

## 正弦波调制的光纤环本征频率测量方法\*

陈宇中, 宋章启, 张学亮

(国防科技大学 气象海洋学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**为了弥补传统光纤环本征频率测量方法中方波调制存在死区的缺陷,提出正弦波调制的本征频率测量方法。对正弦波调制下的光纤陀螺输出信号进行分析,得到二次谐波幅度与调制频率间的二次函数关系,通过计算抛物线顶点即可求得本征频率。依据该原理对已有的光纤陀螺进行升级改造,研制了一套本征频率测量系统。试验结果表明:该方法可达到 $1 \times 10^{-5}$ 的测量精度,是一种成本低、精度高的光纤环本征频率测量方法。

**关键词:**光纤陀螺;光纤环;本征频率;正弦波调制;二次谐波

**中图分类号:**V241.5 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2017)06-193-04

## Method for fiber ring eigenfrequency by sine wave modulation

CHEN Yuzhong, SONG Zhangqi, ZHANG Xueliang

(College of Meteorology and Oceanology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** A new measuring method for fiber ring eigenfrequency was presented. Different from the common square wave modulating, the new method is based on the sine wave modulation, so the problem of dead zone was solved. The output signal of fiber optic gyroscope was analyzed when using sine wave modulation, quadratic relationship was obtained between second harmonic and modulation frequency, eigenfrequency can be obtained by calculating the parabolic vertex. On the basis of the new method, a test system was developed by updating fiber optic gyroscope system. Test result shows that the measuring precision of 10 ppm can be achieved, which shows that the proposed method is a method with low cost and high precision method for fiber ring eigenfrequency.

**Key words:** fiber optic gyroscope; fiber ring; eigenfrequency; sine wave modulation; second harmonic

光纤陀螺是近几十年迅速发展起来的一种基于 Sagnac 效应的光纤角速度传感器<sup>[1-3]</sup>,是一种重要的光学惯性仪表<sup>[4]</sup>。光纤环是光纤陀螺敏感角速度的关键器件。光纤环内沿相反方向传播的两束光波在光纤环中传播一周后干涉产生 Sagnac 效应,从而实现对角速度的测量。光波在光纤环中传播时间  $\tau$  的倒数的 1/2 为光纤环本征频率  $f_e$  ( $f_e = 1/(2\tau)$ )。本征频率是光纤环的重要参数之一,特别是对于闭环光纤陀螺,其调制频率要求等于本征频率。当调制频率偏离本征频率时,会产生调制误差,并影响光纤陀螺的零偏。因此精确测量光纤环本征频率对提高光纤陀螺的性能意义重大<sup>[5-6]</sup>。

测量光纤环本征频率一般采用的是基于方波调制的方法。由于实际应用中的调制方波都有一定的上升沿与下降沿,这将使输出信号存在调制死区,即调制频率等于本征频率时,输出信号中依

然存在尖峰脉冲,从而影响本征频率的测量精度<sup>[6]</sup>。

也有人对基于方波调制的光纤环本征频率测量方法进行了改进。文献[6]、文献[7]提出了基于不对称方波测量本征频率的方法,其方法需要测量输出信号相邻脉冲宽度,精度为 0.1 kHz (200 kHz 处)。文献[8]提出了基于 1/2 倍频的对称方波测量本征频率的方法,其方法需要通过数据采集卡对输出数据大量采样来获得输出信号的占空比,提高了测量成本,其测量精度为 0.01 kHz (80 kHz 处)。文献[9]提出了基于 2 倍频的本征频率测量方法,其测量精度仍受调制死区影响,精度为 0.05 kHz (67 kHz 处)。文献[10]研究的是光纤环光纤长度误差的测量方法,本质也是本征频率的测量,其提出一种基于四态方波调制的方法,通过测量输出信号尖峰脉冲宽度测得光纤长度误差,该方法也依然受调制死区影响,

\* 收稿日期:2016-07-15

基金项目:国家部委基金资助项目(51302040302)

作者简介:陈宇中(1975—),男,福建连江人,讲师,博士,E-mail:chen\_yuzhong@163.com

光纤长度误差的精度为 0.2 m (2000 m 光纤), 该精度等同于本征频率精度。上述方法在一定程度上能够提高本征频率的精度, 但需要测量输出方波的占空比或脉冲宽度, 对采集设备的要求较高, 致使测量成本较高, 或者受方波边沿的影响依然存在死区, 使得这些方法在应用中依然有一定的局限性。

本文提出一种新的光纤环本征频率测量方法, 该方法采用正弦波而不是方波进行调制, 通过数字信号锁相方法检测输出信号中的二次谐波幅度, 从而可以用较低的成本及较高的精度测得光纤环的本征频率。

## 1 测量原理

### 1.1 正弦波调制

光纤陀螺利用调制器 (通常为光学 Y 波导器件) 施加相位调制, 相位调制器位于光纤环某一方向传播光的入口处, 相反方向传播的两束光通过调制器的时间是不同的, 其时间差恰好为光波在光纤环中的传播时间  $\tau$ 。

设调制器产生的光波相位调制函数为  $\varphi_m(t)$ , 则相反方向传播的两束光受调制器影响而产生的相位差为:

$$\Delta\varphi_m = \varphi_m(t) - \varphi_m(t - \tau) \quad (1)$$

用正弦波对调制器进行调制, 即

$$\varphi_m(t) = \varphi_{m0} \sin(\omega_m t) \quad (2)$$

式中,  $\omega_m = 2\pi f_m$  为调制角频率,  $\varphi_{m0}$  为调制幅度。

将式(2)代入式(1), 可得:

$$\Delta\varphi_m = 2\varphi_{m0} \sin(\omega_m \tau / 2) \cos[\omega_m(t - \tau / 2)] \quad (3)$$

式(3)中,  $\tau / 2$  的初相位无实际意义, 为保持公式简洁, 可用  $t$  代替  $t - \tau / 2$ , 并将  $\omega_m$  及  $\tau$  变换为相应的频率, 则得到:

$$\Delta\varphi_m = 2\varphi_{m0} \sin\left(\frac{f_m}{f_e} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cos(\omega_m t) \quad (4)$$

可见, 施加正弦波调制信号后, 两干涉光的相位差也是正弦波函数, 其幅度在调制频率为光纤环本征频率的奇数倍 (即  $f_m = (2k + 1)f_e$ ) 时取最大值 (绝对值), 而在为偶数倍 (即  $f_m = 2kf_e$ ) 时为 0。记其幅度为  $\phi_0$ , 即

$$\phi_0 = 2\varphi_{m0} \sin\left(\frac{f_m}{f_e} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \quad (5)$$

式中,  $\phi_0$  称为正弦波调制时的有效调制深度。

由于光纤陀螺 Sagnac 效应产生的输出为:

$$V = V_0 [1 + \cos(\varphi_s + \Delta\varphi_m)] \quad (6)$$

将式(4)代入式(6), 用三角函数公式进行变换, 再用贝塞尔函数进行展开, 可得到:

$$\begin{aligned} V = & V_0 [1 + J_0(\phi_0) \cos\Delta\varphi_s] - \\ & 2V_0 J_1(\phi_0) \sin\Delta\varphi_s \cos\omega_m t - \\ & 2V_0 J_2(\phi_0) \cos\Delta\varphi_s \cos 2\omega_m t + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $J_n$  ( $n = 0, 1, 2$ ) 表示第一类  $n$  阶贝塞尔函数。

### 1.2 二次谐波检测

由式(7)可知, 调制信号为正弦波时, 输出信号中含有调制频率的各次谐波成分, 各次谐波的幅度与调制深度及 Sagnac 相位差有关, 而调制深度和调制频率与本征频率之比有关。因此, 通过检测输出信号中的谐波幅度可实现对本征频率的测量。

理论上输出信号中的各次谐波幅度都可用来测量本征频率。但当光纤陀螺处于静止状态时, 其角速度仅为地球自转角速度, Sagnac 相位差很小。由式(7)可知, 输出信号中的奇数次谐波幅度与 Sagnac 相位差的关系是正弦函数, 偶数次谐波幅度与 Sagnac 相位差的关系是余弦函数。即静止时 Sagnac 相位差对奇数次谐波的影响因子接近于 0, 对偶数次谐波的影响因子是 1。而各次谐波的幅度与调制深度的关系为相应阶的贝塞尔函数, 在 0 值附近, 贝塞尔函数的阶数越高其值越小。因此光纤陀螺静止且调制深度较小时, 输出信号中二次谐波的幅度是最大的。所以, 选择检测输出信号中的二次谐波幅度来测量本征频率。

由式(7)可知, 输出信号的二次谐波分量为:

$$V_2 = -2V_0 J_2(\phi_0) \cos\Delta\varphi_s \cos 2\omega_m t \quad (8)$$

由式(5)可知, 当调制频率偏离本征频率的偶数倍 (即  $f_m \neq 2kf_e$ ) 时, 调制深度  $\phi_0 \neq 0$ , 输出信号中有二次谐波; 而当调制频率等于本征频率的偶数倍 (即  $f_m = 2kf_e$ ) 时, 调制深度  $\phi_0 = 0$ , 此时输出信号中二次谐波幅度为零。因此测量时设定调制频率在本征频率偶数倍附近变化, 检测输出信号中的二次谐波幅度, 当二次谐波幅度最小时, 认为调制频率等于本征频率的偶数倍, 从而测得本征频率。

## 2 误差分析

由式(8)可知, 二次谐波的幅度为  $|2V_0 J_2(\phi_0) \cos\Delta\varphi_s|$ 。由于  $\Delta\varphi_s \approx 0$ ,  $\cos\Delta\varphi_s \approx 1$ , 当调制深度接近 0 时,  $J_2(\phi_0) \approx \phi_0^2 / 8$ , 则二次谐波的幅度为:

$$V_2 = V_0 \phi_0^2 / 4 \quad (9)$$

令调制频率  $f_m = 2kf_e(1 + \varepsilon_{fc})$ ,  $\varepsilon_{fc}$  为本征频率测量的相对误差 (接近 0),  $2k$  为调制频率的倍频数, 经推导可得:

$$V_2 = V_0 \varphi_{m0}^2 k^2 \pi^2 \varepsilon_{fe}^2 \quad (10)$$

可见光纤陀螺输出的二次谐波幅度与调制频率偏离本征频率偶数倍相对量间是二次函数的关系。设系统可检测到的二次谐波最小幅度为  $\Delta V$ , 即测量时

$$V_0 \varphi_{m0}^2 k^2 \pi^2 \varepsilon_{fe}^2 < \Delta V \quad (11)$$

令  $\varepsilon_V = \Delta V / V_0$ , 称其为谐波相对探测下限。则可得测量误差上限

$$\varepsilon_{fe} < \frac{\sqrt{\varepsilon_V}}{\varphi_{m0} k \pi} \quad (12)$$

由式(12)可知,当谐波相对探测下限一定时,调制幅度及倍频数越大,则测量误差越小。若  $\varepsilon_V$  为  $1e^{-4}$ ,  $\varphi_{m0}$  为  $\pi$ ,  $k$  取 10, 代入式(12)可算得本征频率的相对误差为  $1.0e^{-4}$ 。可见,正弦波调制测量本征频率可以达到较高的精度。

另外由式(10)可知,二次谐波幅度随调制频率的变化是二次函数关系,抛物线的顶点对应本征频率的偶数倍。因此可通过测量不同调制频率下的二次谐波幅度,然后拟合二次曲线计算抛物线顶点的方式获得本征频率。这样可以使误差进一步降低。

### 3 测量系统

利用介绍的方法研制了一套本征频率的测量系统,其结构如图1所示。系统由光源、耦合器、调制器、待测的光纤环、D/A及滤波放大电路、正弦波调制输出及二次谐波检测电路、放大采样电路和探测器等几大部分组成。可见测量系统的硬件组成与光纤陀螺几乎完全相同,即对已有的光纤陀螺做简单的升级改造就可得到本测量系统。系统中正弦波调制输出及二次谐波检测电路为数字电路,由于数字调制输出及谐波检测在同一模块中实现,因此可以通过数字锁相的方法达到较高的谐波相对探测下限,从而获得较小的探测误差。

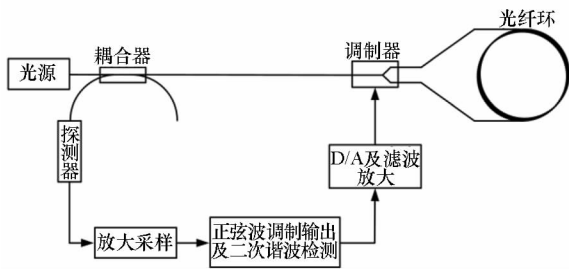


图1 本征频率测量系统结构  
Fig.1 Structure of test system

测量的主要流程如下:

1) 光纤环处于静止状态,先由光纤环的粗略长度  $L_0$  计算光在光纤环中传播时间的估计值  $\tau_0 = nL_0/c$ , 其中  $n$  为光纤的折射率,  $c$  为真空中的光速,进而得到光纤环本征频率的估计值  $f_{e0} = 1/(2\tau_0)$ ;

2) 选取调制频率初值  $f_{m0} = 2kf_{e0}$ , 出于减小误差的考虑,  $k$  取可使系统正常工作的尽量大的正整数,正弦波调制输出及二次谐波检测电路输出调制频率初值为  $f_{m0}$  的数字正弦波;

3) 数字正弦波经 D/A 及滤波放大电路后,在调制器上施加正弦波调制;

4) 探测器接收经正弦波调制后的干涉输出,经放大采样电路后,信号输出至正弦波调制输出及二次谐波检测电路,通过数字锁相检测出信号中的二次谐波幅度;

5) 在大于  $(2k-1)f_{e0}$  小于  $(2k+1)f_{e0}$  的范围内改变调制频率,重复上述第3、第4步,测得若干个不同调制频率下的干涉输出中的二次谐波幅度;

6) 将二次谐波幅度与调制频率做二次曲线拟合,得到抛物线顶点处的调制频率  $f_m$ , 由  $f_m$  为本征频率  $f_e$  的  $2k$  倍,即  $f_e = f_m/2k$ , 得到光纤环本征频率  $f_e$ 。

### 4 试验结果

研制的本征频率测量系统对长度约 500 m 的光纤环进行了本征频率(约 200 kHz)测量试验。

试验时将光纤陀螺静止放置于台面。为验证测量误差与倍频数的关系,分别选取  $k = 1, 5, 10$ , 即采用 2, 10, 20 倍本征频率附近的正弦波进行调制,测量了不同频率下光纤陀螺输出信号中的二次谐波幅度,测量结果如图2所示。图2中的横

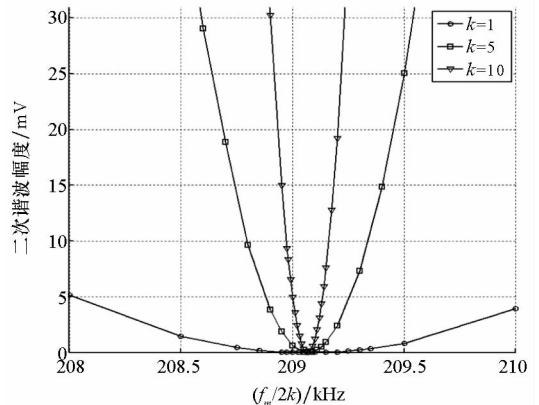


图2 二次谐波幅度与调制频率的关系  
Fig.2 Relationship between second harmonic and modulation frequency

坐标为  $f_m/2k$ , 这是为了方便对比不同  $k$  值下的二次谐波幅度。可见随着  $k$  值的增加, 当  $f_m/2k$  偏离本征频率时, 二次谐波幅度增加的速度迅速增大, 这与式(10)中二次谐波幅度  $V_2$  与  $\varepsilon_{fc}$  的关系中含有  $k^2$  系数是一致的, 从而说明了倍频数越大, 测量误差越小。

通过拟合二次谐波幅度随调制频率变化的抛物线并计算抛物线顶点来获得本征频率, 不同  $k$  值的测量结果见表 1, 对  $k$  的每个取值进行了 5 次测量。

表 1 本征频率测量结果

Tab. 1 Eigenfrequency measuring result

$k$	5 次本征频率 测量值/kHz	平均值/ kHz	标准差/ Hz	相对误差 ( $\times 10^{-6}$ )
1	209.071, 209.081 209.073, 209.069 209.017	209.062	26	124
5	209.061, 209.059 209.057, 209.058 209.056	209.058	3	14
10	209.062, 209.062 209.060, 209.058 209.057	209.060	2	10

由表 1 可知, 随着  $k$  的增大, 本征频率测量相对误差减小, 这与理论分析一致。文献[6 - 10]的测量相对误差为  $1 \times 10^{-4} \sim 7 \times 10^{-4}$ , 本文方法在  $k = 10$  时, 测量精度为 2 Hz, 相对误差为  $1 \times 10^{-5}$ , 因此这是一个比较高的本征频率测量精度。

### 5 结论

本文提出了一种新的光纤环本征频率测量方法。传统测量方法多采用方波进行调制, 而本文方法采用正弦波进行调制, 这样从机理上就弥补了方波调制存在死区的缺陷。将调制频率设定在本征频率偶数倍频附近变化, 通过测量二次谐波幅度并拟合出其与调制频率变化的抛物线, 计算抛物线顶点即可测得本征频率。本方法的一大优点是可通过提高调制频率的倍频数来减小测量误差。试验结果表明, 本测量方法可达到  $1 \times 10^{-5}$  的测量精度, 是一种成本低、精度高的光纤环本征频率测量方法。

### 参考文献 (References)

[1] Lefevre H C. The fiber-optic gyroscope [M]. USA: Artech House, 1993.

[2] 张桂才. 光纤陀螺仪原理与技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.  
ZHANG Guicai. The principles and technologies of fiber-optic gyroscope [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008. (in Chinese)

[3] 王巍. 干涉型光纤陀螺仪技术 [M]. 北京: 中国宇航出版社, 2010.  
WANG Wei. Interferometric fiber optic gyroscope technology [M]. Beijing: China Aerospace Publishing House, 2010. (in Chinese)

[4] 王巍. 光纤陀螺惯性系统 [M]. 北京: 中国宇航出版社, 2010.  
WANG Wei. Fiber optic gyroscope inertial system [M]. Beijing: China Aerospace Publishing House, 2010. (in Chinese)

[5] Tian H T, Zhang C X, Jing J, et al. Effect of modulation frequency jitter on coherent detection and its elimination algorithm [J]. Optics and Precision Engineering, 2007, 15(4): 604 - 610.

[6] 宋凝芳, 张金保, 马东营, 等. 光纤陀螺本征频率的测量方法 [J]. 红外与激光工程, 2009, 38(2): 318 - 321.  
SONG Ningfang, ZHANG Jinbao, MA Dongying, et al. Test method for FOG loop eigenfrequency [J]. Infrared and Laser Engineering, 2009, 38(2): 318 - 321. (in Chinese)

[7] 宋凝芳, 吕峰建, 赵慧, 等. 基于不对称方波调制的光纤陀螺本征频率测试方法 [J]. 中国惯性技术学报, 2007, 15(4): 494 - 496.  
SONG Ningfang, LYU Fengjian, ZHAO Hui, et al. Auto-test method for FOG eigenfrequency based on asymmetric square wave modulation [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2007, 15(4): 494 - 496. (in Chinese)

[8] 周友伟, 刘铁根, 李茂春, 等. 基于对称方波调制的光纤陀螺本征频率自动测试方法 [J]. 激光与红外, 2008, 38(7): 676 - 679.  
ZHOU Youwei, LIU Tiegeng, LI Maochun, et al. Auto-test method for FOG eigenfrequency based on symmetric square wave modulation [J]. Laser & Infrared, 2008, 38(7): 676 - 679. (in Chinese)

[9] 王曦, 高延滨, 霍亮. 基于 2 倍本征频率调制的光纤陀螺本征频率测量方法 [J]. 中国惯性技术学报, 2011, 19(4): 477 - 481.  
WANG Xi, GAO Yanbin, HUO Liang. Low cost method for FOG eigenfrequency based on double-eigenfrequency square wave modulation [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2011, 19(4): 477 - 481. (in Chinese)

[10] 单联洁, 马玉洲, 梁迎春. 一种光纤陀螺干涉仪光纤长度误差测量方法 [J]. 红外与激光工程, 2015, 44(5): 1574 - 1578.  
SHAN Lianjie, MA Yuzhou, LIANG Yingchun. An approach to fiber length error measuring of the Sagnac interferometer used in IFOG [J]. Infrared and Laser Engineering, 2015, 44(5): 1574 - 1578. (in Chinese)