

基于双线性连接模型的超静定捆绑火箭助推器动力学响应分析*

冯韶伟¹, 王月², 陈晓飞¹, 郭凤明¹, 冷月¹

(1. 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076; 2. 中国运载火箭技术研究院研究发展中心, 北京 100076)

摘要:对于长径比较高的助推器来说,为了提高与芯级的连接可靠性,可采用超静定捆绑连接方式。这种捆绑连接方式增加了助推器动力学响应分析的难度。以超静定捆绑火箭助推器为研究对象,通过引入拉压双线性弹簧模拟捆绑连接装置,建立合理的动力学分析模型,对系统进行数值求解,获得径向冲击作用下助推器的动力学响应特性。通过与静定捆绑模型的对比,获得超静定捆绑助推器的广义位移、频谱和内力的响应,从而为工程应用提供一定的参考和理论支撑。

关键词:超静定捆绑;动力学响应;拉压不同刚度;机理模型

中图分类号:V421.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2018)02-055-05

Dynamic response analysis of the hyper-static strap-on boosters based on the bi-linear connection model

FENG Shaowei¹, WANG Yue², CHEN Xiaofei¹, GUO Fengming¹, LENG Yue¹

(1. Beijing Institute of Aerospace Systems Engineering, Beijing 100076, China;

2. Research and Development Center of China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: In order to increase the connect reliability between the core stage and the boosters of the launch vehicle, the boosters with large fineness ratio can use hyper-static strap-on style. However, it may increase the analysis difficulty of the dynamic characters. Therefore, the dynamic model of booster with hyper-static strap-on style was established, and the bi-linear stiffness spring was employed to simulate the strap-on equipment. The dynamic response of the booster by the radial impulsion will be researched. The responses, including generalized displacements, frequency and the internal force will be compared with the static strap-on style. Research results can provide reference and theoretical support for the engineering application.

Key words: hyper-static strap-on style; dynamic response; different tensile and compressive stiffness; mechanism model

在运载火箭芯级周围捆绑助推器可以有效提高运载能力^[1],增加助推器推进剂的有效加注空间是提高捆绑火箭运载能力的有效途径之一,在助推器直径不变的情况下可以通过增大助推器长度实现。但该措施由于增大助推器长细比,降低了结构的整体刚度,容易引起助推器局部模态密集的现象,尤其对于助推器发动机摆动参与姿态控制的情况,火箭姿态控制系统的风险将大大增加^[2]。若在现有捆绑方案的基础上增加一套捆绑连接装置,形成超静定捆绑连接方式,将会提高助推器的局部模态频率,从而改善整箭的动力学特性,降低姿控系统的设计难度^[3]。助推器的轴向力通过主承力装置来承担,当径向支撑结构提供的约束大于助推器在该方向的自由度时,称之为超静定捆绑^[4]。

对于超静定捆绑火箭来说,其动力学特性易受到连接装置刚度、长度、预紧力等因素的影响,其动力学响应、捆绑装置的内力和助推器分离的设计、分析难度较传统的静定捆绑火箭均有大幅增加。这种影响主要体现在径向平面上。

本文以某一具有较大长径比助推器的运载火箭为研究背景,见图1,基于超静定捆绑装置的组合方案,采用拉压双线性弹簧建立助推器动力学机理模型,开展径向冲击下的动力学响应研究,从而阐述超静定捆绑连接方式的影响,从而为工程应用提供一定的参考和理论支撑。

1 助推器动力学响应机理模型

1.1 机理模型建模

文献[5]中对捆绑装置的力学特性进行了深

* 收稿日期:2017-03-19

基金项目:中国科协青年人才托举工程资助项目(YESS20170051)

作者简介:冯韶伟(1986—),男,山东烟台人,高级工程师,博士,E-mail:fawwi@126.com

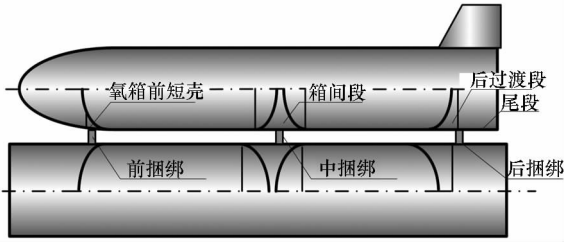


图 1 助推器超静定捆绑连接示意图
Fig. 1 Connection diagram of the hyper-static strap-on booster

入研究,并提出捆绑装置可以采用拉压双线性弹簧进行模拟,其轴向载荷-位移曲线见图 2。

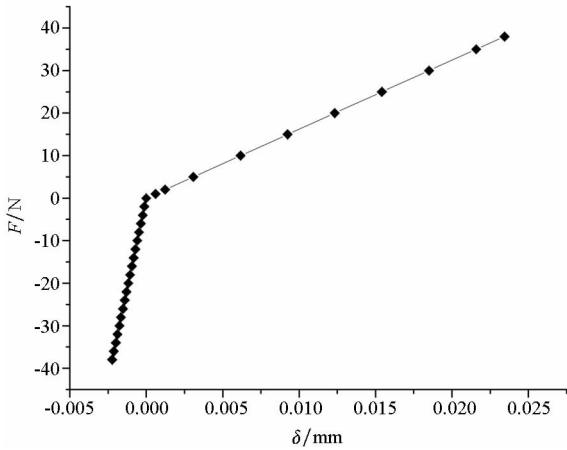


图 2 捆绑装置轴向载荷-位移曲线
Fig. 2 Axial force-displacement curve of the strap-on device

拉压双线性弹簧的本构方程^[6-7]为:

$$F = k \cdot \delta \quad (1)$$

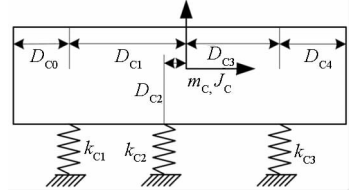
其中: δ 为弹簧的位移; k 代表捆绑连接装置刚度,数值由其拉、压状态确定,即:

$$k = \frac{k^+ + k^-}{2} + \frac{k^+ - k^-}{2} \text{sgn}(\delta) \quad (2)$$

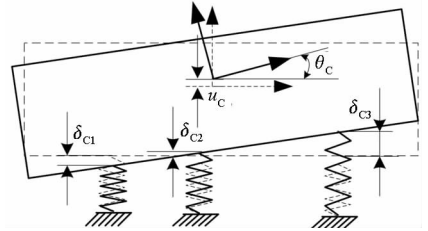
其中, k^+ 表示弹簧的拉伸刚度, k^- 为压缩刚度,具体数值由试验及有限元分析结果获得。

本文所研究的超静定捆绑火箭与典型捆绑火箭相比,在前、后捆绑装置之间增加了一套中捆绑连接装置。以单枚助推器为研究对象,建立如图 3 所示的简化机理模型。助推器的质量为 m_c , 在横向平面内的转动惯量为 J_c 。其中, k_{c1} 、 k_{c2} 、 k_{c3} 分别为前、中、后捆绑连接装置在横向平面内的刚度,下端完全固支,各捆绑连接装置与助推器质心的轴向距离分别为 D_{c1} 、 D_{c2} 、 D_{c3} 。

系统的自由度为 2, 设广义自由度分别为助推器质心的转角和位移 θ_c 、 u_c , 各捆绑连接装置的位移分别为 δ_{c1} 、 δ_{c2} 、 δ_{c3} 。各捆绑连接装置的位



(a) 变形前
(a) Before deformation



(b) 变形后
(b) After deformation

图 3 超静定捆绑火箭助推器径向平面简化模型
Fig. 3 Simplified model of the hyper-static strap-on booster in the radial plane

移可以通过几何关系求得:

$$\begin{Bmatrix} \delta_{c1} \\ \delta_{c2} \\ \delta_{c3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -D_{c1} \\ 1 & -D_{c2} \\ 1 & D_{c3} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_c \\ \theta_c \end{Bmatrix} \quad (3)$$

1.2 动力学控制方程

假设助推器不受任何外力作用,则在理想状态下,系统的弹性势能为:

$$U_c = \frac{1}{2} (k_{c1} \delta_{c1}^2 + k_{c2} \delta_{c2}^2 + k_{c3} \delta_{c3}^2) \quad (4)$$

助推器在径向平面内动能可表示为:

$$T_c = \frac{1}{2} m_c \dot{u}_c^2 + \frac{1}{2} J_c \dot{\theta}_c^2 \quad (5)$$

由第二类拉格朗日方程可得助推器在径向平面内的无阻尼自由振动,其中系统的广义质量阵为 $\begin{bmatrix} m_c & 0 \\ 0 & J_c \end{bmatrix}$, 相应的广义刚度矩阵为 K_c , 矩阵内

各元素满足: $k_{c_{ij}} = \frac{\partial^2 U_c}{\partial q_i \partial q_j}$, 即:

$$K_c = \begin{bmatrix} k_{c1} + k_{c2} + k_{c3} & k_{c3} D_{c3} - k_{c1} D_{c1} - k_{c2} D_{c2} \\ k_{c3} D_{c3} - k_{c1} D_{c1} - k_{c2} D_{c2} & k_{c1} D_{c1}^2 + k_{c2} D_{c2}^2 + k_{c3} D_{c3}^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

1.3 动力学响应机理研究

捆绑连接装置刚度取决于径向平面内助推器的运动状态,通过分析可以发现,助推器径向平面的运动可以在 $u_c - \theta_c$ 平面内被 3 条直线划分为 6 个区域,如图 4 所示。各区域与其他区域之间具有独立性,且区域的划分具有完备性,即 6 个区域

能够完全覆盖整个运动状态^[18]。

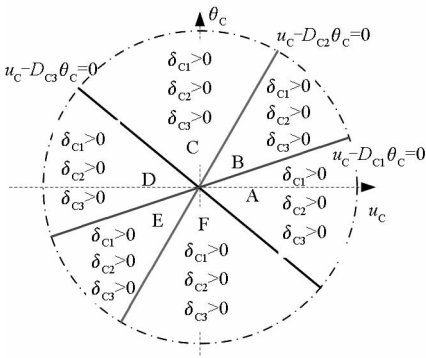


图 4 助推器径向运动分区图

Fig. 4 Subarea figure of the radial motion

以区域 i 为研究对象,该区域内弹簧的刚度分别为 $k_{C1}^i, k_{C2}^i, k_{C3}^i$, 系统的刚度矩阵为:

$$\begin{bmatrix} k_{C1}^i + k_{C2}^i + k_{C3}^i & k_{C3}^i D_{C3} - k_{C1}^i D_{C1} - k_{C2}^i D_{C2} \\ k_{C3}^i D_{C3} - k_{C1}^i D_{C1} - k_{C2}^i D_{C2} & k_{C1}^i D_{C1}^2 + k_{C2}^i D_{C2}^2 + k_{C3}^i D_{C3}^2 \end{bmatrix}$$

通过分析可以发现,由于刚度矩阵为非对角矩阵,因此 u_c, θ_c 不能解耦。根据系统的运动方程,获得系统的特征方程:

$$\left| \begin{bmatrix} \Delta_{C1} & \Delta_{C2} \\ \Delta_{C2} & \Delta_{C3} \end{bmatrix} - \omega_c^2 \begin{bmatrix} m_c & 0 \\ 0 & J_c \end{bmatrix} \right| = 0 \quad (7)$$

其中:

$$\begin{cases} \Delta_{C1} = k_{C1}^i + k_{C2}^i + k_{C3}^i \\ \Delta_{C2} = k_{C3}^i D_{C3} - k_{C1}^i D_{C1} - k_{C2}^i D_{C2} \\ \Delta_{C3} = k_{C1}^i D_{C1}^2 + k_{C2}^i D_{C2}^2 + k_{C3}^i D_{C3}^2 \end{cases} \quad (8)$$

将其代入特征方程,经整理可得:

$$m_c J_c \omega_c^4 - (\Delta_{C1} J_c + \Delta_{C3} m_c) \omega_c^2 + \Delta_{C1} \Delta_{C3} - \Delta_{C2}^2 = 0 \quad (9)$$

由于:

$$\begin{aligned} & (\Delta_{C1} J_c + \Delta_{C3} m_c)^2 - 4 m_c J_c (\Delta_{C1} \Delta_{C3} - \Delta_{C2}^2) \\ & = (\Delta_{C1} J_c - \Delta_{C3} m_c)^2 + 4 m_c J_c \Delta_{C2}^2 > 0 \end{aligned} \quad (10)$$

因此式(10)具有两个不同的实根,通过求解上式,可得系统在该区域的振动频率为:

$$\begin{cases} \omega_{C1}^2 = \frac{m_c \Delta_{C3} + J_c \Delta_{C1} - \sqrt{B_{TZ}}}{2 m_c J_c} \\ \omega_{C2}^2 = \frac{m_c \Delta_{C3} + J_c \Delta_{C1} + \sqrt{B_{TZ}}}{2 m_c J_c} \end{cases} \quad (11)$$

根据动力学分析方法,可以求得对应于 ω_{C1}^2 和 ω_{C2}^2 的振型分别为:

$$\begin{cases} \phi_{C1} = \begin{Bmatrix} 1 \\ r_{C1} \end{Bmatrix} \\ \phi_{C2} = \begin{Bmatrix} 1 \\ r_{C2} \end{Bmatrix} \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{其中, } r_{C1} = \frac{\Delta_{C1} - m_c \omega_{C1}^2}{\Delta_{C2}} = \frac{\Delta_{C2}}{\Delta_{C3} - J_c \omega_{C1}^2}, r_{C2} = \frac{\Delta_{C1} - m_c \omega_{C2}^2}{\Delta_{C2}} = \frac{\Delta_{C2}}{\Delta_{C3} - J_c \omega_{C2}^2}。$$

因此,助推器在横向平面区域 i 内的运动通解为:

$$\begin{cases} u_c = B_1 \cos \omega_{C1} t + B_2 \sin \omega_{C1} t + \\ \quad B_3 \cos \omega_{C2} t + B_4 \sin \omega_{C2} t \\ \theta_c = r_{C1} (B_1 \cos \omega_{C1} t + B_2 \sin \omega_{C1} t) + \\ \quad r_{C2} (B_3 \cos \omega_{C2} t + B_4 \sin \omega_{C2} t) \end{cases} \quad (13)$$

其中, B_1, B_2, B_3, B_4 为待定系数,需要通过初始条件确定。

2 助推器动力学响应特性研究

2.1 广义坐标响应

本文利用 MATLAB/Simulink 对系统进行仿真,根据工程设计,前、中捆绑刚度相同。假设初始时刻助推器径向受到冲击作用,即助推器具有 10^{-4} m/s 的径向初始速度:

$$\begin{cases} u_c = 0 \\ \theta_c = 0 \\ \dot{u}_c = u_{c0} \neq 0 \\ \dot{\theta}_c = 0 \end{cases} \quad (14)$$

为了减少由于跨区引起的能量损失,采用 Newmark 法进行数值求解,取仿真时间为 0.1 s,时间步长取 10^{-4} s。径向冲击下系统的响应图如图 5 所示。结果表明,在径向冲击作用下,助推器平动与转动振动频率相同,这也旁证了式(13)的正确性。

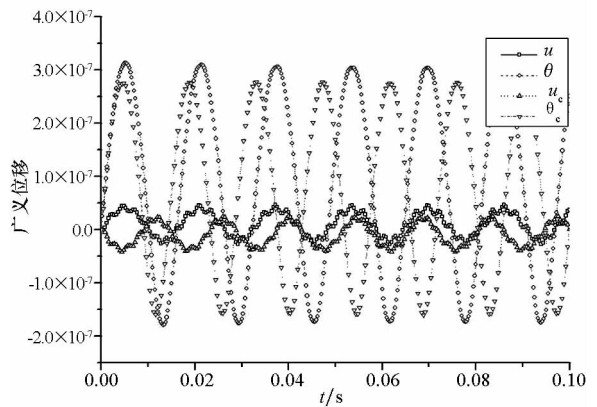


图 5 助推器径向冲击下振动响应

Fig. 5 Vibration response of the booster under radial impaction

取消中捆绑后,系统变为静定结构。超静定结构与静定结构在位移和内力的仿真对比结果见表 1。

表 1 两类结构仿真结果比较

Tab.1 Comparison of the simulation results between two models

	静定结构	超静定结构	变化率
u 幅值	拉伸 3.1265×10^{-7} m	2.7806×10^{-7} m	-11.1%
	压缩 -1.7879×10^{-7} m	-1.6063×10^{-7} m	-10.2%
f_1 幅值	拉伸 44.3259 N	39.9445 N	-9.9%
	压缩 -76.9216 N	-70.1006 N	-8.7%
平均频率	61.28 Hz	69.9965 Hz	14.2%

通过与静定结构 (u 和 θ) 的对比可以发现, 以径向位移为例, 超静定结构助推器 u_c 的正向振动幅值为 2.7806×10^{-7} m, 较静定结构 u 小 11.1%; 负向振动幅值为 1.6063×10^{-7} m, 较静定结构小 10.2%。因此, 超静定结构具有更优越的抗冲击性能。

2.2 频谱特性

将拉压不同刚度模型与表 2 所示的三类线性模型进行比较, 超静定系统位移响应的频谱特性对比情况见图 6。

表 2 传统捆绑装置刚度等效方法

Tab.2 Traditional stiffness equivalent method of the strap-on device

序号	刚度等效方法	说明
1	拉伸刚度	$k = k^+$
2	压缩刚度	$k = k^-$
3	均值刚度	$k = \frac{(k^+ + k^-)}{2}$

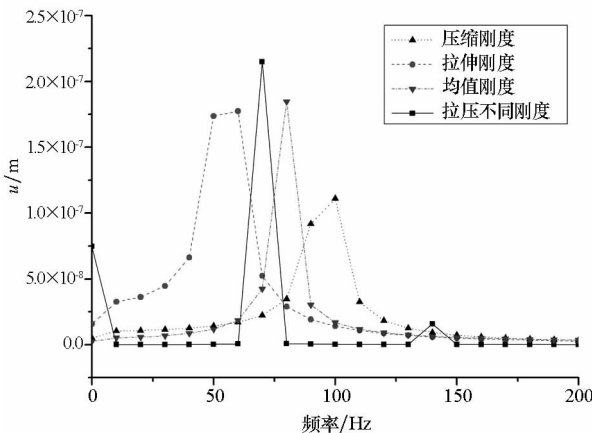


图 6 径向位移响应平均频率对比图

Fig.6 Comparison of the average frequency of the radial responses

分析结果表明, 拉压不同刚度模型的平均响

应频率与各传统动力学模型均不相同, 介于拉伸刚度和压缩刚度之间。通过与静定系统的对比发现, 在超静定系统下, 各模型的平均频率较静定结构均有所增加。以拉压不同刚度模型为例, 超静定结构下的平均频率增加为 69.9965 Hz, 是静定结构的 1.14 倍。因此, 超静定结构能够有效提高系统的固有频率。

2.3 捆绑装置内力特性

以前捆绑为例, 超静定结构下捆绑连接装置的内力特性对比见图 7。

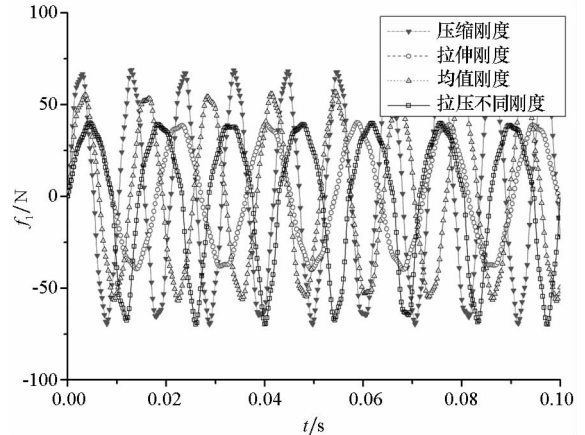


图 7 前捆绑内力 f_1 对比图

Fig.7 Comparison of the front strapping internal force f_1

结果表明, 在超静定结构下, 各模型的前捆绑内力幅值较静定结构有所减小。以拉压不同刚度模型为例, 超静定结构下前捆绑内力的正向幅值为 39.9445 N, 是静定结构的 0.901 倍; 负向幅值为 70.1006 N, 是静定结构的 0.911 倍。因此, 超静定结构能够有效降低外激励带来的载荷影响。

3 结论

本文以超静定捆绑火箭为研究对象, 通过引入拉压双线性弹簧模拟捆绑连接装置的力学特性, 获得超静定捆绑连接状态下助推器的动力学响应特性, 主要结论如下:

1) 在超静定捆绑连接状态下, 助推器平动与转动振动频率是相同的;

2) 与传统线性模型相比, 计及捆绑装置拉压不同刚度的模型所获得的动力学响应更加真实, 依此作为结构设计的依据将会提升设计的可靠性;

3) 通过超静定结构与静定结构仿真结果的比较表明, 超静定结构能够有效提高助推器的抗振特性, 这不仅降低了振动位移及内力幅值, 而且能够提高结构的振动频率, 从而降低外激励对结

构带来的影响。

综上所述,超静定捆绑连接方式将会对全箭动力学响应特性的分析带来一定的难度,因此建立合理的捆绑装置动力学模型意义重大。通过本文的研究,为芯级与助推器之间捆绑方案的设计提供一定的参考和依据。

参考文献 (References)

- [1] 龙乐豪. 总体设计(中)[M]. 北京:中国宇航出版社, 2001: 444.
LONG Lehao. System design (II) [M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 2001: 444. (in Chinese)
- [2] 《世界航天运载器大全》编委会. 世界航天运载器大全[M]. 2版. 北京:中国宇航出版社, 2007.
The Editorial Committee of the World Encyclopedia of Aerospace Vehicles. World encyclopedia of space vehicles [M]. 2nd ed. Beijing: China Astronautic Publishing House, 2007. (in Chinese)
- [3] 马忠辉, 冯韶伟, 吴义田. 助推器超静定捆绑方案研究[J]. 导弹与航天运载技术, 2015, 338(2): 6-11.
MA Zhonghui, FENG Shaowei, WU Yitian. Research on the scheme of hyper-static strap-on launch vehicle [J]. Missiles and Space Vehicles, 2015, 338(2): 6-11. (in Chinese)
- [4] 冯韶伟, 刘竹生, 栾宇, 等. 运载火箭捆绑装置力学特性研究[J]. 导弹与航天运载技术, 2014, 330(1): 11-16.
FENG Shaowei, LIU Zhusheng, LUAN Yu, et al. Mechanical property of the strap-on attachments in launch vehicle [J]. Missiles and Space Vehicles, 2014, 330(1): 11-16. (in Chinese)
- [5] Luan Y, Guan Z Q, Cheng G D. The study on nonlinear behaviors of the structures with bolted flange joint [A]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2010, 10(1): 1-10.
- [6] Luan Y, Guan Z Q, Cheng G D, et al. A simplified nonlinear dynamic model for the analysis of pipe structures with bolted flange joints [J]. Journal of Sound & Vibration, 2012, 331(2): 325-344.
- [7] 刘相斌, 孟庆春. 拉压不同模量有限元法的收敛性分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2002, 28(2): 231-234.
LIU Xiangbin, MENG Qingchun. On the convergence of finite element method with different extension-compression elastic modulus [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2002, 28(2): 231-234. (in Chinese)
- [8] 冯韶伟, 刘竹生, 栾宇, 等. 基于拉压不同刚度的运载火箭捆绑联接装置力学特性研究[J]. 导弹与航天运载技术, 2013, 327(4): 9-13.
FENG Shaowei, LIU Zhusheng, LUAN Yu, et al. Dynamic analysis of strap-on equipment in launch vehicle based on different tensile and compressive stiffness [J]. Missiles and Space Vehicles, 2013, 327(4): 9-13. (in Chinese)