

浅海舰船地震波场仿真中的边界处理*

朱旭芳¹, 颜冰², 马知远¹

(1. 海军工程大学 电子工程学院, 湖北 武汉 430033; 2. 海军工程大学 兵器工程系, 湖北 武汉 430033)

摘要:为解决舰船地震波场数值仿真中的边界反射问题,结合浅海传播环境特征和舰船地震波激发机理,提出边界处理算法。采用交错网格有限差分法对一阶速度-应力方程进行数值离散;采用应力镜像法处理海水和空气的自由表面,采用分裂式完全匹配层法处理区域边界;将该模型应用于平行海底近场、远场以及倾斜海底的波场仿真算例中。仿真结果表明:加入边界处理后,自由表面的吸收和区域边界的反射有效减少,波场特征清晰,该算法符合浅海舰船地震波场数值仿真的边界处理要求。

关键词:浅海;舰船地震波;有限差分;自由边界;吸收边界

中图分类号:TU352.11 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2018)02-085-06

Boundary disposing method of ship seismic wave field simulation in shallow sea

ZHU Xufang¹, YAN Bing², MA Zhiyuan¹

(1. College of Electronics Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

2. Department of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: The stress image method and the perfect matching layer method were used to deal with the boundary problem of shallow water ship seismic wave field simulation. The algorithm fully considers the shallow water environment and the excitation mechanism of the seismic wave. Based on the first-order velocity-stress equation, staggered grid finite difference method was taken to discretize the equations. The stress mirror method was applied to deal with free surface of seawater and air. The split boundary perfectly matched layer method was applied to deal with the boundary of the computing area. The parallel and inclined seafloor seismic wave fields were computed. The results before and after were compared, which shows that if the boundary is not treated, serious reflection would cover up the original wave field characteristics, but after the treatment, each case of wave field wave line and wave propagation rules are quite clear. So this method completely conforms to the shallow water ship seismic wave field numerical simulation requirements.

Key words: shallow sea; ship seismic wave; finite difference; free boundary; absorbing boundary

舰船在浅海中行进时,其低频振动的部分能量会经由海水耦合,在海底介质中形成舰船地震波^[1-2]。和其他形式的物理场信号相比,舰船地震波能量衰减缓慢、传播距离远,非常适合于对目标进行远程探测。美国、俄罗斯早在20世纪90年代起就开始研究利用舰船地震波进行远程探测的方法^[3-4]。而国内学者对舰船地震波的认识起步较晚,从2010年始,海军工程大学、大连测控研究所、哈尔滨工程大学等单位在该领域做了很多开创性的工作,研究主要集中在对舰船地震波的检测和信号处理方法上^[5-6],而对舰船地震波场的传播特性研究还不够深入。从现有公开发表的文献来看,文献[7]采用解析法对具有弹性海底的浅海环境中低频/甚低频地震波场进行了建模

仿真,但是解析法计算复杂,应用限制条件很多,得到的波场信息也不够丰富。相比而言,基于波动方程的数值方法则更具优势,文献[8]采用数值方法对浅海平行海底中的地震波场进行了仿真,但是缺乏对于不规则边界条件下波场传播特性的研究。

要全面了解近远场以及复杂海底条件下舰船地震波场的传播特性,应借助于数值仿真方法。而数值仿真的关键环节在于对边界的处理^[9],浅海中航行舰船的二维模型如图1所示,此环境下包括两种类型的边界,一是海水和空气之间的自由边界,二是由于计算限制引入的区域边界(如图2所示),如果边界处理不好将无法观察到波的传播规律。

* 收稿日期:2016-12-21

基金项目:国家部委基金资助项目(20160354)

作者简介:朱旭芳(1978—),女,湖北天门人,讲师,博士研究生,E-mail:1580284687@qq.com

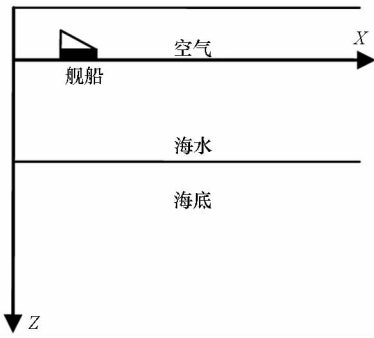


图 1 浅海舰船航行示意图

Fig. 1 Sketch map of ship navigation in shallow sea

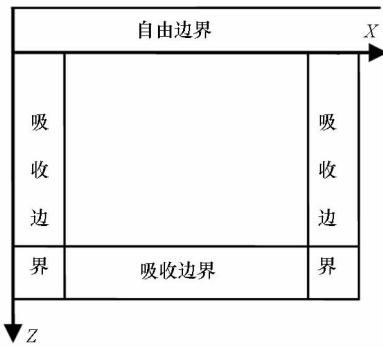


图 2 浅海波场边界示意图

Fig. 2 Sketch map of shallow wave field boundary

1 一阶弹性波速度 - 应力波动方程

由弹性波动力学方程和应力 - 位移方程,可以得到关于速度和应力的二维一阶波动方程组:

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t} = \lambda \frac{\partial v_x}{\partial x} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (1)$$

采用有限差分法对式(1)进行数值离散,和常规有限差分格式相比,交错网格差分格式^[10-11]的网格频散小、精度高,能取较大的空间步长。

本文采用交错网格差分格式对方程组进行时间二阶、空间四阶差分离散。波场分量的取值如图 3 所示,在二维交错网格中,法向应力采样位置在整格点,速度采样位置在半格点,切向应力采样位置在相应网格的中心。离散后的方程组为:

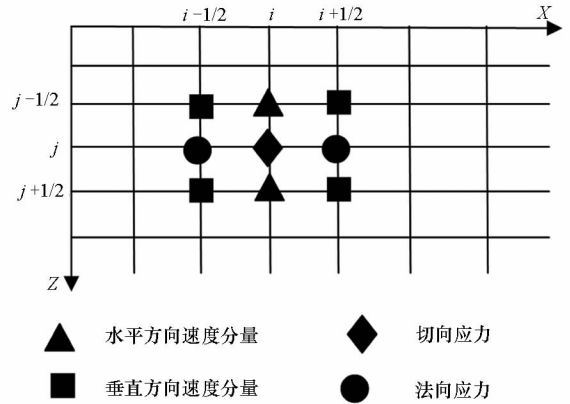


图 3 交错网格示意图

Fig. 3 Schematic diagram of staggered network

$$\begin{cases} U_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} = U_{i,j}^{k-\frac{1}{2}} + \mu_{i,j} \Delta t (D_x P_{i,j}^k + L_z S_{i,j}^k) \\ W_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} = W_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k-\frac{1}{2}} + \mu_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \Delta t (L_x S_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^k + L_z Q_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^k) \\ P_{i+\frac{1}{2},j}^{k+1} = P_{i+\frac{1}{2},j}^k + \Delta t (\lambda + 2\mu)_{i+\frac{1}{2},j} L_x U_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} + \Delta t \lambda_{i+\frac{1}{2},j} L_z W_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \\ Q_{i+\frac{1}{2},j}^{k+1} = Q_{i+\frac{1}{2},j}^k + \Delta t \lambda_{i+\frac{1}{2},j} L_x U_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} + \Delta t (\lambda + 2\mu)_{i+\frac{1}{2},j} L_z W_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \\ S_{i,j+\frac{1}{2}}^{k+1} = S_{i,j+\frac{1}{2}}^k + \mu_{i,j+\frac{1}{2}} \Delta t (L_z U_{i,j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} + L_x W_{i,j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}}) \end{cases} \quad (2)$$

其中: U 、 W 分别为 v_x 、 v_z 的离散量, P 、 Q 和 S 分别为 σ_{xx} 、 σ_{zz} 和 σ_{xz} 的离散量; L_x 、 L_z 分别为 X 、 Z 方向的差分算子, λ 、 μ 为介质的弹性系数。

2 边界处理

2.1 自由边界

浅海环境下的自由边界是指海水与空气之间的界面,其边界条件为垂直表面的应力为零,理论表达式^[12-13]为:

$$\begin{cases} \sigma_{zz}(x, 0, t) = 0 \\ \sigma_{xz}(x, 0, t) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

该边界条件看似简单,但用离散波动方程数值解处理时很困难,如若自由表面处理不够理想,在浅海信道中,海水表面会以刚性界面的形式,产生严重的边界反射,掩盖住原有的波场特征。目前用于处理自由边界的方法主要有^[4-16]:直接法、应力镜像法、横向各向同性介质替换法、声学边界替换法四种。通过比较各种方法的效果,最

终选择常用的应力镜像法。

将自由界面视为一面镜子,应力 σ_{xz} 、 σ_{zz} 关于 $z_0=0$ 反对称。采用空间四阶差分精度,在自由界面上设置两层虚拟层,层中 v_p 、 v_s 均为零,自由界面上 $\rho = \frac{1}{2}\rho_{\text{海水}}$ 。应力的求解方程为:

$$\begin{cases} \sigma_{zz}(i, j_{z0}) = 0 \\ \sigma_{zz}(i, j_{z0} - 1) = -\sigma_{zz}(i, j_{z0} + 1) \\ \sigma_{zz}(i, j_{z0} - 2) = -\sigma_{zz}(i, j_{z0} + 2) \\ \sigma_{xz}(i, j_{z0}) = 0 \\ \sigma_{xz}(i, j_{z0} - 1) = -\sigma_{xz}(i, j_{z0} + 1) \\ \sigma_{xz}(i, j_{z0} - 2) = -\sigma_{xz}(i, j_{z0} + 2) \end{cases} \quad (4)$$

正应力 σ_{xx} 按照式(5)迭代。

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} = \frac{4\mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x} \quad (5)$$

2.2 区域边界

浅海环境下,真实的海底介质空间是无限大的。而在实际地震波数值模拟仿真过程中,计算能力的限制,须限定仿真区域,因此人为地引入区域边界,有边界就会存在反射,需要选取合适的边界条件来消除边界产生的反射。Berenger 针对电磁波的传播情况,提出了完全匹配层^[5] (Perfectly Matched Layer, PML) 边界条件;Collino 和 Tsuhka 将这种边界条件应用于弹性波数值模拟方法中,并取得了较好的效果。

采用分裂式完全匹配层 (Split Perfectly Matched Layer, SPML)^[14-16] 对区域边界进行处理,让波场值在匹配层内按规律衰减,即在计算区域的周边设置吸收层,使地震波在到达人工边界层的分界面上时能量减弱,只能产生很微弱的反射。SPML 吸收边界如图 2 所示,波场的每个分量都分裂为垂直界面和平行界面两部分,分量的计算中引入和空间坐标相关联的阻尼因子,这样速度-应力方程组可转化为:

$$\begin{cases} \frac{\partial v_x^x}{\partial t} + d^x v_x^x = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \\ \frac{\partial v_x^z}{\partial t} + d^z v_x^z = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \\ \frac{\partial v_x^x}{\partial t} + d^x v_x^x = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} \\ \frac{\partial v_z^z}{\partial t} + d^z v_z^z = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_{xx}^x}{\partial t} + d^x \sigma_{xx}^x = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x^x}{\partial x} \\ \frac{\partial \sigma_{xx}^z}{\partial t} + d^z \sigma_{xx}^z = \lambda \frac{\partial v_z^z}{\partial z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{zz}^x}{\partial t} + d^x \sigma_{zz}^x = \lambda \frac{\partial v_x^x}{\partial x} \\ \frac{\partial \sigma_{zz}^z}{\partial t} + d^z \sigma_{zz}^z = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_z^z}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_{xz}^x}{\partial t} + d^x \sigma_{xz}^x = \mu \frac{\partial v_z^z}{\partial x} \\ \frac{\partial \sigma_{xz}^z}{\partial t} + d^z \sigma_{xz}^z = \mu \frac{\partial v_x^x}{\partial z} \end{cases}$$

其中, d^x 和 d^z 分别是 x 和 z 方向上的阻尼因子,采用式(6)进行计算。

$$\begin{cases} d^x = \ln\left(\frac{1}{R}\right) \frac{3V_{p\max}}{2\delta} \left(\frac{x}{\delta}\right)^2 \\ d^z = \ln\left(\frac{1}{R}\right) \frac{3V_{p\max}}{2\delta} \left(\frac{z}{\delta}\right)^2 \end{cases} \quad (6)$$

其中, $V_{p\max}$ 为 SPML 介质层的最大的纵波速度, $R=10^{-6}$ 为理论反射系数, δ 为 SPML 介质层的总厚度, x 和 z 为该点到 SPML 介质层与内部计算区域分界面的距离。式(6)是吸收层内阻尼因子的计算方法,计算区域内的阻尼因子设定为零。

采用交错网格法对转化后的速度-应力方程组进行离散,可得:

$$\begin{cases} (U^x)_{i+\frac{1}{2},j}^{k+1} = \frac{1 - \Delta t d_i^x/2}{1 + \Delta t d_i^x/2} (U^x)_{i+\frac{1}{2},j}^k + \frac{\Delta t \mu_{i,j+\frac{1}{2}}}{1 + \Delta t d_i^x/2} L_x P_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \\ (U^z)_{i+\frac{1}{2},j}^{k+1} = \frac{1 - \Delta t d_j^z/2}{1 + \Delta t d_j^z/2} (U^z)_{i+\frac{1}{2},j}^k + \frac{\Delta t \mu_{i,j+\frac{1}{2}}}{1 + \Delta t d_i^x/2} L_z Q_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \\ U_{i+\frac{1}{2},j}^{k+1} = (U^x)_{i+\frac{1}{2},j}^{k+1} + (U^z)_{i+\frac{1}{2},j}^{k+1} \\ (W^x)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1 - \Delta t d_i^x/2}{1 + \Delta t d_i^x/2} (W^x)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t B_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{1 + \Delta t d_i^x/2} L_x H_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^k \\ (W^z)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1 - \Delta t d_j^z/2}{1 + \Delta t d_j^z/2} (W^z)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t B_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{1 + \Delta t d_i^x/2} L_z T_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^k \\ W_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} = (W^x)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} + (W^z)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{aligned} (P^x)^{k+1}_{i+\frac{1}{2},j} &= \frac{1 - \Delta t d_i^x/2}{1 + \Delta t d_i^x/2} (P^x)^k_{i+\frac{1}{2},j} + \\ &\quad \frac{\Delta t (\lambda + 2\mu)_{i+\frac{1}{2},j}}{1 + \Delta t d_i^x/2} L_x U_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \\ (P^z)^{k+1}_{i+\frac{1}{2},j} &= \frac{1 - \Delta t d_j^z/2}{1 + \Delta t d_j^z/2} (P^z)^k_{i+\frac{1}{2},j} + \\ &\quad \frac{\Delta t \lambda_{i+\frac{1}{2},j}}{1 + \Delta t d_j^z/2} L_z W_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \\ P_{i+\frac{1}{2},j}^{k+1} &= (P^x)^{k+1}_{i+\frac{1}{2},j} + (P^z)^{k+1}_{i+\frac{1}{2},j} \\ (Q^x)^{k+1}_{i+\frac{1}{2},j} &= \frac{1 - \Delta t d_i^x/2}{1 + \Delta t d_i^x/2} (Q^x)^k_{i+\frac{1}{2},j} + \\ &\quad \frac{\Delta t \lambda_{i+\frac{1}{2},j}}{1 + \Delta t d_i^x/2} L_x U_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \\ (Q^z)^{k+1}_{i+\frac{1}{2},j} &= \frac{1 - \Delta t d_j^z/2}{1 + \Delta t d_j^z/2} (Q^z)^k_{i+\frac{1}{2},j} + \\ &\quad \frac{\Delta t (\lambda + 2\mu)_{i+\frac{1}{2},j}}{1 + \Delta t d_j^z/2} L_z W_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \\ Q_{i+\frac{1}{2},j}^{k+1} &= (Q^x)^{k+1}_{i+\frac{1}{2},j} + (Q^z)^{k+1}_{i+\frac{1}{2},j} \\ (S^x)^{k+1}_{i+\frac{1}{2},j} &= \frac{1 - \Delta t d_i^x/2}{1 + \Delta t d_i^x/2} (S^x)^k_{i+\frac{1}{2},j} + \frac{\Delta \mu_{i,j+\frac{1}{2}}}{1 + \Delta t d_i^x/2} L_x W_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \\ (S^z)^{k+1}_{i+\frac{1}{2},j} &= \frac{1 - \Delta t d_j^z/2}{1 + \Delta t d_j^z/2} (S^z)^k_{i+\frac{1}{2},j} + \frac{\Delta \mu_{i,j+\frac{1}{2}}}{1 + \Delta t d_j^z/2} L_z U_{i+\frac{1}{2},j}^{k+\frac{1}{2}} \\ S_{i+\frac{1}{2},j}^{k+1} &= (S^x)^{k+1}_{i+\frac{1}{2},j} + (S^z)^{k+1}_{i+\frac{1}{2},j} \end{aligned} \right.$$

3 仿真算例

根据前期大量的湖试和海试数据,舰船地震波主要由频率 50 Hz 以下的低频振动产生,因此选择主频 20 Hz 的 ricker 子波作为震源函数,图 4 为震源波形图。时域表达式为:

$$\omega(t) = A [1 - 2\pi^2 f_0^2 (t - t_0)^2] e^{-\pi f_0^2 (t - t_0)^2} \quad (7)$$

式中, A 为振幅系数, f_0 表示子波的中心频率, t_0 为子波时间长度。

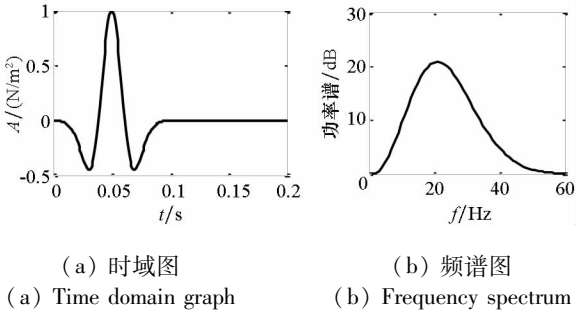


图 4 雷克子波波形图

Fig.4 Ricker wavelet waveform

为了检验上述边界处理模型对浅海舰船地震

波场的仿真效果,设定不同的仿真条件对加边界处理前后的结果进行比对。环境参数为:海水深度 100 m,密度 1000 kg/m³,声速 1500 m/s;地质层密度 1500 kg/m³,纵波速度 3800 m/s,横波速度 2194 m/s,震源位于海水表层。如未加说明,以下算例均采用上述参数。

3.1 近场舰船地震波场

计算区域水平方向距离为 600 m,深度方向距离为 400 m,网格大小为 5 m × 5 m,时间步长为 0.1 ms,选择速度场的垂直分量作为比较量,边界处理前后的结果如图 5 和图 6 所示。

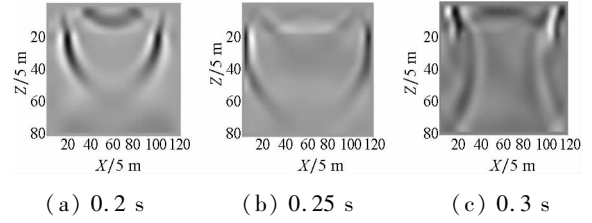


图 5 近场边界处理前波场快照

Fig.5 Snapshot of near wave field before boundary processing

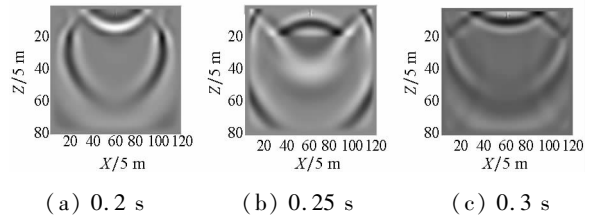


图 6 近场边界处理后波场快照

Fig.6 Snapshot of near wave field after boundary processing

未对自由表面进行处理时,如图 5 所示,海水介质中传播至自由表面附近的声波几乎全部被吸收,波线很模糊;而经过边界处理后,如图 6 所示,绝大部分声波被自由表面反射,继续在海水中传播,这与实际传播机理相符。

当快照时间为 0.2 s 时,舰船地震波还没到达区域边界,此时两种波场快照区别不大,但是边界处理后的波场,海底界面的反射波更为明显,海底介质中的传播最快的纵波底部轮廓更清晰。当传播时间为 0.25 s 时,海底中纵波传播至区域边界处,未加边界处理时,由于边界反射的影响,快照中波形十分模糊,海水层中几乎观察不到波阵面,而边界处理后的波场,海水和海底中的波线都非常清晰,在海水层中还能观察到海底分界面的反射纵波。当传播时间增加至 0.3 s 时,两种情况的对比更加明显,未加边界处理的波场中严重的边界反射完全掩盖了原有的波场特征。

3.2 远场舰船地震波场

为了观察远场地震波传播特征,调整计算区

域,水平方向距离增至 4000 m,深度方向仍保持 400 m,网格大小调整为 10 m × 10 m,时间步长为 1 ms,波场快照时间为 1 s。边界处理前后的波场对比如图 7 所示。

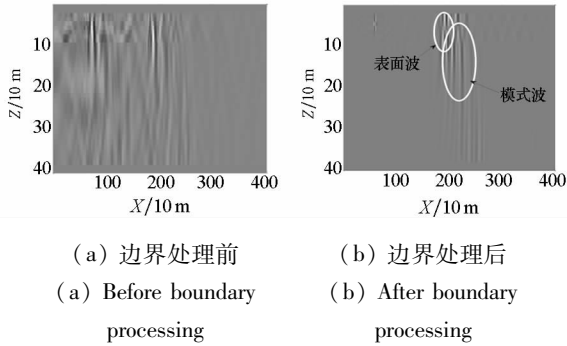


图 7 远场边界处理前后波场快照对比

Fig. 7 Comparison of snapshots before and after boundary processing in far wave field

图 7(a)中,由于边界反射严重,所有的波线混杂在一起,无法观察到海水中的波和海底地震波的传播规律。而在边界处理之后的图 7(b)中能清晰地观察到:在海底分界面附近,一簇波线离开界面能量迅速衰减,传播速度略小于横波,这是沿海底表面传播的表面波;传播较快的另一波群,是纵波和横波混合在一起的模式波,传播速度介于纵波和横波之间,接近水中声速,因此水中的波阵面和地震波波阵面几乎重合在一起,符合文献中关于浅海地震波传播规律的描述^[7-8]。

3.3 倾斜海底舰船地震波场

以上两种情况都是在平行海底层中的波场传播特征,而在浅海大陆架,近岸海底通常是倾斜形的,为得到倾斜海底舰船地震波传播特征,对仿真环境进行重新设定。如图 8 所示,计算区域水平方向距离为 600 m,深度方向距离为 400 m,网格大小 5 m × 5 m,时间步长为 0.1 ms,波场快照时间为 0.25 s。

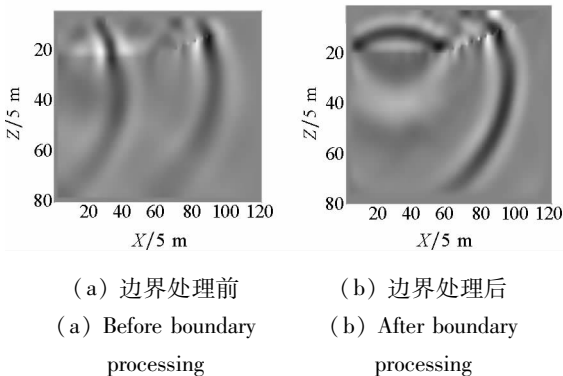


图 8 倾斜海底加边界处理前后波场快照对比

Fig. 8 Comparison of snapshots before and after boundary processing in sloping seabed

水平方向上,一半为平行海底,另一半为倾斜海底。图 8 为边界处理前后波场快照对比图,同样可以观察到,未加边界处理的波场波线模糊,尤其是在海底开始倾斜的过渡带以及海水自由表面附近区域,反射特别严重,无法分辨波的传播特征;而边界处理之后的波场,不论是平行海底还是倾斜海底,波阵面都很清晰,能清楚地观察到:随着海水深度变小,舰船低频振动能量更多地传入海底,舰船地震波中表面波信号增强。

4 结论

本文在对浅海舰船地震波场的有限差分法仿真中,分别采用镜像法和完全匹配层法对自由界面和区域边界进行了处理。仿真结果表明:无论是近场还是远场,无论是平行海底还是倾斜海底,两种边界处理方法相融合都能有效减少边界反射,符合浅海舰船地震波场仿真需求。

舰船地震波场的传播特性不仅和海底地形相关,还和海底地质参数、目标震源特性等因素关联紧密。今后将对上述因素对波场的影响进行深入研究。

参考文献 (References)

- [1] 李响, 颜冰. 舰船地震波场检测系统及实验研究[J]. 舰船科学技术, 2010, 32(10): 80-83.
LI Xiang, YAN Bing. The detection system and experimental study of the seismic wave field of ship [J]. Ship Science and Technology, 2010, 32(10): 80-83. (in Chinese)
- [2] 李响, 颜冰. 舰船地震波场实时检测系统及实验研究[J]. 噪声与振动控制, 2010, 30(6): 123-126.
LI Xiang, YAN Bing. A real time detection system and experimental study on the seismic wave field of ships [J]. Noise and Vibration Control, 2010, 30(6): 123-126. (in Chinese)
- [3] Averbakh V S, Bogolyubov B N, Dubovoi Y A, et al. Application of hydroacoustic radiators for the generation of seismic waves[J]. Acoustical Physics, 2002, 48(2): 149-155.
- [4] Stephen R A, Kemp J N, Mcpeak S P, et al. Ocean bottom seismometer augmentation of the philippine sea experiment (OBSAPS) cruise report[R]. USA: Woods Hole Oceanographic Institution, 2011.
- [5] 郭虎生, 颜冰. 基于斜投影极化分离算子的船船地震波场分离方法[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(2): 230-233.
GUO Husheng, YAN Bing. A ship seismic wave field separation method based on oblique projection polarization separation operator[J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(2): 230-233. (in Chinese)
- [6] 郭虎生, 颜冰, 吴志东, 等. 浅水多途环境下地震波传感器二维 DOA 估计[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(4): 988-992.
GUO Husheng, YAN Bing, WU Zhidong, et al. Two

- dimensional DOA estimation of seismic wave sensor in shallow water environment [J]. *Journal of Electronics and Information*, 2014, 36(4): 988–992. (in Chinese)
- [7] 张海刚. 浅海甚低频声传播建模与规律研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2010.
ZHANG Haigang. Modeling and study of very low frequency sound propagation in shallow water [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2010. (in Chinese)
- [8] 卢再华, 张志宏, 顾建农. 多孔介质水平分层海底低频地震波的数值模拟[J]. *兵工学报*, 2014, 35(12): 2065–2071.
LU Zaihua, ZHANG Zhihong, GU Jiannong. Porous medium level numerical simulation of submarine low frequency seismic wave [J]. *Acta Armamentarii*, 2014, 35(12): 2065–2071. (in Chinese)
- [9] 何彦锋, 孙伟家, 符力耘. 复杂介质地震波传播模拟中边界元法与有限差分法的比较研究[J]. *地球物理学进展*, 2013, 28(2): 664–677.
HE Yanfeng, SUN Weijia, FU Liyun. A comparative study of complex boundary element wave propagation medium earthquake simulation method and finite difference method [J]. *Progress in Geophysics*, 2013, 28(2): 664–677. (in Chinese)
- [10] 周晓华, 陈祖斌, 曾晓献, 等. 交错网格有限差分法模拟微动信号[J]. *吉林大学学报*, 2012, 42(3): 852–857.
ZHOU Xiaohua, CHEN Zubin, ZENG Xiaoxian, et al. The finite difference method of staggered grid finite difference method [J]. *Journal of Jilin University*, 2012, 42(3): 852–857. (in Chinese)
- [11] 丰赞. 基于 FCT 有限差分方法的瑞雷波数值模拟[D]. 长沙: 中南大学, 2010.
FENG Yun. Rayleigh wave numerical simulation base on FCT finite-difference method [D]. Changsha: Central South University, 2010. (in Chinese)
- [12] 黄建平, 杨宇, 李振春, 等. 几种自由边界实施方法在完全匹配层条件下的对比研究[J]. *地震学报*, 2014, 36(5): 964–977.
HUANG Jianping, YANG Yu, LI Zhenchun, et al. A comparative study of several free boundary methods under fully matched layer conditions [J]. *Acta Seismologica Sinica*, 2014, 36(5): 964–977. (in Chinese)
- [13] 顾旭旻. 流体力学方程的自由边界及局部正则性[D]. 上海: 复旦大学, 2014.
GU Xumin. Free boundary and local regularity of fluid mechanics equations [D]. Shanghai: Fudan University, 2014. (in Chinese)
- [14] 刘洋. 波动方程时空域有限差分数值解及吸收边界条件研究进展[J]. *石油地球物理勘探*, 2014, 49(1): 35–46.
LIU Yang. Finite difference time domain finite difference numerical solution of wave equation and its absorbing boundary conditions [J]. *Oil Geophysical Prospecting*, 2014, 49(1): 35–46. (in Chinese)
- [15] 郭立伟, 刘晓宇, 李世海. 波动数值模拟中的吸收边界条件[J]. *工程力学*, 2011, 28(9): 17–22, 29.
GUO Liwei, LIU Xiaoyu, LI Shihai. Absorbing boundary conditions in the numerical simulation of wave dynamics [J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28(9): 17–22, 29. (in Chinese)
- [16] 成景旺. 海上 OBC 三维地震多波多分量采集并行模拟及应用研究[D]. 武汉: 中国地质大学, 2014.
CHENG Jingwang. Sea OBC 3D seismic multi-component acquisition research on parallel simulation and application [D]. Wuhan: China University of Geosciences, 2014. (in Chinese)