

## 拦截高速机动目标的最优制导律\*

敦晓彪<sup>1,2</sup>, 李君龙<sup>1</sup>, 蔡婧竹<sup>3</sup>

(1. 北京电子工程总体研究所, 北京 100854; 2. 中国航天科工二院, 北京 100854;

3. 中国工程物理研究院, 北京 100094)

**摘要:**对于远距离拦截高速、大机动目标, 不仅拦截弧段长, 拦截飞行时间也更久。拦截弹在飞行过程中的能量管理与优化问题, 也是在拦截制导律设计时必须考虑的问题。将非线性弹目运动关系降阶简化后, 运用最优控制理论, 将能量管理纳入考虑中, 得出针对高速、机动目标的最优制导律, 且可以满足终端碰撞角约束。通过引入分段线性和指数两种形式的阻尼, 使得导弹在拦截高速高加速目标时, 对目标机动的敏感度随弹目距离变化, 从而达到能量管理的目的。通过二维非线性仿真验证了制导律的性能。

**关键词:**制导律; 最优控制; 碰撞约束; 高速; 高加速

中图分类号: TJ765.1 文献标志码: A 文章编号: 1001-2486(2018)01-176-07

## Optimal guidance law for intercepting high-speed maneuvering targets

DUN Xiaobiao<sup>1,2</sup>, LI Junlong<sup>1</sup>, CAI Jingzhu<sup>3</sup>

(1. Beijing Institute of Electronic System Engineering, Beijing 100854, China;

2. The Second Institute of China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100854, China;

3. China Academy of Engineering Physics, Beijing 100094, China)

**Abstract:** For long-distance interception of high-speed, large maneuvering target, not only the interception arc is longer, but also interception time is longer. Therefore the guidance law design cannot make all costs to follow the target, but also consider the energy management issues. By reducing the nonlinear kinematics problem's order, using optimal control theory, and taking energy management into consideration, the optimal guidance law for high speed and maneuvering target was obtained, and the terminal collision angle constraint could be satisfied. By introducing the damping of the two forms of linearity and exponential, the sensitivity of the missile to the target maneuver changes with the distance of the target when it intercepts the high speed and high acceleration target, so as to achieve the goal of energy management. The performance of the guidance law was verified by two-dimensional nonlinear simulation.

**Key words:** guidance law; optimal control; impact constraint; high speed; high acceleration

随着超燃冲压发动机、乘波体等技术的发展, 目标速度越来越快、机动能力越来越强, 因此拦截高速高加速目标的制导律成为一个核心问题。目前针对高速高加速目标的拦截制导律研究大多作用距离较近, 即考虑目标在最后 2~10 km 内对大机动目标拦截的末制导律。而当目标在较长时间、较大空域内保持高速大机动状态时, 导弹不能在拦截弧段内始终跟随目标而机动, 制导律如何兼顾跟踪目标机动和导弹自身的最省燃料飞行, 是一个需要攻克的问题。

碰撞角是指拦截弹与目标交会时二者速度的夹角, 碰撞角因其对战斗部效能的影响极大, 在拦截制导问题中越来越被重视。最优制导律、改进

的比例导引制导律等是当前学者关于碰撞角控制的主要研究方向。Kim 等提出了一种最优制导律, 用以导引再入飞行器打击地面固定或低速运动的目标, 可以实现碰撞角误差和脱靶量最小<sup>[1]</sup>。Ryoo 等针对打击固定或者低速运动的场景, 建立了固连于视线角的坐标系, 并推导出最优控制律, 且给出了一种剩余时间的计算方法, 制导律对任意阶动力学导弹均有效<sup>[2-3]</sup>。Ryoo 等之前研究的基础上, 以待飞时间作为控制指令的权重系数, 构成目标函数来生成导弹弹道。这一制导律的基本前提同样是目标固定或者低速运动<sup>[4]</sup>。

Song 等提出了包含碰撞角控制的最优制导律, 以拦截机动运动的船只和变速运动的导弹。

\* 收稿日期: 2016-10-28

基金项目: 国防基础科研重点资助项目 (JCKY2017204B061)

作者简介: 敦晓彪 (1989—), 男, 河北石家庄人, 博士研究生, E-mail: dunxb@126.com;

李君龙 (通信作者), 男, 研究员, 博士, 博士生导师, E-mail: 45514362@qq.com

假设目标机动相对较小且为常值,得到的制导律需要较多的信息:相对于末端航向的速度、法向位置、目标的弹道倾角和角速率等。为此, Song 等引入了一个次优估计滤波器以满足制导律对信息的需求<sup>[5]</sup>。Kim 等提出了一个有偏置的比例导引律,即通过将一个时变项引入比例导引制导律的视线转率项中,使制导律可以自适应地拦截慢速机动目标,且不需要对剩余时间进行估计<sup>[6]</sup>。花文华等采用 Byson 终端投影法将系统降阶,之后基于零和微分对策原理,进行制导律的推导,并对导航增益和理想拦截性能进行了分析。但当目标作方波机动时,导弹需要的过载较大<sup>[7]</sup>。文献<sup>[8-10]</sup>也都对包含终端碰撞角约束的问题进行了研究,分别得出了最优或次优的制导律,但攻击目标都是固定或低速运动的,无法解决拦截高速机动目标面临的问题。

本文在平面内建立了弹目交会几何运动关系,通过合理假设将非线性拦截问题线性化以构建状态方程。为了更方便地应用最优控制理论求解,采用 Byson 投影变换方法对系统降阶,得到了解析形式的控制指令,得到的控制指令是零控脱靶量和零控碰撞角的线性表达式。针对拦截高速高加速目标中导弹燃料管理的问题,在最优制导指令中引入与弹目距离相关的阻尼项,将控制输出指令进一步优化,进而实现燃料管理优化。

## 1 拦截问题的数学描述与简化

### 1.1 平面内弹目运动关系

拦截弹的控制方式为侧滑转弯控制,假设保持滚转轴稳定,那么导弹的控制可以解耦在两个相互正交的通道内,并在纵向平面内开展制导律设计。纵向平面内交会几何示意图如图 1 所示,  $XOZ$  是笛卡尔惯性参考系。 $r$  表示导弹与目标之间的相对距离。 $\theta$  表示视线角,即  $X$  轴和弹目连线的夹角。用下标 M 和 T 分别代表导弹和目标的相应变量。 $V, a, \gamma$  分别表示速度大小、侧向加速度大小、航迹角<sup>[11]</sup>。将导弹与目标沿  $X$  轴逐渐接近的过程看作是交会运动,那么导弹与目标在  $Z$  轴上的位移差就可以看作是脱靶量<sup>[12]</sup>。用  $Z$  表示目标相对于  $X$  轴的位移。用  $a_{MN}, a_{TN}$  分别表示目标和导弹加速度在  $Z$  轴方向上的分量,根据几何关系,有  $a_{TN} = a_T \cos \gamma_T, a_{MN} = a_M \cos \gamma_M$ 。碰撞角  $\gamma_i = \gamma_M + \gamma_T$ 。

忽略重力,平面内非线性运动学方程为:

$$\dot{\theta} = \frac{1}{r} (-V_M \sin \phi_M + V_T \sin \phi_T) \triangleq \frac{V_\theta}{r} \quad (1)$$

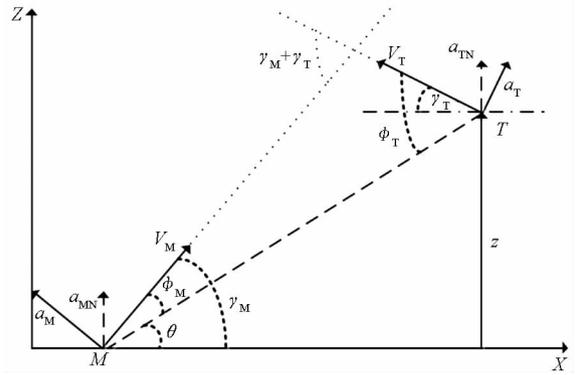


图1 平面内交会几何

Fig. 1 Planar engagement geometry

$$\dot{r} = -(V_M \cos \phi_M + V_T \cos \phi_T) \triangleq V_r \quad (2)$$

其中,

$$\phi_M \triangleq \gamma_M - \theta \quad (3)$$

$$\phi_T \triangleq \gamma_T + \theta \quad (4)$$

相对位移的导数和碰撞角的导数分别为:

$$\dot{z} = V_r \sin \theta + V_\theta \cos \theta \quad (5)$$

$$\dot{\gamma}_i = \frac{a_M}{V_M} + \frac{a_T}{V_T} \quad (6)$$

在每个时间步长内,可以将导弹和目标视为匀速运动,并假设目标机动为一阶动力学方程,则

$$\dot{a}_T = (\omega_T - a_T) / \tau_T \quad (7)$$

式中,  $\tau_T$  是目标的动力学时间常数,  $\omega_T$  是目标的过载指令。

假设导弹的自动驾驶仪动力学可以近似为线性,则

$$\dot{\mathbf{x}}_M = \mathbf{A}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{B}_M u_M \quad (8)$$

$$\dot{\gamma}_M = a_M / V_M \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{x}_M$  是自动驾驶仪的  $n$  维状态向量,  $u_M$  是导弹制导指令。

状态方程的输出为导弹的侧向加速度,即

$$a_M = \mathbf{C}_M \mathbf{x}_M + d_M u_M \quad (10)$$

式中,  $\mathbf{C}_M$  为  $1 \times n$  维输出矩阵,  $d_M$  为前馈系数。

为了便于推导,且不失一般性,可以将导弹简化为一阶动力学环节<sup>[13]</sup>,有

$$\begin{cases} \dot{x}_M = a_M \\ A_M = -1/\tau \\ B_M = 1/\tau_M \\ C_M = 1 \\ d_M = 0 \end{cases} \quad (11)$$

### 1.2 弹目运动关系线性化

当目标的机动远小于目标速度时,且导弹和目标交会过程偏离碰撞三角形很小,认为可以在碰撞三角形附近将问题线性化;当目标机动较大,

或交会过程偏离碰撞三角形较大时,在整个交会场景中无法满足线性化条件,可以通过在每一个仿真步长内将问题简化,进而实现线性化。在线求解黎卡提方程难度和计算量均较大,因此对于简化后的线性交会问题,如果能找到解析解,就可以大大降低计算复杂度。

令线性化后的系统状态向量为

$$\mathbf{x} = [z \quad \dot{z} \quad a_T \quad (\gamma_T + \gamma_M) \quad \mathbf{x}_M^T]^T \quad (12)$$

那么系统的状态可以描述为

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_T \cos \gamma_T - a_M \cos \gamma_M \\ \dot{x}_3 = (\omega_T - a_T) / \tau_T \\ \dot{x}_4 = a_T / V_T + a_M / V_M \\ \dot{\mathbf{x}}_M = \mathbf{A}_M \mathbf{x}_M + \mathbf{B}_M u_M \end{cases} \quad (13)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} u_M + \mathbf{C} \omega_T \quad (14)$$

将式(11)代入式(14),得

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \gamma_T & 0 & -\cos \gamma_M \\ 0 & 0 & -1/\tau_T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/V_T & 0 & 1/V_M \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_M \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{B} = [0 \quad -\cos \gamma_M \quad 0 \quad 1/V_M \quad 1/\tau_M]^T \quad (16)$$

$$\mathbf{C} = [0 \quad 0 \quad 1/\tau_T \quad 0 \quad 0]^T \quad (17)$$

## 2 最优制导律

在第 1 节构建的线性模型的基础上,进一步

$$\Phi(t_f - t) = L^{-1}[(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}] = \begin{bmatrix} 1 & t_f - t & \tau_T^2 e^{\cos(\gamma_T/\tau_T - \tau_T^2)} & 0 & \tau_M^2 (1 - e^{\frac{t-t_f}{\tau_M} + \frac{t-t_f}{\tau_M}}) \cos \gamma_M \\ 0 & 1 & \tau_T (1 - e^{\frac{t-t_f}{\tau_T}}) \cos \gamma_T & 0 & \tau_M (e^{\frac{t-t_f}{\tau_M}} - 1) \cos \gamma_M \\ 0 & 0 & e^{\frac{t-t_f}{\tau_T}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\tau_T}{V_T} (1 - e^{\frac{t-t_f}{\tau_T}}) & 1 & \frac{\tau_M}{V_M} (1 - e^{\frac{t-t_f}{\tau_M}}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\frac{t-t_f}{\tau_M}} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

对式(19)进行求导,结合式(14)化简,有

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \mathbf{D}[\dot{\Phi}(t_f, t)\mathbf{x}(t) + \Phi(t_f, t)\dot{\mathbf{x}}(t)] - \mathbf{D}\Phi(t_f, t)\mathbf{C}a_T = \mathbf{D}\Phi(t_f, t)\mathbf{B}u_M \quad (22)$$

将  $t = t_f$  代入式(19),得到新系统的终端状态。

$$\mathbf{Z}(t_f) = \mathbf{D}\mathbf{x}(t_f) = \begin{bmatrix} x_1(t_f) \\ x_4(t_f) \end{bmatrix} \quad (23)$$

可见,新系统的状态向量  $\mathbf{Z}(t)$  呈现了新的物理含义。 $Z_1(t)$  为零控脱靶量 (Zero-Effort Miss,

将问题简化。提出如下假设:①目标具有理想动力学模型,即  $\omega_T = a_T$ ;②目标未来的机动模式已知。

脱靶量和碰撞角为制导律设计的主要目标,因此选取二次型指标函数<sup>[14]</sup>:

$$J = \frac{a}{2}x_1^2(t_f) + \frac{b}{2}[x_4(t_f) - x_4^c]^2 + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} u^2 dt \quad (18)$$

式中: $a, b$  为非负系数,分别为脱靶量和交会角的权系数; $t_f$  为制导终止时间; $u = u_M \cos \gamma_M$  为拦截弹控制指令垂直于初始视线方向的分量。

在整个交会过程中,认为  $|\gamma_M - \theta|$  始终小于  $\pi/2$ ,因为拦截此类高速高加速目标只能采用迎面拦截的方式,且当迎面拦截失败时没有二次拦截的机会<sup>[15]</sup>。考察权系数对制导律的影响,若令  $a \rightarrow \infty$ ,最优控制有解必有  $x_1(t_f)$  为 0,即零靶量拦截;同样,若令  $b \rightarrow \infty$ ,得到的制导律是完全满足碰撞角约束的理想制导律。

### 2.1 系统降阶与简化

采用 Byson 投影转换方法将系统降阶。状态向量  $\mathbf{Z}(t)$  满足<sup>[16]</sup>:

$$\dot{\mathbf{Z}}(t) = \mathbf{D}\Phi(t_f, t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \int_t^{t_f} \Phi(t_f, \tau)\mathbf{C}a_T d\tau \quad (19)$$

式中,  $\Phi(t_f, t)$  是通过拉氏变换求得的式(14)的状态转移矩阵,  $\mathbf{D}$  是一个常数矩阵。

ZEM),即从当前时刻开始,目标保持当前机动不变,且不对导弹施加任何控制的最终脱靶量; $Z_2(t)$  为零控碰撞角,即从当前时刻开始,目标保持当前机动不变,且不对导弹施加任何控制的碰撞角,令  $x_4^c$  为期望碰撞角,则  $Z_2(t) - x_4^c$  为零控碰撞角误差 (Zero-Effort Angle Error, ZEAE)。

将新的状态向量  $\mathbf{Z}(t)$  代入原系统的性能指标式(18)中,有

$$J = \frac{a}{2}Z_1^2(t_f) + \frac{b}{2}[Z_2(t_f) - x_4^c]^2 + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} u^2 dt \quad (24)$$

至此,完成了原制导拦截问题的降阶,并且新

的系统状态方程具有明显的物理含义。

## 2.2 最优制导律推导

运用最优控制理论对降阶后的新系统求解,引入汉密尔顿函数

$$H = \frac{1}{2}u^2 + \dot{Z}_1\lambda_1 + \dot{Z}_2\lambda_2 \quad (25)$$

协态方程

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -\frac{\partial H}{\partial Z_1} = 0 \\ \dot{\lambda}_2 = -\frac{\partial H}{\partial Z_2} = 0 \end{cases} \quad (26)$$

满足横截条件

$$\begin{cases} \lambda_1(t_f) = aZ_1(t_f) \\ \lambda_2(t_f) = b[Z_2(t_f) - x_4^c] \end{cases} \quad (27)$$

求解协态方程,得

$$\begin{cases} \lambda_1(t_f) = aZ_1(t_f) \\ \lambda_2(t_f) = b[Z_2(t_f) - x_4^c] \end{cases} \quad (28)$$

令导弹具有理想动力学,即  $\tau_M \rightarrow 0$ ,则有

$$\begin{cases} \dot{Z}_1 = (t - t_f)u_M \cos\gamma_M \\ \dot{Z}_2 = u_M/V_M \end{cases} \quad (29)$$

用  $v'_M = V_M \cos\gamma_M$ ,  $u = u_M \cos\gamma_M$  对式(29)进行变量替换,其中  $v'_M$ 、 $u_M$  分别为导弹速度和制导指令垂直于初始视线方向上的分量,有

$$\begin{cases} \dot{Z}_1 = -(t_f - t)u \\ \dot{Z}_2 = u/v'_M \end{cases} \quad (30)$$

最优控制应满足  $u^* = \arg_{u^*} \min H$ 。

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \Rightarrow u^*(t) = \lambda_1(t_f - t) - \lambda_2/v'_M =$$

$$aZ_1(t_f)(t_f - t) - \frac{b}{v'_M}[Z_2(t_f) - x_4^c] \quad (31)$$

将式(31)代入式(30),并从  $t$  到  $t_f$  积分,结合式(23)中的边界条件,有

$$\begin{aligned} Z_1(t_f) &= Z_1(t) - aZ_1(t_f) \frac{(t_f - t)^3}{3} + \\ &\frac{b}{v'_M}[Z_2(t_f) - x_4^c] \frac{(t_f - t)^2}{2} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} Z_2(t_f) &= Z_2(t) + \frac{a}{v'_M} Z_1(t_f) \frac{(t_f - t)^2}{2} - \\ &\frac{b}{v'^2_M}[Z_2(t_f) - x_4^c](t_f - t) \end{aligned} \quad (33)$$

联立式(32)和式(33),求解  $Z_1(t_f)$ 、 $Z_2(t_f)$ ,再将结果代回式(31)中,得

$$u^*(t) = \frac{N_{ZEM}}{t^2_{go}} Z_1(t) + N_{ZEAE} \frac{v'_M}{t_{go}} [Z_2(t) - x_4^c] \quad (34)$$

其中,制导增益

$$\begin{cases} N_{ZEM} = \frac{3at^3_{go}}{3 + at^3_{go}} + \frac{bK_3(t_{go})K_2(t_{go})t^2_{go}}{K_1(t_{go}) + v'^2_M} \\ N_{ZEAE} = \frac{bK_3(t_{go})t_{go}}{K_1(t_{go}) + v'^2_M} \end{cases} \quad (35)$$

$$\begin{cases} K_1(t_{go}) = \frac{b(at^4_{go} + 12t_{go})}{4 \times (3 + at^3_{go})} \\ K_2(t_{go}) = \frac{3at^2_{go}}{2 \times (3 + at^3_{go})} \\ K_3(t_{go}) = \frac{at^3_{go} - 6}{2 \times (3 + at^3_{go})} \end{cases} \quad (36)$$

$u^*(t)$  为闭环形式的制导指令,显然,  $u^*(t)$  是 ZEM 和 ZEAE 的线性函数,那么任意时刻的制导指令只需要知道  $Z_1(t)$ 、 $Z_2(t)$ 、 $t_{go}$ 、 $v'_M$  的值即可求解。基于开始时的线性化假设,  $Z_1(t)$ 、 $Z_2(t)$  可以近似地用基本运动学方法计算。

$$Z_1(t) = z + \dot{z}t_{go} + a_T \cos(\gamma_T + \theta)t^2_{go}/2 \quad (37)$$

$$Z_2(t) = t_{go} a_T/V_T + \gamma_T + \gamma_M \quad (38)$$

剩余时间可以通过  $t_{go} = -r/V_r$  计算。

## 2.3 拦截策略优化

由于得到的制导指令是 ZEM 和 ZEAE 的线性函数,所以在整个拦截过程中对目标机动比较敏感。当拦截高速大机动目标时,导弹在拦截作战中也随着目标大幅度机动,而控制指令输出大范围变化会导致导弹需要消耗大量能量调整轨迹<sup>[17]</sup>。

拦截场景中,拦截弧段和拦截时间都较长,采用下述拦截策略:在拦截初段,弹目相对距离较远时,导弹应优先爬升高度而不考虑跟踪目标机动,并做到高度精确可控;在拦截中段,导弹既要跟踪目标的机动,还要保留燃料为末段拦截提供充足修偏能力;在拦截末段,弹目距离较小,此时导弹应全力跟踪目标机动,满足脱靶量要求及碰撞角约束,修正制导偏差。

综上,在制导指令中加入一个阻尼项,阻尼项的目的是使导弹和目标距离较远时,减小制导律对目标机动跟踪的控制指令,导弹对目标的机动进行粗跟踪;而在导弹和目标距离较近时,控制导弹完全跟踪目标的机动。通过引入阻尼项,得到的最优制导律既可以减小控制指令输出幅值,达到燃料管理的目的,又可以满足脱靶量和碰撞角约束的要求。

这里考虑两种阻尼形式,一种为分段线性形式,另一种为指数形式。

$$c = \begin{cases} 1, & r \leq r_1 \\ c_1 r + c_2, & r > r_1 \end{cases} \quad (39)$$

$$c = \begin{cases} 1, & r \leq r_1 \\ e^{c_1 r + c_2}, & r > r_1 \end{cases} \quad (40)$$

其中,  $c$  为阻尼系数,  $c_1, c_2$  为待定系数, 待定系数选取和弹目距离相关。

将阻尼系数  $c$  代入制导指令式(34)中, 有

$$u^*(t) = c(r) \left\{ \frac{N_{ZEM}}{t_{go}^2} Z_1(t) + N_{ZEA} \frac{v_M'}{t_{go}} [Z_2(t) - x_4^c] \right\} \quad (41)$$

至此, 完成了对于高速高加速目标的拦截制导律设计。

### 3 仿真

#### 3.1 常值机动目标

首先针对拦截常值机动目标, 检验提出的制导律在包含碰撞角约束的情况下的制导性能, 并分析权重值  $b$  取值不同, 对终端碰撞角的影响。仿真初始条件设置如下: 导弹位置  $\mathbf{P}_M(0) = [0, 0]$ , 目标位置  $\mathbf{P}_T(0) = [2000, 0]$ , 导弹速度矢量  $\mathbf{V}_M(0) = [500, 0]$ , 目标速度矢量  $\mathbf{V}_T(0) = [-300, 0]$ 。目标机动只改变速度方向, 且加速度为  $50 \text{ m/s}^2$ , 导弹最大加速度为  $100 \text{ m/s}^2$ 。期望的终端碰撞角  $\gamma_M + \gamma_T = 10^\circ$ 。拦截弹道如图 2 所示。

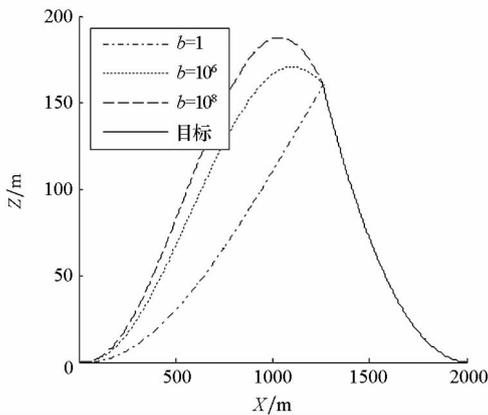


图 2 交会角系数取值不同的拦截弹道  
Fig. 2 Intercept trajectories for various values of collision angle weight coefficient

仿真结果中, 在拦截常值机动目标时, 脱靶量满足拦截要求, 脱靶量均小于 2 m; 随着  $b$  值的增加, 碰撞角度误差逐渐降低。这也证明了  $b$  值在目标函数中为碰撞角权重系数的意义。

#### 3.2 高速机动目标

验证制导律对于高速机动目标的拦截效果, 仿真初始条件设置如下: 导弹位置  $\mathbf{P}_M(0) = [0,$

$0]$ , 目标位置  $\mathbf{P}_T(0) = [400\ 000, 50\ 000]$ , 导弹速度矢量  $\mathbf{V}_M(0) = [2000, 0]$ , 目标速度矢量  $\mathbf{V}_T(0) = [-2000, 0]$ 。目标机动模式为方波机动, 目标加速度为  $\pm 40 \text{ m/s}^2$ , 如图 3 所示。权重值  $a = 10^5, b = 1$ , 也就是脱靶量指标的权重远远大于终端碰撞角约束的权重。同样导弹最大加速度限制为  $100 \text{ m/s}^2$ 。

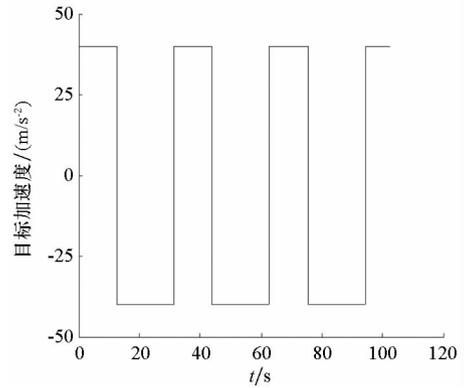


图 3 目标机动模式  
Fig. 3 Target maneuvering mode

##### 3.2.1 线性形式阻尼

用式(39)形式的线性阻尼最优制导律进行仿真验证, 令  $r = r_0$  ( $r_0$  为初始弹目距离) 时  $c = c_3$ , 阻尼参数设置为  $r_1 = 20\ 000, c_1, c_2$  满足  $c_3 = 0.1, 0.3, 0.5$ , 阻尼系数变化如图 4 所示, 拦截弹道如图 5 所示。

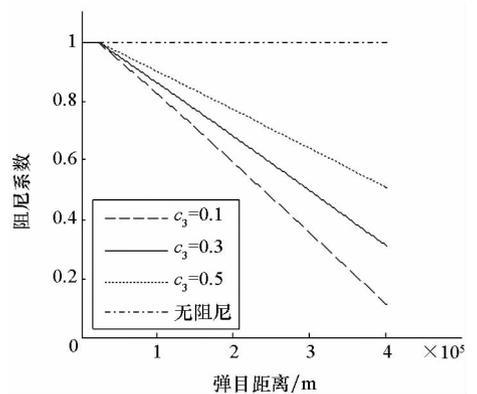


图 4 分段线性阻尼  
Fig. 4 Piecewise linear damping

可以看到, 采用不含阻尼的最优制导律, 目标做大幅度机动时, 导弹也跟随目标做大幅度机动, 拦截弹道起伏较大; 在采用包含线性阻尼的最优制导律时, 导弹的机动策略和弹目距离相关, 拦截弹道较之前更为平滑。且阻尼项对拦截弹道影响明显。

比较  $c_3$  取值不同时的脱靶量及控制指令。控制指令对比如图 6 所示, 脱靶量对比见表 1。由表 1 分析可知, 导弹在无阻尼最优制导律导引

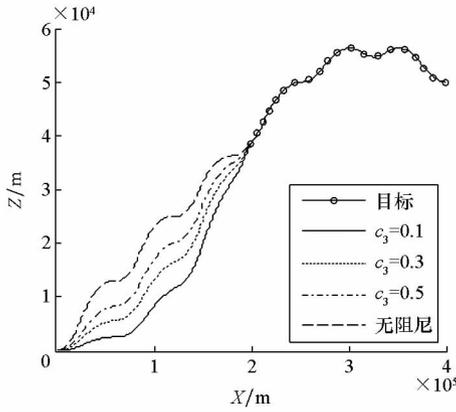


图 5 分段线性阻尼最优制导律拦截弹道  
Fig. 5 Optimal guidance law with piecewise linear damping intercept trajectory

下时刻跟随目标机动,导致当目标做反向大机动时,因为导弹过载的限制而无法在拦截点附近用大过载修正拦截偏差;而采用包含阻尼项最优制导律导引时,因为限制了拦截弹前期的大幅度机动,避免了目标反向机动时对导弹大过载的需求,进而减小脱靶量。观察图 6 可知,引入阻尼项后,制导指令明显减小,尤其在拦截前段,制导指令远小于无阻尼的情况。结合图 6 和表 1 分段线性阻尼脱靶量对比还可以发现,当  $c_3$  的值选取较小时,整个过载指令较小,但是过分地限制过载导致无法充分发挥导弹的能力;当  $c_3$  的值选取较大时,无法满足燃料管理的需求。

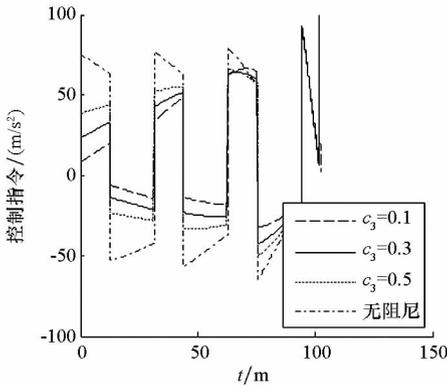


图 6 分段线性阻尼最优制导控制指令对比  
Fig. 6 Control command comparison under optimal guidance law with piecewise linear damping

表 1 分段线性阻尼脱靶量对比

Tab. 1 Miss distance comparison under piecewise linear damping

	$c_3$			
	0.1	0.3	0.5	无阻尼
脱靶量/m	0.74	0.57	1.27	1.79

### 3.2.2 指数阻尼

在相同的初始条件设置下,用式(39)中指数形式的阻尼制导律进行仿真,阻尼参数设置为  $r_1 = 20\ 000$ ,  $c_1, c_2$  满足  $c_3 = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5$ , 阻尼系数变化如图 7 所示,得到的拦截弹道如图 8 所示。

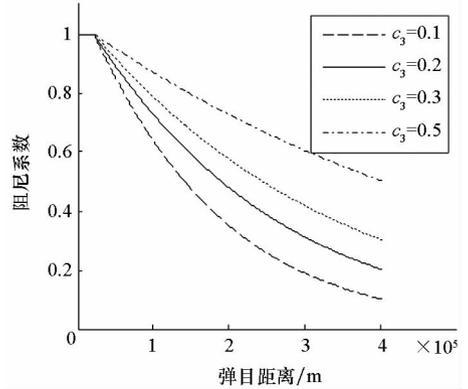


图 7 指数阻尼  
Fig. 7 Exponential damping

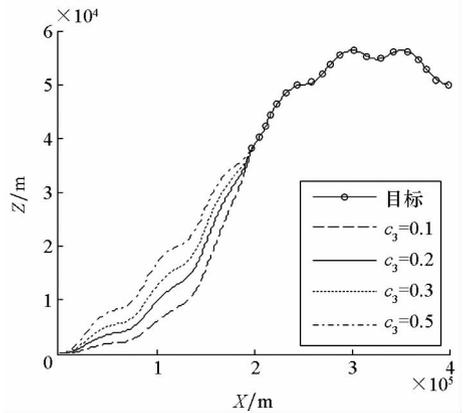


图 8 指数阻尼最优制导律拦截弹道  
Fig. 8 Optimal guidance law with exponential damping intercept trajectory

可以看到,在目标机动较大,弹道跳跃时,包含指数阻尼的最优制导律得到了较为平滑的弹道,且阻尼项中参数的选取对拦截弹道影响明显。

$c_3$  取值不同时控制指令变化情况如图 9 所示,脱靶量结果见表 2。分析表 2 中的脱靶量,可以看到,在包含指数阻尼的最优制导律中,  $c_3$  取值不同对最终脱靶量的影响差别不大;当  $c_3$  取值较小时,过分限制了导弹前期的机动能力,则导弹后期修偏难度增大,脱靶量稍大;当  $c_3$  取值过大时,无法达到减小需用过载的目的,导致后期需用过载超过限幅,反而脱靶量增大。由图 9 可知,  $c_3$  取值不同对控制指令的幅值影响极大,这是因为阻尼项直接作用在控制指令上,特别是在拦截初段和中段,  $c_3$  值越小,则控制指令越小,导弹的需

用过载越小,有利于导弹的燃料管理。

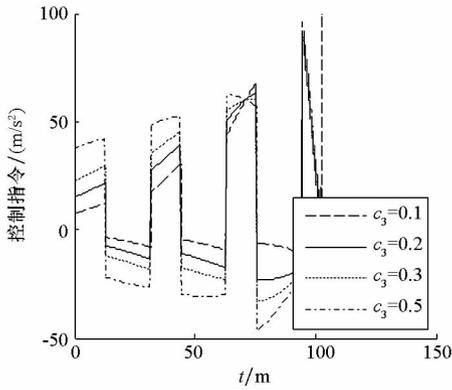


图 9 指数阻尼控制指令对比

Fig.9 Control command comparison with exponential damping

表 2 指数阻尼脱靶量对比

Tab.2 Miss distance comparison under exponential damping

	$c_3$			
	0.1	0.2	0.3	0.5
脱靶量/m	1.67	1.71	0.52	0.98

通过仿真验证,引入阻尼的最优制导律可以拦截高速高加速目标,且阻尼项的引入可以降低导弹的需用过载,达到导弹燃料管理的目的。

### 4 结论

主要研究了具有终端碰撞角度约束的高速高加速目标拦截问题。在平面内建立了非线性弹目交会运动几何关系,将非线性拦截问题线性化;利用投影方法将拦截问题降阶简化,利用最优控制理论,推导最优制导律。在制导律中引入了和弹目距离相关的分段线性形式和指数形式的阻尼项实现了对导弹燃料管理的优化。针对常值机动和方波机动目标两种情况,分别通过仿真分析,验证了制导律性能,提出的制导律在拦截高速高加速目标时,脱靶量及碰撞角均满足要求,且拦截弹道平滑,燃料管理状态良好。

理论推导与仿真中采用的均为质点模型,模型较为理想,后续研究考虑引入气动模型等更为完善的导弹和目标模型。最优制导律中引入的阻尼是与弹目距离相关的,后续可以考虑引入时间相关的阻尼。此外,在阻尼项形式选取、阻尼项系数的确定方面,都可以继续深化研究。在约束方面,考虑了碰撞角约束及常值的过载约束,后续可以开展更为深入的多约束条件下的制导律研究。

### 参考文献 (References)

- [1] Kim M, Grider K V. Terminal guidance for impact attitude angle constrained flight trajectories[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1973, AES - 9 (6): 852 - 859.
- [2] Ryoo C K, Cho H, Tahk M J. Closed-form solutions of optimal guidance with terminal impact angle constraint[C]// Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications, 2003: 504 - 509.
- [3] Ryoo C K, Cho H, Tahk M J. Optimal guidance laws with terminal impact angle constraint [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2005, 28(4): 724 - 732.
- [4] Ryoo C K, Cho H, Tahk M J. Time-to-go weighted optimal guidance with impact angle constraints [J]. IEEE Transactions on Control System Technology, 2006, 14(3): 483 - 492.
- [5] Song T L, Shin S J, Cho H. Impact angle control for planer engagements [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(4): 1439 - 1444.
- [6] Kim B S, Lee J G, Han H S. Biased PNG law for impact with angular constraint[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(1): 277 - 288.
- [7] 花文华, 刘杨, 陈兴林, 等. 具有终端约束的线性二次型微分对策制导律 [J]. 兵工学报, 2011, 32(12): 1448 - 1455.  
HUA Wenhua, LIU Yang, CHEN Xinglin, et al. Linear quadratic differential game guidance law with terminal constraints [J]. Acta Armamentarii, 2011, 32(12): 1448 - 1455. (in Chinese)
- [8] Das P G, Padhi R. Nonlinear model predictive spread acceleration guidance with impact angle constraint for stationary targets [J]. IFAC Proceedings Volumes, 2008, 41(2): 13016 - 13021.
- [9] Ratnoo A, Ghose D. Impact angle constrained interception of stationary targets [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2008, 31(6): 1817 - 1821.
- [10] Oza H, Padhi R. A nonlinear suboptimal guidance law with 3D impact angle constraints for ground targets [C]// Proceedings of AIAA Guidance Navigation and Control Conference, 2010.
- [11] Taub I, Shima T. Intercept angle missile guidance under time varying acceleration bounds[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2013, 36(3): 686 - 699.
- [12] Shima T, Shinar J. Time-varying linear pursuit-evasion game[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2002, 25(3): 425 - 432.
- [13] Rusnak I, Weiss H, Eliav R, et al. Missile guidance with constrained terminal body angle [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(2): 1445 - 1453.
- [14] Shaferman V, Shima T. Linear quadratic guidance laws for imposing a terminal intercept angle[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2008, 31(5): 1400 - 1412.
- [15] Shima T. Intercept-angle guidance[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2011, 34(2): 484 - 492.
- [16] Taub I. Intercept angle guidance under time varying speed[C]//Proceedings of AIAA Guidance Navigation and Control Conference, 2015.
- [17] Weiss M, Shima T. Optimal linear-quadratic missile guidance laws with penalty on command variability [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2015, 38(2): 226 - 237.