	15.8	YEBE	15.0
MAS1	19.2	REUN	12.4	YIBL	10.3

数据缺失间隙大于 3 d 时,采用线性插值的方法进行缺失数据补齐,以使数据保持原有的变化趋势<sup>[15]</sup>。另外阶跃对噪声模型也会产生较大的影响,进行噪声模型估计之前需要对阶跃进行估计及改正<sup>[9]</sup>。对阶跃进行改正时,根据 IGS 记录的测站阶跃发生的时刻以及大小进行改正<sup>[9,16]</sup>。

选取 WN, PL, FN + WN, FN + RW, FN + RW + WN 这 5 种常用噪声模型,采用 Hector 软件对 72 个 IGS 站进行噪声分析<sup>[14,17]</sup>。通过 AIC 和 BIC 模型估计准则估计出的三坐标分量最优噪声模型统计结果见表 2(如在东方向 AIC 估计出的最佳噪声模型为 PL 模型的有 8 个测站)。

表 2 AIC 和 BIC 估计出的最优噪声模型统计结果

Tab.2 Optimal noise model statistical results estimated with AIC and BIC rules

噪声模型	坐标分量					
	东方向		北方向		垂向	
	AIC	BIC	AIC	BIC	AIC	BIC
WN	0	0	0	0	0	0
PL	8	8	5	5	24	24
FN + WN	45	47	46	51	48	48
FN + RW	0	0	0	0	0	0
FN + RW + WN	19	17	21	16	0	0

从表 2 可知:首先,AIC 和 BIC 方法估计的最优

噪声模型结果具有较好的一致性,仅 7 个坐标分量存在差异(东方向 2 站,北方向 5 站),即 96.8% 的坐标分量通过 AIC、BIC 估计出的最优模型是一致的,表明 AIC 和 BIC 噪声模型评价准则可靠性较高;第二,所分析的 IGS 站坐标序列主要表现为 FN + WN 噪声模型特性,约占 64.4%(以 AIC 估计结果为例),与已有的研究成果相吻合<sup>[7-8,12-14]</sup>;第三,PL 噪声模型约占 17.0%,FN + RW + WN 模型约占 18.5%,即 GPS 坐标时间序列噪声模型呈现出多样性,不能由单一的随机模型表述,且传统的 WN 模型不适合于描述 GPS 坐标序列的噪声特性。此外,由表还可以看出 AIC 和 BIC 估计结果存在一定的偏差,即 AIC、BIC 估计结果不统一,约 3.24% 的站坐标分量估计结果存在不一致(其中东方向 2 站、北方向 5 站),说明 AIC、BIC 方法也存在一定的缺陷。因此,当 AIC 和 BIC 估计出的噪声模型存在差异时,需要对最优模型进行进一步确定,本文采用功率谱分析的方法,分别采用 AIC、BIC 估计出的噪声模型对原始信号进行拟合并计算相应的功率谱。结果表明,AIC 估计出的噪声模型倾向于 FN + RW + WN,BIC 的估计结果倾向于 FN + WN,即测站的非线性变化(如测站的随机游走引起的站点变化)对 AIC 和 BIC 产生一定的影响。图 1 为 IGS 站坐标残差序列功率谱估计结果(仅以 4 站为例)。通过比较图 1 中估计出的噪声

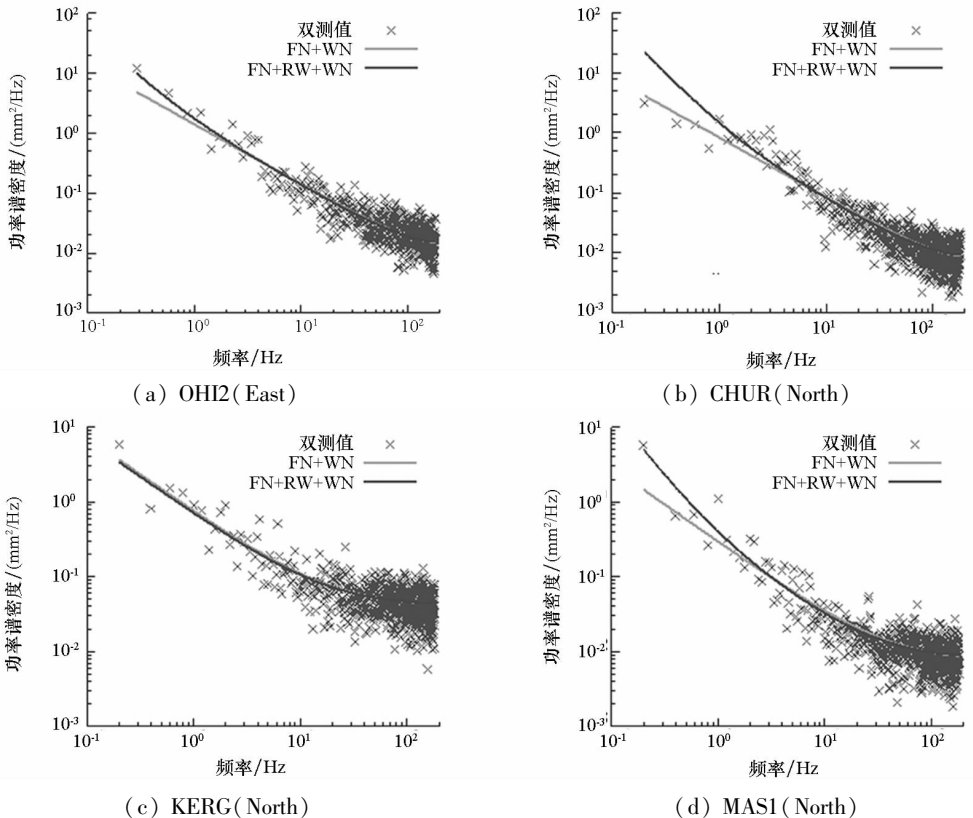


图 1 残差坐标序列的功率谱

Fig. 1 Power spectrum plot of the residual time series

模型与观测数据之间的拟合优劣选择最优模型可知,对于 OH12、MAS1 站, AIC 估计出的噪声模型较优;对于 CHUR 站, BIC 估计的较优;对于 KERG 站, AIC、BIC 估计的噪声模型基本一致。

综上, AIC 和 BIC 结合功率谱分析法的噪声模型评价方法具有较好的稳健性,可为准确地获得站坐标序列的误差模型、站速度参数等提供基础。

## 2 时间序列跨度对噪声模型及速度估计的影响

### 2.1 时间序列跨度对噪声模型建立的影响

为了研究时间跨度对噪声模型建立的影响和分析不同时间跨度对速度及其不确定性的影响,本文对全球分布的 24 个 IGS 08 核心站进行分析,选取的测站时间序列跨度至少 18 a。采用时间跨度分别为 5 a、10 a、12.5 a、15 a 和 20 a 的时间序列进行计算分析和结果对比。选取的站点中包含了部分具有区域代表性的测站,如 COCO 站、KOKB 站,其中 COCO 站位于地震活跃区域,可能受地震运动的影响;KOKB 位于岛屿上,时间跨度为 19.4 a。另外,计算分析时,在 1.2 节的基础

上,考虑了更多的噪声模型组合,即选取了 FN + RW、FN + RW + WN、FN + WN、GGM、PL 共 5 种备选噪声模型,对不同跨度的 IGS 坐标序列进行噪声模型及参数估计。不同跨度下最优噪声模型随时间演化规律见表 3(仅以坐标北分量为例)。

由表 3 可知各测站在不同时段长度的最优噪声模型特性并不是完全统一的。当时间序列的跨度较短时,即  $t = 5$  ( $t$  代表时间跨度,单位为 a) 时,测站的最优噪声模型比较发散;随着  $t$  的增大 ( $t = 10$  时),测站的最优噪声模型发生变化;当  $t > 10$  时,北方向坐标序列分量的噪声模型趋于平稳。此外,随着时间跨度的增加,随机游走噪声模型(FN + RW + WN)的比重有所增加。在时间跨度为 5 ~ 10 a 时,仅个别测站呈现出最优噪声模型为 FN + RW + WN,当时间跨度增大到 12.5 ~ 20 a 时,RW 的比重及其振幅有所增加,表明随着时间跨度的增加,GPS 坐标序列中噪声的长周期分量(如随机游走噪声)变得显著,大跨度的时间序列为探测低频噪声的存在提供了条件,当时间序列不够长时,尤其是随机游走噪声振幅较小时,其被闪烁噪声等抑制,不能准确地探测出来。

表 3 最优噪声模型随时间演化规律(北方向为例)  
Tab. 3 Optimal noise model evolution with time (North)

测站	5 a	10 a	12.5 a	15 a	20 a
ALIC	FN + WN	FN + WN	FN + WN	FN + WN	FN + WN
CAS1	PL	FN + WN	FN + WN	FN + WN	FN + WN
CRO1	PL	PL	PL	PL	PL
GOLD	FN + WN	FN + WN	PL	PL	FN + WN
KARR	FN + WN	FN + WN	FN + WN	FN + WN	FN + WN
MAC1	PL	PL	FN + WN	FN + WN	FN + WN
STJO	PL	PL	PL	PL	PL
TOW2	FN + WN	FN + WN	FN + WN	FN + WN	FN + WN
AUCK	PL	FN + WN	FN + WN	PL	FN + WN
CHUR	PL	FN + WN	FN + WN	FN + WN	FN + WN
DAV1	FN + RW + WN	FN + WN	FN + WN	FN + WN	FN + WN
GUAM	GGM	PL	PL	PL	PL
KERG	PL	FN + WN	PL	PL	PL
MAS1	GGM	GGM	GGM	PL	GGM
SYOG	PL	FN + WN	FN + WN	FN + WN	FN + WN
WHIT	GGM	GGM	GGM	FN + WN	GGM
BRMU	GGM	GGM	GGM	FN + WN	FN + WN
COCO	FN + WN	FN + WN	FN + RW + WN	FN + RW + WN	FN + RW + WN
DRAO	FN + WN	FN + WN	FN + WN	FN + WN	FN + WN
HOB2	PL	PL	PL	PL	FN + WN
KOKB	PL	GGM	GGM	PL	GGM
MKEA	PL	GGM	PL	PL	PL
TIDB	GGM	GGM	GGM	PL	GGM
WSRT	PL	PL	PL	PL	PL

进一步对北方向不同时间跨度下最优噪声模型进行统计分析,统计结果表明所分析的站点中约 60% 在时间跨度  $t$  大于 5 之后,噪声模型特性逐步趋于平稳,即时间序列较短( $t < 5$ )尺度下,噪声模型不稳定,获得的结果存在较大的发散性;随着时间尺度的增加,这种发散性有所减弱,当时间跨度  $t > 12.5$  时,约 70% 的测站最优噪声模型特性不再改变,当  $t$  增大到 15 时约 70% 的 GPS 站坐标时间序列的噪声模型不再发生变化。同样,对坐标序列东方向噪声模型结果进行分析,结果表明约 60% 的测站在  $t > 5$  后最优噪声模型不再改变;当  $t$  增大到 10, 12.5, 15 后约 70% ~ 80% 的测站最优噪声模型不再发生变化。坐标高方向(垂直)结果表明约 60% 的 GPS 站坐标序列的噪声模型特性在  $t > 5$  之后发生了变化,  $t > 10$  之后最优

噪声模型特性区域平稳,约 70% 的 GPS 站点坐标序列的噪声模型特性不再发生改变。综上三坐标分量噪声模型随时间跨度的变化规律表明:当  $t < 5$  时,噪声模型的不确定性较大,为了获得可靠的噪声模型估计结果,建议采用 10 a 以上的 GPS 时间序列。

### 2.2 时间序列跨度对 GPS 站速度估计的影响

根据已有研究结果可知噪声模型对速度不确定性的影响较大,尤其是速度不确定性较大时。为了分析不同时间跨度对速度及其不确定性的影响,同 2.1 节中策略一样,对所选的 24 个 IGS 站不同时间跨度下的速度及其不确定性进行分析。图 2 ~ 4 为不同时间跨度下的速度及其不确定性的演化规律(限于篇幅仅列出 15 个站)。

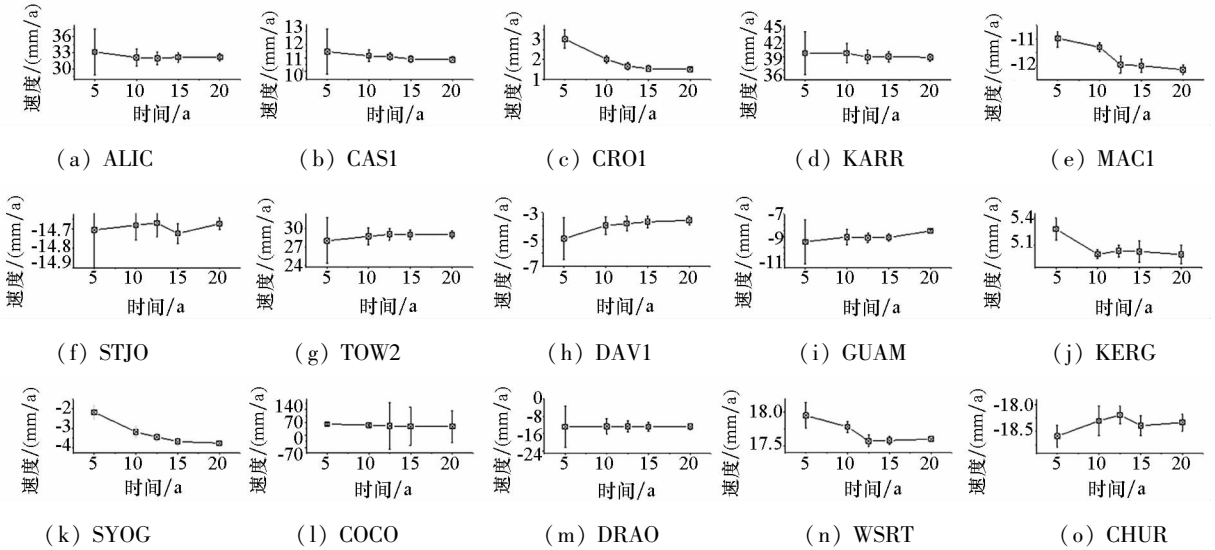


图 2 东方向速度及不确定性演化规律

Fig. 2 Evolution of velocities and standard deviations of the eastern component of the residual time series

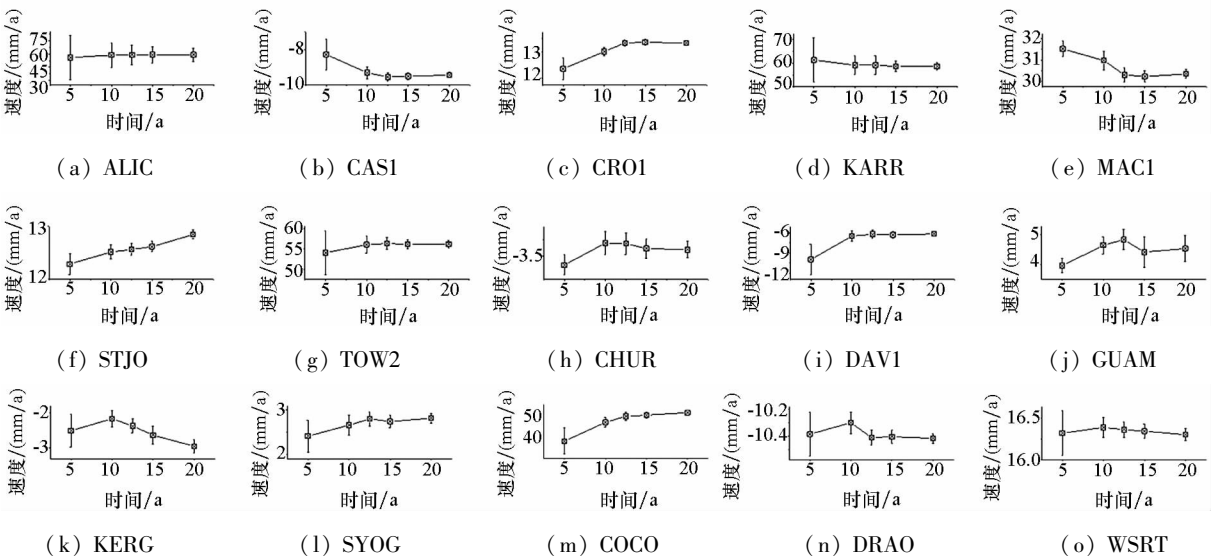


图 3 北方向速度及不确定性演化规律

Fig. 3 Evolution of velocities and standard deviations of the northern component of the residual time series

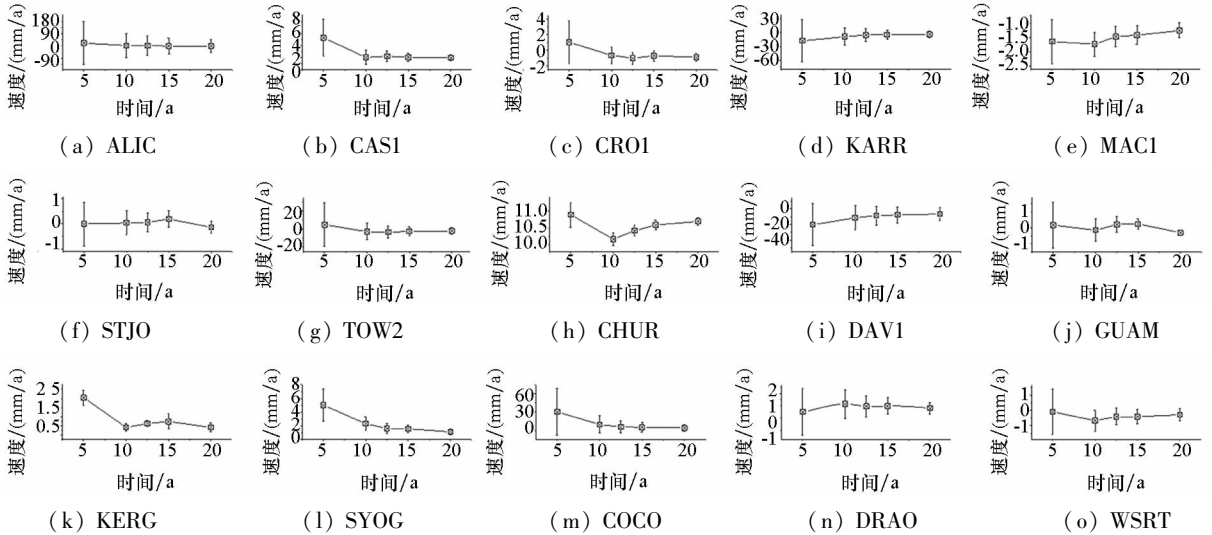


图 4 垂向速度及不确定性演化规律

Fig. 4 Evolution of velocities and standard deviations of the vertical component of the residual time series

通过图 2 东方向速度及不确定性随着时间变化的演变情况可以看出,在噪声模型非平稳状态下( $t=5$ )估计出的站速度不确定性较大,当跨度增大( $t=10$ )时速度不确定性明显减小,当增大到 12.5 后,速度变化趋于平稳。所分析的 24 站(除了 COCO 站存在异常)均表现出随着时间序列长度的增长,GPS 站速度的不确定度明显变小,即 GPS 站速度估计值趋于稳健。对于东方向中出现异常的 COCO 站,其坐标序列主要表现为 FN + RW + WN 噪声特性,且其噪声模型较稳定;经分析发现 COCO 测站位于科克斯群岛,受到同震及震后变形的影响较大。根据 SOPAC 的观测日志资料<sup>[9]</sup>,由于受地震影响,COCO 站在 2000 年 171 年积日下东方向产生了 35.052 mm 的位移,另外在 2000 年、2004 年、2007 年、2014 年等发生了不同程度阶跃(同震形变引起),COCO 站点受地震运动的影响,其速度及不确定性变化较大。从图 3 坐标北方向速度及不确定性随着时间变化的演变情况进行分析,结果表明随着时间序列长度的增长(10 ~ 12.5 a 跨度后),绝大部分测站速度估计值趋于稳健,并且速度估计的不确定度值明显变小,即速度估计结果更加可靠。另外,北方向中 GUAM 测站不确定性存在一些异常,即随着时间跨度的增加,速度估值波动较明显,且速度的不确定性不稳定。根据 SOPAC 的阶跃资料表明 GUAM 站在 2002 年 117 年积日北方向发生了 -14.751 mm 的阶跃。同样的规律在坐标垂向分量(如图 4 所示)也得到印证。因此,当站点位于地震活跃地带时,受地震运动的影响,其速率发生异常。在数据处理过程中,虽然对地震运动引起的站点位移

进行了相应的改正,但当阶跃无法准确修正的情况下,并不适宜将整个跨度数据作为整体进行最优噪声模型分析并获取站速度及其不确定度等相关参数。另外,速度不确定性较大的绝大部分测站(如东方向的 COCO,北方向的 ALIC,垂向的 ALIC、KARR、DAV1、COCO)的最优噪声模型为 FN + RW + WN,即随机游走分量的存在,使得速度精度不可靠,不确定度较大。因此在实际应用中,对呈现出明显的随机游走分量的站点有待进一步研究,降低随机游走噪声的影响,提高速度的可靠性。

综上,采用 GPS 坐标时间序列进行高精度地球物理应用研究时,尤其是在速度场方面,应指出所获取的速度场所对应的时段,且尽量采用长于 10 a 的时间序列以削弱噪声对坐标时间序列中速度及不确定性的影响。

### 3 结论

1) 提出了 AIC 和 BIC 结合功率谱分析法的最优噪声模型确定准则,考虑噪声模型参数对 MLE 估计结果的影响,并通过实例进行分析表明 AIC 和 BIC 结合功率谱分析法具有较高的可靠性。

2) IGS 站坐标序列噪声模型不能由单一的噪声模型表述,呈现出多样性特征,且传统的纯白噪声模型不适合于描述 GPS 坐标序列的噪声特性。IGS 站坐标序列主要表现为 FN + WN、PL、GGM 噪声特性。随着时间跨度的增加,随机游走噪声模型出现的概率有所增加。此外,研究结果表明时间序列较短时,随机游走噪声受闪烁噪声等的

抑制不能被准确地探测出来。为了准确地探测出随机游走噪声,需要长周期的时间序列。

3) 时间跨度对噪声模型及其站速度估计的影响较大。随着时间尺度的增加, GPS 坐标时间序列的最优噪声模型、GPS 站速度及其不确定性逐渐由发散趋于收敛, 随机游走噪声模型的比重有所增加。10 a 以上的时间跨度是较为理想的噪声模型估计尺度。

## 参考文献 (References)

- [1] Williams S D P. The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic time series[J]. *Journal of Geodesy*, 2003, 76(9/10): 483 - 494.
- [2] Amiri-Simkooei A R, Tiberius C C J M, Teunissen P J G. Assessment of noise in GPS coordinate time series: methodology and results [J]. *Journal of Geophysical Research*, 2007, 112(B7): B07413.
- [3] 田云锋, 沈正康, 李鹏. 连续 GPS 观测中的相关噪声分析[J]. *地震学报*, 2010, 32(6): 696 - 704.  
TIAN Yunfeng, SHEN Zhengkang, LI Peng. Analysis on correlated noise in continuous GPS observations [J]. *Acta Seismologica Sinica*, 2010, 32(6): 696 - 704. (in Chinese)
- [4] Langbein J. Estimating rate uncertainty with maximum likelihood: differences between power-law and flicker-random-walk models [J]. *Journal of Geodesy*, 2012, 86(9): 775 - 783.
- [5] 黄立人. GPS 基准站坐标分量时间序列的噪声特性分析[J]. *大地测量与地球动力学*, 2006, 26(2): 31 - 33, 38.  
HUANG Liren. Noise properties in time series of coordinate component at GPS fiducial stations [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2006, 26(2): 31 - 33, 38. (in Chinese)
- [6] 袁林果, 丁晓利, 陈武. 等. 香港 GPS 基准站坐标序列特征分析. *地球物理学报*, 2008, 51(5): 1372 - 1384.  
YUAN Linguo, DING Xiaoli, CHEN Wu, et al. Characteristics of daily position time series from the Hong Kong GPS fiducial network [J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2008, 51(5): 1372 - 1384. (in Chinese)
- [7] 李昭, 姜卫平, 刘鸿飞, 等. 中国区域 IGS 基准站坐标时间序列噪声模型建立与分析[J]. *测绘学报*, 2012, 41(4): 496 - 503.  
LI Zhao, JIANG Weiping, LIU Hongfei, et al. Noise model establishment and analysis of GPS reference station coordinate time series inside China [J]. *Acta Seismologica Sinica*, 2012, 41(4): 496 - 503. (in Chinese)
- [8] 姜卫平, 周晓慧. 澳大利亚 GPS 坐标时间序列跨度对噪声模型建立的影响分析[J]. *中国科学: 地球科学*, 2014(11): 2461 - 2478.  
JIANG Weiping, ZHOU Xiaohui. Effect of the span of Australian GPS coordinate time series in establishing an optimal noise model [J]. *Scientia Sinica (Terrae)*, 2014(11): 2461 - 2478. (in Chinese)
- [9] He X X, Hua X H, Yu K G, et al. Accuracy enhancement of GPS time series using principal component analysis and block spatial filtering [J]. *Advances in Space Research*, 2015, 55(5): 1316 - 1327.
- [10] Klos A, Bogusz J, Figurski M, et al. Noise analysis of continuous GPS time series of selected EPN stations to investigate variations in stability of monument types [C]// *Proceedings of the VIII Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy*, 2015: 19 - 26.
- [11] Santamaria-Gomez A, Bouin M N, Collilieux X, et al. Correlated errors in GPS position time series: implications for velocity estimates [J]. *Journal of Geophysical Research*, 2011, 116(B1): B01405.
- [12] Langbein J. Noise in GPS displacement measurements from Southern California and Southern Nevada [J]. *Journal of Geophysical Research*, 2008, 113(B5): B05405.
- [13] Dmitrieva K, Segall P, DeMets C. Network-based estimation of time-dependent noise in GPS position time series [J]. *Journal of Geodesy*, 2008, 89(6): 591 - 606.
- [14] Bos M S, Fernandes R M S, Williams S D P, et al. Fast error analysis of continuous GNSS observations with missing data [J]. *Journal of Geodesy*, 2013, 87(4): 351 - 360.
- [15] 贺小星, 花向红, 周世健, 等. PCA 与 KLE 相结合的区域 GPS 网坐标序列分析[J]. *测绘科学*, 2014, 39(7): 113 - 117.  
HE Xiaoxing, HUA Xianghong, ZHOU Shijian, et al. Application of PCA and KLE in the analysis of regional GPS coordinate time series [J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2014, 39(7): 113 - 117. (in Chinese)
- [16] Gazeaux J, Williams S, King M, et al. Detecting offsets in GPS time series: first results from the detection of offsets in GPS experiment [J]. *Journal of Geophysical Research*, 2013, 118(5): 2397 - 2407.
- [17] He X X, Montillet J P, Hua X H, et al. Noise analysis for environmental loading effect on GPS time series [J]. *Acta Geodynamica et Geomaterialia*, 2017, 14(1): 131 - 142.