doi:10.11887/j.cn.201801020

http://journal. nudt. edu. cn

利用实际飞行数据插值的 INS/GNSS 组合导航仿真轨迹发生器*

刘 科,吴文启,唐康华,文 坤 (国防科技大学智能科学学院,湖南长沙 410073)

摘 要:针对 INS/GNSS 组合导航仿真中捷联惯导系统陀螺、加速度计信号高精度模拟问题,提出基于实际飞行数据插值的动态轨迹解析生成仿真算法。对转换到地心惯性坐标系中的载体姿态、位置和重力场数据进行关于时间的样条函数插值,得到载体坐标系下陀螺角速率、角增量以及加速度计比力积分增量的高精度分段解析表达式。使生成的陀螺、加速度计信号符合载体运动学和动力学特性,反映杆臂效应影响,同时与经事后处理的实测 GNSS 伪距、伪距率等数据特征保持一致。提出四元数约束插值算法,其可满足四元数解析插值时范数为1的约束限制条件。基于某实际无人机飞行数据,验证了所提算法的有效性,其完全满足组合导航动态仿真精度要求。该算法也适用于其他高精度高动态导航系统和刚体运动控制仿真中的角运动、线运动传感器信号模拟。

关键词:INS/GNSS 组合导航;捷联惯性导航;动态轨迹解析生成;四元数样条插值;杆臂效应 中图分类号:U666.1 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2018)01-132-06

Trajectory generator for INS/GNSS integration simulation through real flight data interpolation

LIU Ke, WU Wenqi, TANG Kanghua, WEN Kun

(College of Artificial Intelligence, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: An analytic dynamic trajectory generating algorithm based on real flight data interpolation was proposed for INS/GNSS integrated navigation simulation, in order to solve the problem of generating high-precision simulated signals of gyros and accelerometers in a strapdown inertial navigation system. Accurate piecewise analytic expressions of angular rates, angular increments and specific force integral increments in body frame were obtained on the basis of the spline function interpolation for the vehicle's attitude, position and gravity data in the earth centered inertial frame. The simulated signals of gyros and accelerometers were coincident not only with the vehicle's kinematics and dynamic characteristics, but also with the characteristics of post-processed GNSS's pseudo-ranges and their rate measurements. The influence of the lever arm effect of an inertial measurement unit was also simulated. A constrained analytic quaternion interpolation algorithm was proposed under the restrictive condition in which the norm of the interpolated quaternion should be 1. Based on the real flight data of an unmanned aerial vehicle, it is proved that the accuracy and the effectiveness of the proposed algorithm can meet the requirements of dynamic simulation of integrated navigation. The algorithm can also be used in other simulations, such as high-precision high-dynamic navigation and rigid body motion control, in which the simulated sensor signals in angular and linear motion are needed.

Key words: INS/GNSS integration navigation; strapdown inertial navigation system; analytic dynamic trajectory generating; quaternion spline interpolation; lever arm effect

利用信号模拟器进行科学研究、系统测试和 性能评估是目前广泛使用的方法,具有低成本、高 效、快速的特点。而在对捷联惯导系统、惯性/卫 星组合导航系统的研究和实验中,也离不开轨迹 发生器的研究和应用。

国内外对此做了大量细致的研究,可分为以 下几类:①基于载体运动学方程的典型轨迹拼接, 其中最经典的轨迹发生器当属美国空军航空电子 实验室的 PROFGEN^[1]。PROFGEN 能够支持四 种基本的航迹仿真生成:垂直转弯、水平转弯、正 弦航向变化和直线飞行。类似地,文献[2-4]将 几种飞行轨迹(如直航、转弯、爬升和俯冲等)或 水下航行器的运动轨迹(如直航、转弯和爬潜等) 进行拼接,在此基础上产生比力、角速度信号,计

吴文启(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:wenqiwu_lit@hotmail.com

^{*} 收稿日期:2016-11-02

基金项目:国家重大基础研究子专题资助项目(6132180103 - 2);教育部高等学校博士学科点专项科研基金资助项目 (20124307110006)

作者简介:刘科(1988—),男,四川绵竹人,博士研究生,E-mail:kevin880205@163.com;

• 133 •

(3)

(6)

算相应的姿态、速度和位置。此类方法虽然能实 现一定的惯性导航和组合导航仿真测试功能,但 所生成轨迹与载体线运动、角运动实际情况还存 在较大差别。②基于载体动力学方程计算飞行仿 真条件下的比力、角速度信号。文献[5]在建立 六自由度飞机非线性动力学模型基础上,实现了 预定航迹多模态的飞行仿真;文献[6]基于飞行 器六自由度模型进行轨迹生成,轨迹的运动由飞 行控制系统实现。此类方法所生成轨迹与载体线 运动、角运动实际情况的接近程度取决于动力学 模型的准确度。③基于组合导航实际实验数据和 捷联惯性导航数值解算方程。文献[7]在当地水 平地理坐标系下,对 GPS/SINS 组合导航卡尔曼 滤波得到的100 Hz 欧拉角姿态、速度和位置输出 进行插值,得到200 Hz 频率下离散时间点的等效 转动矢量、速度和位置,并通过捷联惯性导航数值 解算算法的逆运算,得到角增量和比力积分增量。 该方法不能对捷联惯性导航数值解算算法本身进 行仿真验证。此外,由于没有角速率及其一阶导 数的仿真数据,也无法对杆臂效应进行模拟。

本文针对 GPS/INS 组合导航仿真中,捷联惯 导系统陀螺、加速度计信号高精度模拟问题,提出 了新的基于实际飞行数据插值的 GPS/INS 组合 导航动态轨迹解析生成仿真算法。根据无人机实 际飞行数据,经事后滤波处理和坐标转换,得到地 球惯性坐标系(Earth-Centered Inertial frame, ECI)下与实测飞行过程中卫星伪距、伪距变化率 数据一致的1 Hz 频率的位置信息和速度信息。 实际飞行数据中1 Hz 频率的飞机 GPS/INS 组合 导航姿态信息虽然不是载体真实姿态,但基本反 映了飞机实际姿态变化的运动学特性。由于所生 成的陀螺、加速度计信号是时间的分段解析函数, 因此不仅可以对杆臂效应进行模拟,而且可以对 不同解算频率、不同机械编排的捷联惯性导航数 值解算算法进行一定的比较和验证。

1 陀螺角增量解析生成算法

1.1 姿态四元数约束插值

对姿态四元数进行插值的难点在于四元数范 数需要满足约束条件:

$$\begin{cases} \|\boldsymbol{q}(t)\|^2 = q_0^2(t) + q_1^2(t) + q_2^2(t) + q_3^2(t) = 1 \\ \frac{1}{2} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} (\|\boldsymbol{q}(t)\|^2) = q_0(t)\dot{q}_0(t) + q_1(t)\dot{q}_1(t) + \\ q_2(t)\dot{q}_2(t) + q_3(t)\dot{q}_3(t) = 0 \end{cases}$$

(1)

对于实际飞行航迹中载体相对于 ECI 坐标系 的四元数姿态数据,以1 s 时间间隔进行三次样 条函数插值,并对插值多项式求一阶导数,得到 $\tilde{q}_i(t)$ 和 $\dot{\tilde{q}}_i(t)$,其中i=0,1,2,3。根据式(1)的 约束条件,对四元数及其导数的样条插值多项式 进行修正,在插值点 t_k 时刻有:

$$q_i(t_k) = \frac{\tilde{q}_i(t_k)}{\|\tilde{q}(t_k)\|}, \ i = 0, 1, 2, 3$$
(2)

$$\dot{q}_i(t_k) = \frac{\dot{\tilde{q}}_i(t_k) \cdot \|\tilde{\boldsymbol{q}}(t_k)\| - \tilde{q}_i(t_k) \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\|\tilde{\boldsymbol{q}}(t_k)\|)}{\|\tilde{\boldsymbol{q}}(t_k)\|^2}$$

其中.

$$\frac{\frac{d}{dt}(\|\tilde{\boldsymbol{q}}(t_{k})\|) = \frac{\tilde{q}_{0}(t_{k})\dot{\tilde{q}}_{0}(t_{k}) + \tilde{q}_{1}(t_{k})\dot{\tilde{q}}_{1}(t_{k}) + \tilde{q}_{2}(t_{k})\dot{\tilde{q}}_{2}(t_{k}) + \tilde{q}_{3}(t_{k})\dot{\tilde{q}}_{3}(t_{k})}{\|\tilde{\boldsymbol{q}}(t_{k})\|}$$
(4)

四元数各分量的三次样条多项式形式为:

 $\tilde{q}_i(t) = a_i t^3 + b_i t^2 + c_i t + d_i$ (5)

对于整个飞行航迹,*t* 的取值可达几千秒或 更长。当计算角增量和比力积分增量时,角速率、 加速度和重力加速度的样条多项式中*t* 的高次会 放大参数 $a_i \ b_i \ c_i$ 末位因四舍五入引入的误差, 且较大的时间值也不利于解析积分的求解。为减 小时间增大带来的误差影响,将四元数三次样条 多项式由 $[t_k, t_{k+1}]$ 转换到[0,T]区间。

根据转换前后四元数及其导数不变的原则, 在[0,*T*]区间内,重新计算相关参数,写成矩阵的 形式有:

-0^{3}	0^2	0^1	1]	$\begin{bmatrix} a_{i,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_i(t_k) \end{bmatrix}$]
3×0^2	2×0	1	0	$b_{i,k} = \dot{q}_i(t_k)$	
T^3	T^2	Т	1	$\begin{vmatrix} c_{i,k} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} q_i(t_{k+1}) \end{vmatrix}$	
$-3 \times T^2$	$2 \times T$	1	0	$\lfloor d_{i,k} \rfloor \lfloor \dot{q}_i(t_{k+1}) \rfloor$	

则可得到各个[0,*T*]区间四元数各分量的插值样 条多项式:

$$\bar{q}_{i,k}(t) = a_{i,k}t^3 + b_{i,k}t^2 + c_{i,k}t + d_{i,k}$$
(7)

1.2 解析积分求解载体系中陀螺角增量

根据样条插值误差界的相关理论,得到的各个[0,*T*]区间四元数样条多项式在非插值点仍不满足范数为1的约束条件,因此在计算陀螺角速率、角增量时也需要对四元数范数进行修正,将角速率视为标量为0的四元数,有:

$$\boldsymbol{\omega}_{ib,k}^{b}(t) = 2 \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3\times 1} & \mathbf{I}_{3\times 3} \end{bmatrix} \boldsymbol{q}_{k}^{*}(t) \circ \boldsymbol{\dot{q}}_{k}(t)$$

$$= 2 \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3\times 1} & \mathbf{I}_{3\times 3} \end{bmatrix} \left(\frac{\boldsymbol{\overline{q}}_{k}(t)}{\|\boldsymbol{\overline{q}}_{k}(t)\|} \right)^{*} \circ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\frac{\boldsymbol{\overline{q}}_{k}(t)}{\|\boldsymbol{\overline{q}}_{k}(t)\|} \right)$$

$$= \frac{2}{\|\boldsymbol{\overline{q}}_{k}(t)\|^{2}} \begin{bmatrix} -\bar{q}_{1,k}(t) & \bar{q}_{0,k}(t) & \bar{q}_{3,k}(t) & -\bar{q}_{2,k}(t) \\ -\bar{q}_{2,k}(t) & -\bar{q}_{3,k}(t) & \bar{q}_{0,k}(t) & \bar{q}_{1,k}(t) \\ -\bar{q}_{3,k}(t) & \bar{q}_{2,k}(t) & -\bar{q}_{1,k}(t) & \bar{q}_{0,k}(t) \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}_{0,k}(t) \\ \dot{\boldsymbol{q}}_{1,k}(t) \\ \dot{\boldsymbol{q}}_{1,k}(t) \\ \dot{\boldsymbol{q}}_{2,k}(t) \end{bmatrix}$$

$$(8)$$

$$\operatorname{L}\dot{\bar{q}}_{3,k}(t)$$

为便于解析积分,根据精度要求,可对式(8) 中的分式进行泰勒近似展开,取不同项数,采用一 阶近似,有:

$$\frac{1}{\|\bar{\boldsymbol{q}}_{k}(t)\|^{2}} \approx 1 - (\|\bar{\boldsymbol{q}}_{k}(t)\|^{2} - 1) = 2 - \|\bar{\boldsymbol{q}}_{k}(t)\|^{2}$$
(9)

其近似误差为:

$$\delta k_k(t) = \frac{1}{\|\bar{\boldsymbol{q}}_k(t)\|^2} - 2 + \|\bar{\boldsymbol{q}}_k(t)\|^2 \quad (10)$$

或采用二阶近似,有:

$$\frac{1}{\|\bar{\boldsymbol{q}}_{k}(t)\|^{2}} = 1 - (\|\bar{\boldsymbol{q}}_{k}(t)\|^{2} - 1) + (\|\bar{\boldsymbol{q}}_{k}(t)\|^{2} - 1)^{2}$$
$$\approx 3 - 3 \|\bar{\boldsymbol{q}}_{k}(t)\|^{2} + \|\bar{\boldsymbol{q}}_{k}(t)\|^{4}$$
(11)

其近似误差为:

$$\delta k_{k}(t) = \frac{1}{\|\bar{\boldsymbol{q}}_{k}(t)\|^{2}} - 3 + 3\|\bar{\boldsymbol{q}}_{k}(t)\|^{2} - \|\bar{\boldsymbol{q}}_{k}(t)\|^{4}$$
(12)

将式(9)或式(11)代入式(8),根据式(13) 的角速率解析积分与式(14)的角增量求差公式, 可得相应的载体系 $b + \Delta T$ 时间间隔内的陀螺角 增量理论值。

$$\boldsymbol{\theta}_{k}(t) = \int_{0}^{t} \boldsymbol{\omega}_{ib,k}^{b}(t) \,\mathrm{d}t \qquad (13)$$

$$\Delta \boldsymbol{\theta}_{k,j+1} = \Delta \boldsymbol{\theta}_k(t_{j+1}) = \boldsymbol{\theta}_k(t_j + \Delta T) - \boldsymbol{\theta}_k(t_j)$$
(14)

求解载体系中陀螺角增量解析积分算法误 差为:

$$\delta \Delta \boldsymbol{\theta}_{k,j+1} \approx \int_{t_j}^{t_{j+1}} \delta k_k(t) \,\boldsymbol{\omega}_{ib,k}^b(t) \,\mathrm{d}t \qquad (15)$$

其相当于等效标度因数误差。

2 加速度计比力积分增量解析生成算法

2.1 位置速度插值与载体系中加速度解析积分

对1 Hz ECI 坐标系下位置、速度信息进行插

值,得到位置的三次样条解析多项式和速度的二次样条解析多项式以及加速度的一次样条解析多项式以及加速度的一次样条多项式。同样,为避免时间增大带来的误差影响,用类似式(6)的方法,将位置速度样条多项式由[t_k , t_{k+1}]转换到[0,T]区间,得到各个[0,T]区间样条多项式 $\mathbf{r}^i_{ib,k}(t)$ 、 $\mathbf{v}^i_{ib,k}(t)$ 和 $\mathbf{a}^i_{ib,k}(t)$ 。得载体系 b中的加速度解析积分式为:

$$\boldsymbol{u}_{ib,k}^{b}(t) = \int_{0}^{t} \boldsymbol{a}_{ib,k}^{b}(t) dt = \int_{0}^{t} \boldsymbol{C}_{i,k}^{b}(t) \boldsymbol{a}_{ib,k}^{i} dt$$
(16)

式中, $C_{i,k}^{b}(t)$ 可根据与四元数的转换关系求得:

$$C_{i,k}^{b}(t) = \frac{1}{\|\bar{\boldsymbol{q}}_{k}(t)\|^{2}} \overline{C}_{i,k}^{b}(t)$$

$$= \frac{1}{\|\bar{\boldsymbol{q}}_{k}(t)\|^{2}} \begin{bmatrix} \bar{c}_{11,k}(t) & \bar{c}_{21,k}(t) & \bar{c}_{31,k}(t) \\ \bar{c}_{12,k}(t) & \bar{c}_{22,k}(t) & \bar{c}_{32,k}(t) \\ \bar{c}_{13,k}(t) & \bar{c}_{23,k}(t) & \bar{c}_{33,k}(t) \end{bmatrix}$$
(17)

式(17)中, $\bar{c}_{ij,k}(t)$ 是四元数 $\bar{q}_k(t)$ 的函数,根据精度要求选择式(9)或式(11)计算 1/ $\|\bar{q}_k(t)\|^2$ 的解析多项式。

2.2 重力插值与载体系中重力解析积分

根据重力计算公式^[8-9],由 ECI 系下的位置 值得到离散的重力值。根据位置数据求飞行航迹 中重力值的三次样条函数,同样为减小时间增大 带来的误差影响,一次样条多项式由[t_k , t_{k+1}]转 换到[0,T] 区间,得到重力样条多项式 $g_{i_{b,k}}^i(t)$ 。 与式(16) 类似,可以得到如式(18) 所示的载体 系 b 中重力的解析积分 $u_{s,k}^b(t)$ 。

$$\boldsymbol{u}_{g,k}^{b}(t) = \int_{0}^{t} \boldsymbol{C}_{i,k}^{b}(t) \boldsymbol{g}_{ib,k}^{i}(t) dt = \int_{0}^{t} \frac{1}{\|\bar{\boldsymbol{q}}_{k}(t)\|^{2}} \overline{\boldsymbol{C}}_{i,k}^{b}(t) \boldsymbol{g}_{ib,k}^{i}(t) dt$$
(18)

 $C_{i,k}^{b}(t)$ 的解析式求解参见式(17)。综上所述可 以得到比力积分理论值的计算公式,有:

$$\boldsymbol{v}_{k}(t) = \int_{0}^{t} \boldsymbol{f}_{ib,k}^{b}(t) dt = \int_{0}^{t} \boldsymbol{a}_{ib,k}^{b}(t) dt - \int_{0}^{t} \boldsymbol{g}_{ib,k}^{b}(t) dt$$
$$= \boldsymbol{u}_{ib,k}^{b}(t) - \boldsymbol{u}_{g,k}^{b}(t)$$
(19)

求差,得 ΔT 时间间隔内的比力积分增量:

$$\Delta \boldsymbol{v}_{k,j+1} = \Delta \boldsymbol{v}_k(t_{j+1}) = \boldsymbol{v}_k(t_j + \Delta T) - \boldsymbol{v}_k(t_j)$$
(20)

$$\delta \Delta \boldsymbol{v}_{k,j+1} \approx \int_{t_j}^{t_{j+1}} \delta k_k(t) \boldsymbol{a}_{ib,k}^b(t) \mathrm{d}t - \int_{t_j}^{t_{j+1}} \delta k_k(t) \boldsymbol{g}_{ib,k}^b(t) \mathrm{d}t$$
(21)

相当于等效标度因数误差。

2.3 杆臂效应模拟

加速度计偏离惯性测量单元(Inertial

Measurement Units, IMU) 质心而造成的杆臂效应 或尺寸效应引起的扰动加速度^[10-11]可以表示为:</sup>

$$\delta f_{ib,k}^{b}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{iby,k}^{b}(t) r_{pxz}^{b} - \dot{\omega}_{ibz,k}^{b} r_{pxy}^{b} \\ \dot{\omega}_{ibz,k}^{b}(t) r_{pyx}^{b} - \dot{\omega}_{ibz,k}^{b} r_{pzx}^{b} \\ \dot{\omega}_{ibz,k}^{b}(t) r_{pyx}^{b} - \dot{\omega}_{iby,k}^{b} r_{pzx}^{b} \end{bmatrix} - \\ \begin{bmatrix} \{ [\omega_{iby,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibz,k}^{b}(t)]^{2} \} r_{pxx}^{b} \\ \{ [\omega_{ibz,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} \} r_{pyy}^{b} \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{iby,k}^{b}(t)]^{2} \} r_{pzz}^{b} \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{iby,k}^{b}(t)]^{2} \} r_{pzz}^{b} \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{iby,k}^{b}(t)]^{2} \} r_{pzz}^{b} \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibz,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} \} r_{pzz}^{b} \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibz,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibz,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibz,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibz,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibz,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{iby,k}^{b}(t)]^{2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibz,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{iby,k}^{b}(t)]^{2} \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

其 中, $\boldsymbol{r}_{px}^{b} = [r_{pxx}^{b} r_{pxy}^{b} r_{pxz}^{b}]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{r}_{py}^{b} = [r_{pyx}^{b} r_{pyy}^{b} r_{pyz}^{b}]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{r}_{pz}^{b} = [r_{pxx}^{b} r_{pzy}^{b} r_{pzz}^{b}]^{\mathrm{T}}$ 分别为三 个加速度计偏离 IMU 质心的杆臂矢量。

设加速度计的敏感轴相交于一点,且与质心 重合,则 r_{pxx}^{b} , r_{pyy}^{b} , r_{pz}^{b} 是常值,其余量近似等于0。 于是,扰动加速度可以表示为:

$$\delta f_{ib,k}^{b}(t) = -\begin{bmatrix} \{ [\omega_{iby,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibz,k}^{b}(t)]^{2} \} r_{pxx}^{b} \\ \{ [\omega_{ibz,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} \} r_{pyy}^{b} \\ \{ [\omega_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} + [\omega_{iby,k}^{b}(t)]^{2} \} r_{pzz}^{b} \end{bmatrix}$$
(23)

扰动加速度积分式为:

$$\delta \boldsymbol{v}_{k}(t) = \int_{0}^{t} \delta \boldsymbol{f}_{ib,k}^{b}(t) dt$$

$$= - \begin{bmatrix} r_{pxx}^{b} \int_{0}^{t} \{ [\boldsymbol{\omega}_{iby,k}^{b}(t)]^{2} + [\boldsymbol{\omega}_{ibz,k}^{b}(t)]^{2} \} dt \\ r_{pyy}^{b} \int_{0}^{t} \{ [\boldsymbol{\omega}_{ibz,k}^{b}(t)]^{2} + [\boldsymbol{\omega}_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} \} dt \\ r_{pzz}^{b} \int_{0}^{t} \{ [\boldsymbol{\omega}_{ibx,k}^{b}(t)]^{2} + [\boldsymbol{\omega}_{iby,k}^{b}(t)]^{2} \} dt \end{bmatrix}$$
(24)

至此,考虑杆臂效应,解析插值得到的加速度 计比力积分增量表达式为:

 $\Delta \tilde{\boldsymbol{\nu}}_{k,j+1} = \Delta \boldsymbol{\nu}_k(t_{j+1}) + \delta \boldsymbol{\nu}_k(t_j + \Delta T) - \delta \boldsymbol{\nu}_k(t_j)$ (25)

由于杆臂效应本身数值很小,式(25)的算法 杆臂部分误差可忽略。

3 仿真分析

采用时长为1200 s 的实际飞行数据进行仿 真,无人机做复杂机动飞行,导航参数记录频率为 1 Hz,包含纬度、经度、高程和姿态欧拉角数据,以 及相应的卫星伪距、伪距率信息。图1给出了载 体的运动轨迹,图2给出了载体整个过程中的姿态变化。从图中可以看出载体运动的动态特性和 航迹的复杂程度。





算法插值解析积分区间为1 s,分别计算 400 Hz、200 Hz、100 Hz 的陀螺角增量和比力积分 增量,采用双子样算法进行惯导解算,由等效转动 矢量计算四元数时采用四阶算法,对采用不同导 航解算周期的导航参数与理论插值数据进行比 较。此外,四元数范数平方倒数的泰勒级数展开 分别采用一阶近似和二阶近似,其近似误差如 图 3(a)和图 3(b)所示,结合理论姿态四元数,通 过比较 400 Hz 采样的双子样姿态计算精度,比较 所生成的陀螺角增量精度。

表1给出了分别采用式(9)和式(11)进行四 元数范数平方倒数的泰勒级数展开近似时,用所 生成400 Hz 理想陀螺角增量信号在1200 s 时间 内双子样计算得到的姿态欧拉角最大误差值。由 表格数据可以看出,采用式(11)的二阶近似精度 优于采用式(9)的一阶近似精度,但采用式(9)计 算得到的精度也满足基本的仿真需要。由图3 可



0 -0.5 0 200 400 600 800 1000 1200 时间/s

(b) 二阶近似等效标度因数误差

(b) Second-order approximate equivalent scale factor error

图 3 泰勒近似等效标度因数误差

Fig. 3 Taylor approximate equivalent scale factor error

以看出,二阶近似等效标度因数误差小于一阶近 似等效标度因数误差三个数量级,表1的仿真结 果与之相一致。

表1 不同泰勒近似时姿态欧拉角误差

Tab. 1 Attitude Euler angles error in different

	Taylor's approxim	ation rad
姿态角	式(9)	式(11)
滚转角	6.145 360E – 9	1.576 517E – 12
俯仰角	5.218 896E – 9	1.597 999E – 12
航向角	5.544 100E – 9	1.115 552E – 12

采用式(11)作四元数范数平方倒数的泰勒 级数展开二阶近似,生成100 Hz、200 Hz、400 Hz 理想陀螺角增量和加速度计比力积分增量信号,采 用双子样算法分别进行50 Hz、100 Hz和200 Hz的 无初始误差的纯惯导解算,与理论插值的姿态、速 度和位置进行比较,得到相应的姿态、速度和位置 误差,从而得到如表2所示导航参数误差数据和 图4~6所示导航参数误差随时间变化曲线。

表 2 不同解算频率时捷联惯导计算误差

Tab	o. 2	Calcul	lating	error	in	differ	ent	freque	ncy
-----	------	--------	--------	-------	----	--------	-----	--------	-----

	姿态误差	速度误差	位置误差
<u></u> 侧平/ ΠZ	模值/rad	模值/(m/s)	模值/m
50	6.872 26E – 11	1.167 31E – 3	5.213 06E – 1
100	4.311 18E – 12	2.918 44E – 4	1.303 41E – 1
200	1.613 92E – 12	7.297 47E – 5	3.259 87E – 2







从图中可以看出,导航解算频率越高,精度越高,且符合捷联惯导误差随时间积累的规律,这也就说明,所使用的方法得到的角增量和比力积分增量还可以用来检验算法的性能。另一方面,表2给出的基于理想陀螺、加速度计信号的导航参数计算误差的模值远远小于当前工程实际中由于陀螺、加速度计本身误差造成的捷联惯性导航误差,从精度的角度来看,所提出的利用实际飞行

数据插值来解析生成模拟陀螺、加速度计信号完 全满足 INS/GNSS 组合导航动态仿真精度要求。



图 6 位置误差变化曲线 Fig. 6 Position error curve in term of the time

此外,从姿态误差随时间变化曲线可以看出, 姿态误差的变化呈现不规则波动,这是由于在进 行姿态插值计算理想陀螺角增量时,四元数约束 插值中,四元数范数平方倒数的泰勒级数展开得 到的样条多项式并不能完全逼近真值,另外,计算 机计算过程中的截断误差对精度也有一定的影 响。但相应的姿态误差已经足够小,对 INS/GNSS 组合导航动态仿真没有影响。

4 结论

针对 INS/GNSS 组合导航仿真中陀螺、加速度 计信号的高精度模拟问题,提出了基于实际飞行数 据插值的动态仿真轨迹解析生成算法,解决了四元 数约束插值问题。通过分段样条插值,结合四元数 范数为1的约束条件以及四元数范数平方的倒数 的泰勒级数展开近似,得到了载体坐标系下陀螺角 速率、角增量以及加速度计比力积分增量的高精度 解析表达式。算法误差造成的等效标度因数误差 远小于实际陀螺、加速度计的标度因数误差。

该仿真轨迹解析生成方法具有以下技术优势:

1)生成的陀螺、加速度计信号符合载体运动学 和动力学特性,在此基础上叠加陀螺、加速度计系 统性误差模型以及实际静态测试随机噪声数据可 使仿真的陀螺、加速度计信号更贴近工程实际。仿 真结果验证了所提出算法的可行性,陀螺、加速度 计信号模拟精度完全满足组合导航动态仿真要求。

2) 在加速度计信号仿真中,可反映杆臂效应 影响,由于基于实测飞行航迹的位置、速度进行插 值,所生成仿真轨迹可同时与经事后处理的实测 GNSS 伪距、伪距率等数据特征保持一致,有利于 组合导航系统的仿真分析。

3)所提出仿真轨迹生成算法可以有效地模 拟动态环境条件下复杂航迹中的陀螺、加速度计 信号,以支撑 INS/GNSS 组合导航算法性能评估 和系统仿真测试,同时也适用于其他高精度高动 态导航系统和刚体运动控制仿真中的角运动、线 运动传感器信号模拟。

参考文献(References)

- Musick S H. PROFGEN—a computer program for generating flight profiles: ADA034993 [R]. Air Force Avionics Lab, 1977.
- [2] Li G X, Mao Y L, Song C L. Design and simulation of trajectory generator [C]//Proceedings of the 4th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics, 2012: 201 – 205.
- [3] 范欣,张福斌,李晓晖.一种水下航行器轨迹发生器的设计与仿真[J].鱼雷技术,2010,18(3):214-217.
 FAN Xin, ZHANG Fubin, LI Xiaohui. Design and simulation of a trajectory generator for autonomous underwater vehicle[J]. Torpedo Technology, 2010, 18(3):214-217. (in Chinese)
- [4] 李海静,陈伟强.机载武器轨迹发生器设计与仿真[J].科 学技术与工程,2010,10(13):3158-3162.
 LI Haijing, CHEN Weiqiang. Design and simulation of airborne weapon tracking producer[J]. Science Technology and Engineering, 2010, 10(13):3158-3162. (in Chinese)
- [5] 李军伟,程咏梅,陈克喆,等.基于飞行仿真的捷联惯导 算法测试平台[J].中国惯性技术学报,2012,20(5): 530-535.
 LI Junwei, CHENG Yongmei, CHEN Kezhe, et al. Test platform for SINS algorithm based on flight simulation [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2012, 20(5): 530 -

535. (in Chinese) 陈凯,卫凤,张前程,等.基于飞行力学的惯导轨迹发生

- [6] 陈凯,卫凤,张前程,等.基于飞行力学的惯导轨迹发生器及其在半实物仿真中的应用[J].中国惯性技术学报,2014,22(4):486-491.
 CHEN Kai, WEI Feng, ZHANG Qiancheng, et al. Trajectory generator of SINS on flight dynamics with application in hardware-in-the-loop simulation [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2014, 22(4):486-491. (in Chinese)
- [7] Yan G M, Wang J L, Zhou X Y. High-precision simulator for strapdown inertial navigation systems based on real dynamics from GNSS and IMU integration [C]//Proceedings of China Satellite Navigation Conference (CSNC), 2015: 789 – 799.
- [8] Groves P D. Principles of GNSS, inertial and multisensor integrated navigation systems [M]. London, UK: Artech House Publishers, 2007.
- [9] Titterton D H, Weston J L. Strapdown inertial navigation technology[M]. 2nd ed. UK: The Institution of Electrical Engineers, 2004.
- [10] Seo J, Lee J G, Park C G. Lever arm compensation for integrated navigation system of land vehicles [C]// Proceedings of IEEE Conference on Control Application, Canada, 2005: 523 – 528.
- [11] Hong S, Lee M H, Chun H H, et al. Experimental study on the estimation of lever arm in GPS/INS [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2006, 55 (2): 431-448.