

微小型飞行器姿态快速机动控制方法*

刘成国¹, 余翔², 刘昆², 刘佳琪¹

(1. 北京航天长征飞行器研究所, 北京 100076; 2. 国防科技大学空天科学学院, 湖南长沙 410073)

摘要:针对某弹道导弹释放的微小型飞行器的姿态控制任务需求,提出一种基于 Gauss 伪谱法的姿态快速机动控制方法。建立精确的姿态控制模型,并考虑反作用飞轮的耦合力矩项;采用 Gauss 伪谱法获取最优姿态轨迹,设计准滑模跟踪控制器以跟踪该最优轨迹。数字仿真结果表明,Gauss 伪谱法计算得到的轨迹是最优的,准滑模跟踪控制器能实现对最优轨迹的良好跟踪,且对干扰力矩有较好的抑制作用。

关键词:姿态控制; Gauss 伪谱法; 反作用飞轮; 时间最优控制; 滑模控制器

中图分类号: V412.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2018)03-042-07

Fast attitude maneuver control method of micro flight vehicle

LIU Chengguo¹, YU Xiang², LIU Kun², LIU Jiaqi¹

(1. Beijing Institute of Space Long March Vehicle, Beijing 100076, China;

2. College of Aeronautics and Astronautics, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In order to fulfill the attitude control mission of micro flight vehicle delivered from a certain kind of ballistic missile, a fast attitude maneuver control approach based on the GPM (Gauss pseudospectral method) was proposed. Firstly, the accurate attitude control model was established and the coupling torque term of the reaction wheels was taken into account. Secondly, the GPM was adopted to obtain the optimal attitude trajectories. Moreover, a quasi-sliding mode controller was designed to track the optimal trajectories. Numerical simulation results demonstrate the optimality of the attitude maneuver trajectories obtained by using the GPM, the good performances of the quasi-sliding mode controller in tracking the optimal trajectories, and the good effect in rejecting the external disturbance torque.

Key words: attitude control; Gauss pseudospectral method; reaction wheel; time-optimal control; sliding mode controller

目前,弹道导弹攻防对抗技术发展迅速,在弹道中段从母弹弹体释放各种功能的微小型飞行器是其常用的技术手段。微小型飞行器的姿态控制问题是其功能发挥的基础,某试验任务要求微小型飞行器在释放后实现姿态的快速机动控制,即实现姿态角速度快速稳定和姿态角的快速机动。传统弹头的姿态控制一般以气动舵、反作用控制系统(Reaction Control System, RCS)等作为执行机构。但 RCS 需要携带大量燃料,且控制精度不高。该试验任务高度在 100 km 以上,气动舵难以发挥作用,但航天器姿态控制技术可以为本任务的实现提供借鉴。反作用飞轮和控制力矩陀螺是航天器上两种较常见的姿态控制执行机构。控制力矩陀螺虽具有较大的输出力矩,但存在奇异问题,且力矩输出精度难以达到反作用飞轮的精度^[1-2]。因此,本文采用反作用飞轮作为微小型

飞行器的姿态控制执行机构。

关于航天器姿态快速机动控制的研究已经有很多成果^[3-16]。Bilimoria 等^[3]针对惯性对称航天器的重指向(rest-to-rest)问题,利用庞特里亚金极大值原理和打靶法得到数值计算结果,首次表明绕欧拉轴旋转的机动路径并非最优路径,结果还表明时间最优机动控制具有 bang-bang 形式。Byers 等^[4]针对同样的问题,基于切换时间优化(Switch Time Optimization, STO)方法,建立了近似的解析模型,计算结果精度高,可用于实时计算。Scrivener 等^[5]对航天器时间最优姿态机动问题进行了综述,指出最优机动问题较为复杂且通常较难求解。Bai 等^[6]重新研究了文献[3]所研究的时间最优机动问题,得到了具有更短机动时间的 6 次切换 bang-bang 控制结果,并指出在某些限制条件下,绕欧拉轴旋转的机动路径仍是最优路径。

* 收稿日期:2017-04-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61603405)

作者简介:刘成国(1975—),男,辽宁瓦房店人,研究员,硕士,E-mail: liu_chengguo@163.com;

刘昆(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail: liukun@nudt.edu.cn

这些早期研究主要采用极大值原理求解时间最优机动问题,在存在非线性及各种边界约束和过程约束的条件下,计算存在一定困难。近年来,以伪谱法为代表的直接法解决了上述问题,在姿态快速机动领域得到了广泛应用。

伪谱法已成功应用到实际的航天器姿态机动路径规划中。2006年11月和2007年3月,通过跟踪 Legendre 伪谱法规划出的最优姿态机动轨迹,空间站分别实施了两次大角度的零燃料机动^[7]。2010年8月,根据 Legendre 伪谱法计算得到的最短姿态机动路径首次在 TRACE (transition region and coronal explorer) 航天器上得到验证^[8]。在理论研究方面,文献[9-16]采用 Gauss 伪谱法研究了航天器姿态快速机动控制问题,得到了较好的计算结果,但并未验证结果是否满足一阶最优性必要条件。文献[9-10, 14-15]未考虑执行机构动力学对姿态控制的影响。而 Zhou 等^[11]指出忽略执行机构动力学会造成闭环控制结果不准确。文献[3-4, 11, 13-14]只考虑了重指向问题,即初始和末角速度都为0,而实际航天器的初始角速度一般不为0。

1 姿态控制模型及问题描述

为了避免在进行控制时出现角度奇异问题,微小型飞行器姿态运动学方程采用四元数建模,如式(1)所示^[4]。

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \frac{1}{2} \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\omega}) \boldsymbol{q} \quad (1)$$

其中

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y & \omega_x \\ -\omega_z & 0 & \omega_x & \omega_y \\ \omega_y & -\omega_x & 0 & \omega_z \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中,姿态四元数 $\boldsymbol{q} = [q_1, q_2, q_3, q_4]^T$, 定义 $q_1 = e_x \sin(\Phi/2)$, $q_2 = e_y \sin(\Phi/2)$, $q_3 = e_z \sin(\Phi/2)$, $q_4 = \cos(\Phi/2)$, 其中 $[e_x, e_y, e_z]^T$ 为旋转欧拉轴在参考坐标系中的分量, Φ 为旋转欧拉角。 $\boldsymbol{\omega}$ 为微小型飞行器的惯性角速度在体坐标系下的分量形式。

包含反作用飞轮耦合力矩项的微小型飞行器姿态动力学方程为^[17]

$$\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega}^\times \boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega}^\times \boldsymbol{J}_w \boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{u} + \boldsymbol{d} \quad (3)$$

其中: \boldsymbol{J} 为飞轮不旋转时,微小型飞行器(含飞轮系统)对质心的总惯量张量; $\boldsymbol{\omega}^\times$ 为 $\boldsymbol{\omega}$ 的反对称阵; $\boldsymbol{J}_w = \text{diag}(J_{wx}, J_{wy}, J_{wz})$, J_{wx}, J_{wy}, J_{wz} 分别为三个

飞轮的轴向转动惯量; $\boldsymbol{\Omega} = [\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z]^T$ 为飞轮相对于微小型飞行器体坐标系的转动角速度; $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^3$ 为飞轮的控制力矩, $\boldsymbol{d} \in \mathbb{R}^3$ 为外界干扰力矩。 \boldsymbol{u} 的表达式如下

$$\boldsymbol{u} = -\boldsymbol{J}_w \dot{\boldsymbol{\Omega}} \quad (4)$$

在进行最优控制计算时,暂时忽略外界干扰力矩。以 $\boldsymbol{x} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z, q_1, q_2, q_3, q_4, h_x, h_y, h_z]^T$ 作为状态量,其中 $[h_x, h_y, h_z]^T = [J_{wx} \Omega_x, J_{wy} \Omega_y, J_{wz} \Omega_z]^T$; 以 $\boldsymbol{u} = [u_x, u_y, u_z]^T$ 作为控制量。则式(1)、式(3)、式(4)构成姿态控制的状态方程。

微小型飞行器的姿态快速机动控制问题描述如下:以式(1)、式(3)、式(4)作为状态方程,性能指标取机动的时间最短,即

$$J[\boldsymbol{u}(\cdot)] = \min \int_{t_0}^{t_f} dt \quad (5)$$

机动过程中,四元数满足以下约束

$$q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (6)$$

路径约束为

$$\begin{cases} |\Omega_x| \leq \Omega_{x\max} \\ |\Omega_y| \leq \Omega_{y\max} \\ |\Omega_z| \leq \Omega_{z\max} \end{cases} \quad (7)$$

容许控制满足

$$\begin{cases} |u_x| \leq u_{x\max} \\ |u_y| \leq u_{y\max} \\ |u_z| \leq u_{z\max} \end{cases} \quad (8)$$

其中,路径约束和容许控制可用包含12个分量的过程约束向量统一表示为

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{u}) \leq \mathbf{0} \quad (9)$$

状态变量的初始和终端约束用向量表示为

$$\boldsymbol{e}(\boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{x}_f) = \mathbf{0} \quad (10)$$

求取最优姿态参考轨迹使得微小型飞行器的姿态和姿态角速度在最短的时间内从初始状态 $\boldsymbol{q}_0, \boldsymbol{\omega}_0$ 转移到最终状态 $\boldsymbol{q}_f, \boldsymbol{\omega}_f$ 。设计姿态跟踪控制器使得实际姿态跟踪最优姿态轨迹,从而实现闭环控制。

2 参考轨迹生成方法

对上节建立的时间最优姿态机动问题,取哈密顿函数为

$$H = 1 + \boldsymbol{\lambda}_\omega^T \boldsymbol{J}^{-1} (\boldsymbol{u} - \boldsymbol{\omega}^\times \boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}^\times \boldsymbol{J}_w \boldsymbol{\Omega}) + \boldsymbol{\lambda}_q^T \cdot \frac{1}{2} \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\omega}) \boldsymbol{q} - \boldsymbol{\lambda}_h^T \boldsymbol{u} \quad (11)$$

其中, $\boldsymbol{\lambda} = (\boldsymbol{\lambda}_\omega^T, \boldsymbol{\lambda}_q^T, \boldsymbol{\lambda}_h^T)^T$ 为协态变量。

对于含有过程约束的最优控制问题,定义拉格朗日函数为^[18-19]

$$L = H + \boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{C} \quad (12)$$

其中, μ 为拉格朗日乘子。

根据文献[18], 在最优轨线上, 有如下等式成立

$$dH^*/dt = dL^*/dt = \partial L^*/\partial t \quad (13)$$

由于 L 不显含时间 t , $\partial L^*/\partial t = 0$, 因此 $dH^*/dt = 0$, 在最优轨线上 H 为常数。

根据文献[20], 有如下终端约束成立

$$H(t_f) + \frac{\partial e^T}{\partial t_f} \nu = 0 \quad (14)$$

其中, ν 是约束 e 对应的乘子。

由于终端时刻 t_f 不固定, 即 e 不显含时间 t_f , 因此 $H(t_f) = 0$ 。那么在最优轨线上, $H \equiv 0$ 。此条件可用于检验最优控制解是否满足一阶最优性必要条件。

从式(11)可以看出, 哈密顿函数含有大量非线性项。如果直接用间接法的极大值原理将最优控制问题转化为两点边值问题, 再采用打靶法等数值算法进行求解, 存在理论推导复杂、伴随变量初始估值敏感度高问题, 求解较为困难。近年来, 伪谱法等直接法很好地解决了上述问题。本文采用 Gauss 伪谱法求解最优参考轨迹。

采用 Gauss 伪谱法求解连续最优控制问题的基本原理为^[21]: 将状态变量和控制变量在一系列的 Legendre-Gauss 点上离散, 并以这些离散点为节点构造 Lagrange 插值多项式来逼近状态变量和控制变量。以此为基础, 通过一系列变换, 将最优控制问题转换为非线性规划问题, 再采用相关算法求解。

Gauss 伪谱法的求解方法简述如下^[22]:

1) 时域变换。通过式(15)将积分区间 $[t_0, t_f]$ 转换为规范化区间 $[-1, 1]$, 即

$$t = \frac{(t_f - t_0)\tau}{2} + \frac{t_f + t_0}{2} \quad (15)$$

2) 状态变量和控制变量的近似。状态变量用 Lagrange 插值多项式进行近似, 即

$$x(\tau) \doteq X(\tau) = \sum_{l=0}^K X(\tau_l) \phi_l(\tau) \quad (16)$$

其中

$$\phi_l(\tau) = \prod_{j=0, j \neq l}^K \frac{\tau - \tau_j}{\tau_l - \tau_j} \quad (17)$$

式中, $\tau_0 = -1, \tau_i (i \neq 0)$ 为 Legendre-Gauss 配点。

控制变量也用 Lagrange 插值多项式进行近似, 但节点仅使用 Legendre-Gauss 配点, 如式(18)所示。

$$u(\tau) \doteq U(\tau) = \sum_{l=1}^K U(\tau_l) \tilde{\phi}_l(\tau) \quad (18)$$

3) 终端状态约束。约束终端状态使之满足

状态方程。将终端约束条件离散并用 Gauss 积分来近似, 有

$$X(\tau_f) = X(\tau_0) + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^K \omega_k f(X(\tau_k), U(\tau_k), \tau_k; t_0, t_f) \quad (19)$$

4) 状态方程约束转换为代数约束。状态量对时间的导数由状态量的全局插值多项式对时间求导来近似, 将其代入状态方程得到状态量在配点上应满足的代数方程为

$$\sum_{l=0}^K D_{kl} X(\tau_l) - \frac{t_f - t_0}{2} f(X(\tau_k), U(\tau_k), \tau_k; t_0, t_f) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (20)$$

其中, 微分矩阵 $D \in \mathbb{R}^{K \times (K+1)}$ 由式(21)确定, 则

$$D_{kl} = \dot{\phi}_l(\tau_k) = \begin{cases} \frac{(1 + \tau_k) \dot{P}_k(\tau_k) + P_k(\tau_k)}{(\tau_k - \tau_l) [(1 + \tau_l) \dot{P}_k(\tau_l) + P_k(\tau_l)]}, & l \neq k \\ \frac{(1 + \tau_l) \ddot{P}_k(\tau_l) + 2\dot{P}_k(\tau_l)}{2[(1 + \tau_l) \dot{P}_k(\tau_l) + P_k(\tau_l)]}, & l = k \end{cases} \quad (21)$$

5) 性能指标积分项的近似。性能指标中的积分项通过 Gauss 积分近似, 即

$$J[u(\cdot)] = \Phi(X(t_0), X(t_f), t_0, t_f) + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^K \omega_k L(X(\tau_k), U(\tau_k), \tau_k; t_0, t_f) \quad (22)$$

至此, 已经将最优控制问题中的微分积分项全部用离散的代数表达式表达。这样就把连续最优控制问题转换为了非线性规划 (NonLinear Programming, NLP) 问题。采用序列二次规划 (Sequential Quadratic Programming, SQP) 算法等能较好地解决 NLP 问题。

由文献[22]可知, Gauss 伪谱法转换得到的 NLP 问题的最优解一定满足根据极小值原理得到的一阶最优性必要条件。那么只需求得 NLP 问题的最优解, 则一阶最优性必要条件自然成立。根据协态映射定理^[22], 可由 NLP 问题的 KKT (Karush-Kuhn-Tucker) 乘子估算原最优控制问题的协态变量, 进而求出哈密顿函数值, 从而进一步验证求得的解是否满足一阶最优性必要条件。

3 参考轨迹跟踪控制方法

上述利用伪谱法设计得到的姿态最速控制属于开环控制, 未考虑外界干扰的影响, 实际飞轮进

行开环控制易导致控制发散。因此在实际工程中,要设计姿态跟踪控制器以跟踪最优机动路径并且抑制外界干扰。本文设计准滑模跟踪控制器。

首先给出以误差四元数表示的微小型飞行器姿态动力学方程。误差四元数 q_e 表示从标称体坐标系到实际体坐标系的姿态变化,其计算方法如下^[23]

$$q_e = q \otimes q_d^{-1} \quad (23)$$

其中, \otimes 表示四元数乘法。

误差角速度 ω_e 的计算方法为

$$\omega_e = \omega - C\omega_d \quad (24)$$

其中, ω_d 表示微小型飞行器标称转动角速度在体坐标系的分量形式, C 为从标称体坐标系到实际体坐标系的坐标转换矩阵, C 的计算公式为 $C = (q_{e4}^2 - q_{ev}^T q_{ev}) I_{3 \times 3} + 2q_{ev} q_{ev}^T - 2q_{e4} q_{ev}^\times$ 。

误差四元数与误差角速度的关系为^[24]

$$\dot{q}_e = \frac{1}{2} A \omega_e q_e \quad (25)$$

将式(24)代入式(3),可得到以误差四元数表示的微小型飞行器姿态动力学方程为

$$J\dot{\omega}_e = -\omega^\times (J\omega + J_w \Omega) + J(\omega_e^\times C\omega_d - C\dot{\omega}_d) + u + d \quad (26)$$

滑模变结构控制使系统到达滑模面后保持在滑模面上运动,在一定条件下对外界干扰和参数不确定性具有不变性^[25]。因此,本文采用滑模变结构控制理论设计跟踪控制器,以较好地抑制外界干扰,同时精确地跟踪参考轨迹。实际应用中,滑模控制存在固有的颤振特性,为了消除颤振,可将切换函数进行连续化。这种设计使得滑动模态不存在,但系统性能与具有理想滑动模态的系统性能相近,称之为准滑模控制^[25]。

滑模控制的设计包含两个方面,一是设计切换函数,二是设计控制律,使得系统在有限时间内达到切换面。

选取切换函数为

$$S = \omega_e + \lambda q_{ev} \quad (27)$$

其中, λ 为大于0的常数, ω_e 和 q_{ev} 分别为误差角速度和误差四元数的矢部。

设计控制器使得系统运动轨迹渐近收敛到滑模面 $S=0$ 。为了消除滑模控制存在的颤振现象,选择指数趋近律,满足^[26]

$$\Gamma \dot{S} + S = 0 \quad (28)$$

其中, Γ 为正定对称矩阵。

综合式(26)、式(27)、式(28),并且忽略掉干扰力矩项,可以得到控制律为

$$u = \omega^\times (J\omega + J_w \Omega) - J(\omega_e^\times C\omega_d - C\dot{\omega}_d) - J\Gamma^{-1}(\omega_e + \lambda q_{ev}) - \frac{1}{2} \lambda J(q_{e4} \omega_e + q_{ev}^\times \omega_e) \quad (29)$$

由于忽略了干扰力矩项,式(28)并不严格满足,设计的控制器仅能使得系统渐近到达滑模面附近的有界邻域内,并保持在该邻域内运动,因此是准滑模控制。下面证明此性能。

考虑如下李雅普诺夫函数

$$V = \frac{1}{2} S^T J S \quad (30)$$

由于惯量张量 J 为正定对称矩阵,则当 $S \neq 0$ 时, $V > 0$, 因此 V 正定。

选择合适的 Γ 可使得 $J\Gamma^{-1}$ 为正定对称矩阵。对 V 求导可得^[12]

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T J \dot{S} = S^T [-J\Gamma^{-1} S + d] \\ &= -S^T J\Gamma^{-1} S + S^T d \\ &\leq -\sigma_{\min} \|S\|^2 + \|S\| \cdot \|d\| \end{aligned} \quad (31)$$

其中, σ_{\min} 为正定对称矩阵 $J\Gamma^{-1}$ 的最小奇异值。

假设 d 为有界干扰,满足 $\|d\| < \|d\|_{\max}$ 。如果 $\|S\| > \|d\|_{\max}/\sigma_{\min}$, 则式(32)成立。

$$\dot{V} \leq \|S\|(-\sigma_{\min} \|S\| + \|d\|) < 0 \quad (32)$$

那么从任意初始状态开始,切换函数 S 将渐近收敛到由式(33)决定的有界区域内

$$R_e = \{S \in \mathbb{R}^3 \mid \|S\| \leq \|d\|_{\max}/\sigma_{\min}\} \quad (33)$$

即在有界干扰 d 存在的条件下,控制器(29)可使得系统有界稳定。

如果取足够大的 σ_{\min} , 则有界区域(33)足够小,有

$$S = \omega_e + \lambda q_{ev} \approx 0 \quad (34)$$

当系统到达有界区域(33)内后,由式(25)可得

$$\begin{aligned} \dot{q}_{ev} &= \frac{1}{2} q_{e4} \omega_e + \frac{1}{2} q_{ev}^\times \omega_e \\ &\doteq \frac{1}{2} q_{e4} (-\lambda q_{ev}) + \frac{1}{2} q_{ev}^\times (-\lambda q_{ev}) \\ &\doteq \frac{1}{2} q_{e4} (-\lambda q_{ev}) \end{aligned} \quad (35)$$

在控制器的作用下, q_{e4} 约在1附近,因此由式(35)可知, $q_{ev} \rightarrow 0$, 由式(34)可知, $\omega_e \rightarrow 0$ 。但由于式(33)的限制, ω_e 、 q_{ev} 只能到达0附近,而不能完全为0。即系统到达滑模面附近的有界邻域内后,误差角速度和误差四元数矢部渐近收敛到0附近。

由以上分析可知,设计的准滑模控制器达到了控制效果,控制精度可通过设计参数 λ 、 Γ 的值来进行调节。

4 仿真算例及分析

仿真条件设定为 $J = \text{diag}(0.02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, 0.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, 0.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)$, $J_W = \text{diag}(0.8 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, 1.122 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, 1.122 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2)$ (飞轮的转动惯量与微小型飞行器转动惯量相比为小量), 飞轮初始转速为 0。体坐标系 x, y, z 三轴飞轮的最大出力矩分别为 $3 \text{ mN} \cdot \text{m}, 10 \text{ mN} \cdot \text{m}, 10 \text{ mN} \cdot \text{m}$, 最大转速分别为 $6000 \text{ r/m}, 8500 \text{ r/m}, 8500 \text{ r/m}$ 。微小型飞行器初始角速度为 $\omega_0 = [10^\circ/\text{s}, 10^\circ/\text{s}, 10^\circ/\text{s}]^T$, 角速度控制目标为 $\omega_f = [0^\circ/\text{s}, 0^\circ/\text{s}, 0^\circ/\text{s}]^T$, 初始四元数为 $q_0 = [0, 0, 0, 1]^T$, 四元数控制目标为 $q_f = [0, 0, 1, 0]^T$, 即绕俯仰轴旋转 180° 。

参照文献[12], 将干扰力矩设置为常值力矩和正弦形式波动力矩叠加而成, 如下式所示, 单位为 $\text{mN} \cdot \text{m}$ 。

$$d = \begin{bmatrix} 0.03 + 0.015\sin(0.2\pi t) \\ 0.1 + 0.05\sin(0.2\pi t + 0.25\pi) \\ 0.1 + 0.05\sin(0.2\pi t + 0.50\pi) \end{bmatrix}$$

4.1 参考轨迹仿真结果

使用 SNOPT 软件包^[27] 对用 Gauss 伪谱法转换得到的 NLP 问题进行求解。为了达到较高精度, 将 Legendre-Gauss 配点数设置为 100, 最优性容限设置为 1×10^{-12} 。猜测初值选取方法为, 状态变量中角速度从初值到末值随时间均匀变化, q_3 从 0 到 1 随时间均匀变化、 q_4 从 1 到 0 随时间均匀变化, 控制变量中俯仰方向的控制力矩在前半段均匀增加, 在后半段均匀减小。其余状态变量和控制变量全程保持为 0 不变。

状态变量和控制变量、哈密顿函数值的过程曲线如图 1~5 所示。

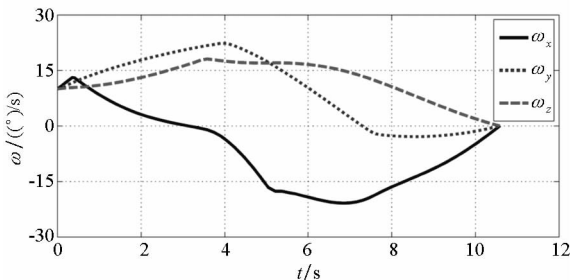


图 1 参考姿态角速度变化曲线

Fig. 1 Time histories of reference angular rates

最短机动时间为 10.59 s, 姿态角速度和姿态四元数均达到了期望的最终状态。机动过程中, 三轴飞轮出力矩均出现饱和现象。

本文控制系统的状态方程关于控制变量 u 是

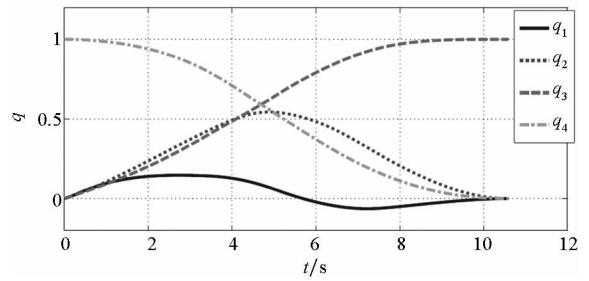


图 2 参考姿态四元数变化曲线

Fig. 2 Time histories of reference quaternion

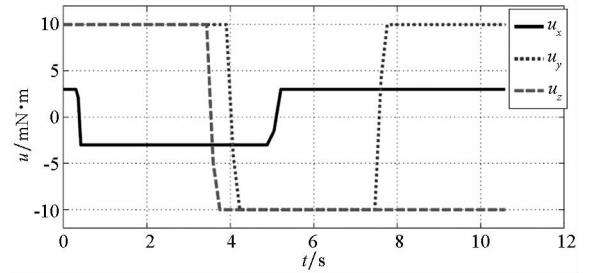


图 3 三轴飞轮参考输出控制力矩曲线

Fig. 3 Time histories of reference output torque of three-axis reaction wheels

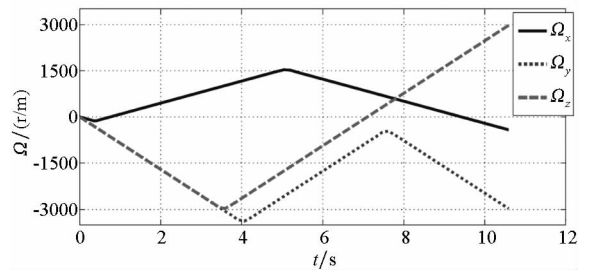


图 4 三轴飞轮参考转速曲线

Fig. 4 Time histories of reference speed of three-axis reaction wheels

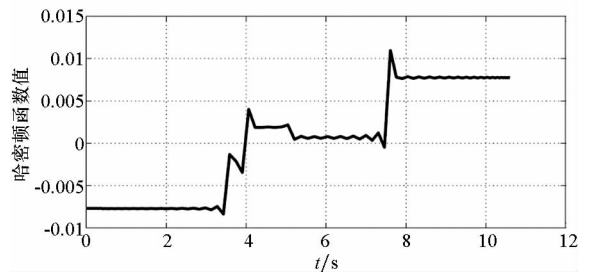


图 5 哈密顿函数值曲线

Fig. 5 Time history of Hamiltonian

线性的, 因此如果问题是正常的, 即哈密顿函数中 u 的系数只在有限个点是零值, 那么最优解具有 bang-bang 形式, 即在控制变量边界值上来回切换。从控制变量的曲线来看, 三轴的控制力矩都具有 bang-bang 形式, 不存在奇异弧段。

根据协态映射定理, 可由 NLP 优化结果估算

出协态变量值,进而由哈密顿函数表达式(11)计算出哈密顿函数值。从哈密顿函数值曲线可以看出,哈密顿函数值始终保持在 0 附近,基本满足一阶最优性必要条件,说明问题的解是最优的,本文采用的 Gauss 伪谱法是有有效的。

猜测的初值与计算结果相差较大,但最终求解能够收敛到最优值,说明伪谱法对猜测的初值并不敏感,对该最优控制问题的求解具有很好的效果。

4.2 准滑模跟踪控制器仿真结果

准滑模控制器的参数设置为 $\lambda = 1, \Gamma = \text{diag}(0.1, 0.1, 0.1)$,参考轨迹为用 Gauss 伪谱法仿真得到的最优姿态轨迹,则得到如图 6 ~ 11 所示的仿真结果。

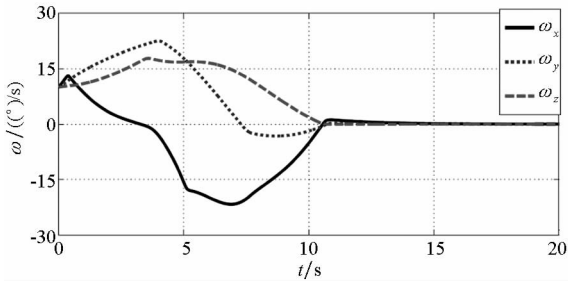


图 6 实际姿态角速度变化曲线

Fig. 6 Time histories of actual angular rates

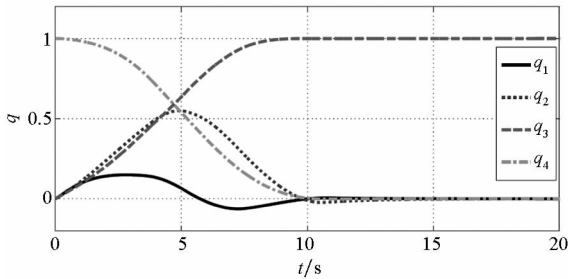


图 7 实际姿态四元数变化曲线

Fig. 7 Time histories of actual quaternion

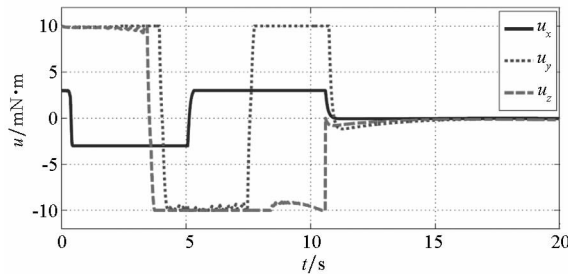


图 8 三轴飞轮实际输出控制力矩曲线

Fig. 8 Time histories of actual output torque of three-axis reaction wheels

由仿真结果可见,在准滑模控制器的控制下,

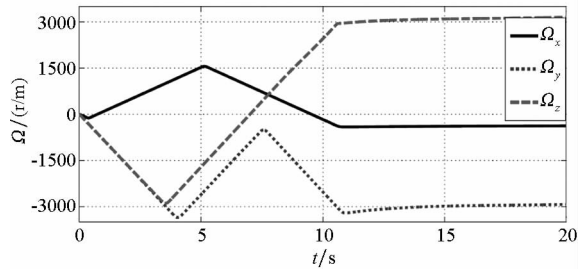


图 9 三轴飞轮实际转速曲线

Fig. 9 Time histories of actual speed of three-axis reaction wheels

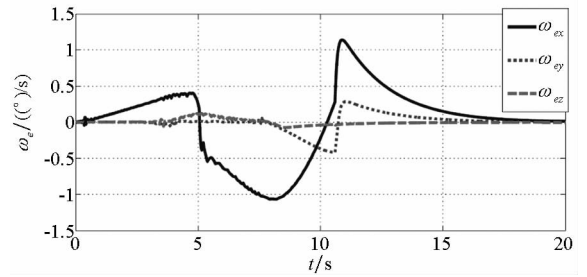


图 10 误差角速度曲线

Fig. 10 Time histories of angular rate errors

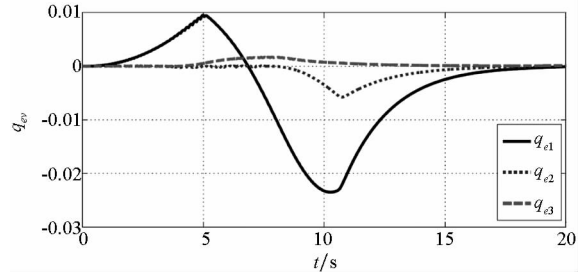


图 11 误差四元数矢量部曲线

Fig. 11 Time histories of vector part of quaternion error

在 10.59 s 以后,误差角速度收敛至约 $1^\circ/\text{s}$ 以内,误差四元数矢量部分收敛至 0.022 以内(标部始终保持在 1 附近)。微小型飞行器姿态角速度、姿态四元数曲线和标称轨迹重合度很高,实现了对标称轨迹的良好跟踪,且具有较好的抑制外界干扰的能力。跟踪 0 ~ 10.59 s 这一段参考轨迹之后,三轴飞轮仍有输出力矩,飞轮转速仍在增加,这是抵抗常值干扰力矩的结果。根据任务需求,飞行器的任务时间较短,在任务时间内飞轮不达到饱和状态即可达到任务指标。

5 结论

采用“Gauss 伪谱法 + 准滑模变结构控制”的姿态控制方法解决了某导弹弹载微小型飞行器快速姿态机动问题。Gauss 伪谱法用于生成最优姿态参考轨迹,准滑模变结构控制用于跟踪参考轨

迹。证明了准滑模控制器可使得控制系统在有界干扰下有界稳定。仿真结果表明,哈密顿函数值保持在 0 附近,满足一阶最优性必要条件,保证了 Gauss 伪谱法解的最优性。且 Gauss 伪谱法对猜测初值不敏感,较易收敛到最优解。准滑模跟踪控制器能实现对最优轨迹的良好跟踪,且对外界干扰有较强的鲁棒性。

参考文献 (References)

- [1] Verbin D, Lappas V J. Rapid rotational maneuvering of rigid satellites with hybrid actuators configuration [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2013, 36(2): 532–547.
- [2] 叶东. 敏捷卫星姿态快速机动与稳定控制方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013.
YE Dong. Research on fast maneuver and stabilization control for agile satellites [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013. (in Chinese)
- [3] Bilimoria K D, Wie B. Time-optimal three-axis reorientation of a rigid spacecraft [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 1993, 16(3): 446–452.
- [4] Byers R M, Vadali S R. Quasi-closed form solution to the time-optimal rigid spacecraft reorientation problem [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 1993, 16(3): 453–461.
- [5] Scrivener S L, Thompson R C. Survey of time-optimal attitude maneuvers[J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 1994, 17(2): 225–233.
- [6] Bai X L, Junkins J L. New results for time-optimal three-axis reorientation of a rigid spacecraft [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2009, 32(4): 1071–1076.
- [7] Kang W, Bedrossian N. Pseudospectral optimal control theory makes debut flight, saves NASA \$1M in under three hours[J]. *SIAM News*, 2007, 40(7).
- [8] Karpenko M, Bhatt S, Bedrossian N, et al. First flight results on time-optimal spacecraft slews [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2012, 35(2): 367–376.
- [9] Boyarko G A, Romano M, Yakimenko O A. Time-optimal reorientation of a spacecraft using a direct optimization method based on inverse dynamics [C]//Proceedings of IEEE Aerospace Conference, 2010: 1–13.
- [10] Ma G F, Liu G, Huang J, et al. Time efficient controller design for spacecraft attitude maneuver based on gauss pseudospectral method[C]// Proceedings of the 30th Chinese Control Conference, 2011: 2566–2571.
- [11] Zhou H, Wang D W, Wu B L, et al. Time-optimal reorientation for rigid satellite with reaction wheels [J]. *International Journal of Control*, 2012, 85(10): 1452–1463.
- [12] 刘刚, 李传江, 马广富, 等. 应用 SGCMG 的卫星姿态快速机动控制[J]. *航空学报*, 2011, 32(10): 1905–1913.
LIU Gang, LI Chuanjiang, MA Guangfu, et al. Time efficient controller design for satellite attitude maneuvers using SGCMG[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2011, 32(10): 1905–1913. (in Chinese)
- [13] 丰志伟, 张永合, 刘志超, 等. 基于路径规划的敏捷卫星姿态机动反馈控制方法[J]. *国防科技大学学报*, 2013, 35(4): 1–6.
FENG Zhiwei, ZHANG Yonghe, LIU Zhichao, et al. Feedback control method for attitude maneuver of agile satellite based on trajectory optimization [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2013, 35(4): 1–6. (in Chinese)
- [14] Wang D X, Zhao J X, Hu C B. Time-optimal attitude maneuver for underactuated spacecraft based on pseudospectral method [C]//Proceedings of IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference, 2014: 1067–1072.
- [15] Shang M Y, Zhang T, Song J Y. Optimal torque control constraint rigid spacecraft attitude maneuver with constraints[C]// Proceedings of 25th Chinese Control and Decision Conference, 2013: 363–367.
- [16] 黄文博, 江振宇, 张为华, 等. 空间应急飞行器姿态快速机动控制研究[J]. *国防科技大学学报*, 2012, 34(4): 49–53.
HUANG Wenbo, JIANG Zhenyu, ZHANG Weihua, et al. Research of attitude control for fast maneuvers of responsive spacecraft [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2012, 34(4): 49–53. (in Chinese)
- [17] 黄圳圭. 航天器姿态动力学[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1997.
HUANG Zhengui. Spacecraft attitude dynamics [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1997. (in Chinese)
- [18] Hartl R F, Sethi S P, Vickson R G. A survey of the maximum principles for optimal control problems with state constraints[J]. *SIAM Review*, 1995, 37(2): 181–218.
- [19] 丁洪波, 蔡洪, 张士峰, 等. 高超声速滑翔式再入飞行器最大航程飞行轨迹分析[J]. *国防科技大学学报*, 2009, 31(6): 67–72.
DING Hongbo, CAI Hong, ZHANG Shifeng, et al. The maximum-range trajectory analysis of hypersonic glide-reentry vehicle [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2009, 31(6): 67–72. (in Chinese)
- [20] Gong Q, Fahroo F, Ross I M. Spectral algorithm for pseudospectral methods in optimal control [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2008, 31(3): 460–471.
- [21] 唐国金, 罗亚中, 雍恩米. 航天器轨迹优化理论、方法及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
TANG Guojin, LUO Yazhong, YONG Enmi. Spacecraft trajectory optimization theory, methods and applications[M]. Beijing: Science Press, 2011. (in Chinese)
- [22] Huntington G T. Advancement and analysis of a Gauss pseudospectral transcription for optimal control problems[D]. Massachusetts, USA: Massachusetts Institute of Technology, 2007.
- [23] Shuster M D. A survey of attitude representations[J]. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1993, 41(4): 439–517.
- [24] Ahmed J, Coppola V T, Bernstein D S. Adaptive asymptotic tracking of spacecraft attitude motion with inertia matrix identification[J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 1998, 21(5): 684–691.
- [25] 姚琼荃. 变结构控制系统[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 1997.
YAO Qionghui. Variable structure control system [M]. Chongqing: Chongqing University Press, 1997. (in Chinese)
- [26] Nusawardhana A, Zak S H, Crossley W A. Nonlinear synergetic optimal controllers[J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2007, 30(4): 1134–1147.
- [27] Gill P E, Murray W, Saunders M A. SNOPT: an SQP algorithm for large-scale constrained optimization [J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2002, 12(4): 979–1006.