

协方差压缩感知逆合成孔径雷达成像技术*

钱卫平¹, 余汉晨^{1,2}, 张艳^{1,2}

(1. 空间目标测量重点实验室, 北京 100094; 2. 北京跟踪与通信技术研究所, 北京 100094)

摘要:为解决低信噪比条件下短观测时间雷达成像问题,提出一种基于回波协方差矩阵处理的压缩感知逆合成孔径雷达成像技术。该方法构建了回波协方差矩阵层面下的压缩感知问题模型,并通过特定的线性变换降低环境噪声对成像结果的影响。在仿真实验中,通过处理短观测时间和低信噪比条件下的模拟回波数据,该方法获得比传统压缩感知方法像质更好、对比度更强的目标成像结果。同时,其成像结果的目标背景比和背景噪声能量两个雷达图像评价指标都优于传统方法,进一步验证了该方法的有效性。

关键词:协方差压缩感知;逆合成孔径雷达;高分辨率;短观测时间;低信噪比

中图分类号:TN95 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2018)03-095-06

Inverse synthetic aperture radar imaging via covariance compressive sensing

QIAN Weiping¹, YU Hanchen^{1,2}, ZHANG Yan^{1,2}

(1. Key Laboratory of Space Object Measurement, Beijing 100094, China;

2. Beijing Institute of Tracking and Telecommunications Technology, Beijing 100094, China)

Abstract: In order to solve the problem of low SNR (signal to noise ratio) radar imaging under short observation time, a compressive sensing inverse synthetic aperture radar imaging technique based on echo covariance matrix processing was proposed. The method constructs the compressive sensing problem model under the echo covariance matrix, and reduces the influence of noise on the imaging results through a specific linear transformation. By processing the simulated echo data under the condition of short observation time and low SNR, the method obtained target imaging results with higher quality and higher contrast than the traditional compressive sensing method. In the simulation experiment, the target background ratio and the background noise energy of the imaging results are better than the traditional methods, which verifies the validity of the method.

Key words: covariance compressive sensing; inverse synthetic aperture radar; high resolution; short observation time; low signal to noise ratio

逆合成孔径雷达(Inverse Synthetic Aperture Radar, ISAR)是一种获取高分辨二维图像的雷达技术,在水面、空中及空间目标成像中有着重要作用。传统的ISAR技术通过发射和接收大带宽信号获取距离向高分辨,而方位向高分辨则通过大合成孔径实现^[1]。在ISAR中,大合成孔径由长观测时间积累得到。在积累时间内,目标的跨距单元运动会对成像质量造成较大影响。另外在观测时间内,目标运动状态的变化同样会降低雷达成像算法的性能。

近年来,为了解决短观测时间条件下的雷达成像问题,压缩感知被广泛应用于ISAR成像当中^[2-8]。完善的压缩感知ISAR成像信号模型被建立、丰富的压缩感知求解算法被应用于ISAR

成像当中,极大提升了短观测时间条件下ISAR成像的分辨率和成像质量。但是,压缩感知算法对信号信噪比的约束条件较严,在低信噪比环境下成像质量仍有待提升。目前的压缩感知ISAR成像算法中,能同时兼顾短观测时间及低信噪比的并不多见^[9]。为解决此问题,本文提出了一种基于回波协方差矩阵计算的压缩感知ISAR成像方法。

1 ISAR几何关系与信号模型

运动目标的几何关系如图1所示。经过相应的信号处理,目标的平动已经被补偿掉^[10-11]。目标位于 XOY 的二维观测平面内,其中 O 是目标的转动中心, OX 是雷达照射方向(Line Of Sight, LOS)。

* 收稿日期:2017-04-20

基金项目:国家863计划资助项目(2014AA8083024)

作者简介:钱卫平(1963—),男,江苏宜兴人,研究员,硕士,硕士生导师,E-mail:qianweiping@bittt.cn

P 是目标上的一个散射中心,其坐标为 (x_p, y_p) 。

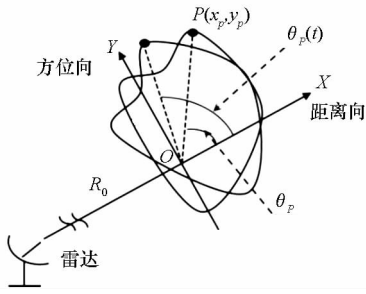


图 1 雷达系统几何关系

Fig. 1 ISAR geometry

定义 t 为慢时间, T_a 为相干处理间隔的长度, 其中 $0 \leq t \leq T_a$ 。在同一个相干处理间隔内, 目标的瞬时转动角度为 $\Delta\theta(t)$ 。据此, 定义雷达到散射点 P 的距离为

$$R_p(t) = R_0 + x_p \cos \Delta\theta(t) + y_p \sin \Delta\theta(t) \quad (1)$$

对 $\Delta\theta(t)$ 进行泰勒展开可得

$$\Delta\theta(t) = \omega t + \frac{1}{2} \alpha t^2 + \sigma(t^2) \quad (2)$$

式中, ω 和 α 分别为转动的角速度和角加速度, $\sigma(t^2)$ 表示高阶小项。在一个短的相干处理间隔中, 转角 $\Delta\theta(t)$ 很小, 所以式(1)可以近似表示为

$$R_p(t) \approx R_0 + x_p + y_p \Delta\theta(t) \quad (3)$$

雷达发射的线性调频信号可以表示为

$$s(\tau) = \text{rect}\left(\frac{\tau}{T_p}\right) \exp\left[j2\pi\left(f_c \tau + \frac{\gamma}{2} \tau^2\right)\right] \quad (4)$$

式中, $\text{rect}(\tau/T_p)$ 是矩形窗函数, T_p 是脉冲长度, τ 是快时间, f_c 是载波频率, γ 是线性调频的调制率。经过脉冲压缩, 散射点 $P(x_p, y_p)$ 反射的回波的复包络可以表示为

$$s_p(\tau, t) = B_p \text{rect}\left(\frac{t}{T_a}\right) \cdot \text{sinc}\left[T_p \gamma \left(\tau - \frac{2R_p(t)}{c}\right)\right] \cdot \exp\left(-j4\pi \frac{R_p(t)}{\lambda}\right) \quad (5)$$

式中, c 是光速, B_p 是散射点 P 的后向散射强度, λ 是信号的波长。在快时间维度, 不同的散射点的回波具有不同的时延长度。同时, 因为等效转动的半径不同, 不同的散射点也具有不同的转动多普勒。将式(2)和式(3)代入式(5), 可得

$$s_p(\tau, t) \approx B_p \text{sinc}\left[T_p \gamma \left(\tau - \frac{2(R_0 + x_p)}{c}\right)\right] \cdot \exp\left(-j4\pi \frac{(R_0 + x_p)}{\lambda}\right) \text{rect}\left(\frac{t}{T_a}\right) \cdot \exp\left[-j2\pi\left(f_p t + \frac{1}{2} \beta_p t^2\right)\right] \quad (6)$$

式中, $f_p = 2y_p \omega / \lambda$ 代表多普勒, $\beta_p = 2y_p \alpha / \lambda$ 代表多普勒变化率。在观测平面的第 n 个距离单元中, 假设有 K_n 个散射点, 将快时间 $\tau = 2(R_0 + x_p) / c$ 代入式(6)的回波信号表示中, 并且忽略相位中的常数项, 于是可以得到在第 n 个距离单元中所有散射点回波和的表达式

$$s_n(t) = \sum_{k=1}^{K_n} B_k \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{T_a}\right) \exp\left[-j2\pi\left(f_k t + \frac{1}{2} \beta_k t^2\right)\right] \quad (7)$$

分别定义多普勒采样间隔和时间采样间隔为 Δf_D 和 Δt , f_y 为脉冲重频。则距离单元总个数 $N = T_a / \Delta t$, 横向距离单元总个数 $M = f_y / \Delta f_D$ 。在第 n 个距离单元中, K_n 个散射点分布于 M 个横向距离单元中, 所以式(7)中的表达式可变为

$$s_n(t) = \sum_{k=1}^M B_k \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{T_a}\right) \exp\left[-j2\pi\left(f_k t + \frac{1}{2} \beta_k t^2\right)\right] \quad (8)$$

其中, K_n 个散射点对应的 B_k 取值为散射强度, 其他的 B_k 取值为 0。

在相干处理间隔很短的情况下, 式(8)中的二次项可以被忽略, 所以回波表达式可以简化为

$$s_n(t) = \sum_{k=1}^M B_k \text{rect}\left(\frac{t}{T_a}\right) \exp[-j2\pi f_k t] \quad (9)$$

在真实的成像雷达信号处理中, 回波由散射点反射的信号和环境噪声共同组成。所以在这种情况下, 式(9)中的信号模型应该变为

$$s_n(t) = \sum_{k=1}^M B_k \text{rect}\left(\frac{t}{T_a}\right) \exp[-j2\pi f_k t] + n(t) \quad (10)$$

在 ISAR 成像中, 当 $K_n \ll M$ 时, 就可以构造压缩感知问题模型来进行成像。

2 ISAR 成像中的协方差压缩感知方法

协方差压缩感知最先被用于波达方向 (Direction Of Arrival, DOA) 估计, 可以显著提高方向角估计谱的尖锐程度, 有效提高估计分辨力, 达到超分辨的效果^[12]。ISAR 成像可以被看作一个多普勒频率估计问题, 这与 DOA 估计类似, 二者都可以被视为频率估计问题。因此, 协方差压缩感知的方法同样可以被用于 ISAR 成像, 从而提高低信噪比条件下雷达成像质量。

协方差压缩感知 ISAR 算法主要分为以下几个步骤:

步骤 1: 构造压缩感知 ISAR 模型的矩阵表示

形式。定义离散时间间隔向量为 $\mathbf{t} = [1:N]^T \cdot \Delta t$, 离散的多普勒间隔向量为 $\mathbf{f}_D = [1:M]^T \cdot \Delta f_D$, 回波信号向量 \mathbf{s}_n 、等效散射强度向量 \mathbf{x}_n 、噪声向量 \mathbf{n} 可以分别表示为

$$\begin{cases} \mathbf{s}_n = [s_n(\mathbf{t}_1), s_n(\mathbf{t}_2), \dots, s_n(\mathbf{t}_N)]^T \\ \mathbf{x}_n = [B_1, B_2, \dots, B_M]^T \\ \mathbf{n} = [n(\mathbf{t}_1), n(\mathbf{t}_2), \dots, n(\mathbf{t}_N)]^T \end{cases} \quad (11)$$

同时,构造压缩感知观测矩阵 \mathbf{F}

$$\begin{cases} \mathbf{F} = [\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_M] \\ \mathbf{f}_m = [e^{-j2\pi f_D(m)t_1}, \dots, e^{-j2\pi f_D(m)t_N}]^T \end{cases} \quad (12)$$

最后将回波信号转化为矩阵表达形式

$$\mathbf{s}_n = \mathbf{F}\mathbf{x}_n + \mathbf{n} \quad (13)$$

步骤2:构造回波信号的相关矩阵 \mathbf{R} 。为了简化描述,后文中全部略去式中的下标。

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{s}\mathbf{s}^H] = \mathbf{F}\mathbf{P}\mathbf{F}^H + \mathbf{Q} \quad (14)$$

式中: $E[\cdot]$ 和 $(\cdot)^H$ 分别代表期望算子和共轭转置; \mathbf{P} 是等效散射强度的相关矩阵,表示为 $\mathbf{P} = E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H]$;假设环境噪声为高斯白噪声,则噪声协方差矩阵 $\mathbf{Q} = E[\mathbf{n}\mathbf{n}^H] = \text{diag}(\mathbf{w})$,其中 \mathbf{w} 是一个 $N \times 1$ 的单位噪声向量,所有元素值均为 σ^2 。

将相关矩阵 \mathbf{R} 按列表示,其中第 i 列可以表示为

$$\mathbf{r}_i = E[\mathbf{s}\mathbf{s}_i^H] = \mathbf{F}\mathbf{b}_i + \sigma^2 \mathbf{e}_i \quad (15)$$

式中, $\mathbf{b}_i = E[\mathbf{x}\mathbf{s}_i^H]$ 也是一个稀疏向量,其支撑集与 \mathbf{x} 一致, \mathbf{s}_i 代表接收信号 \mathbf{s} 中的第 n 个快拍,向量 \mathbf{e}_i 为 $N \times 1$ 列向量,其中只有第 i 个元素为1,其他全为0。

步骤3:是通过线性变换降低噪声对成像性能的影响。由式(15)可见, σ^2 只影响 \mathbf{r}_i 中的第 i 个元素,等式两边左乘变换矩阵 $\mathbf{J}_i = [e_1, \dots, e_{i-1}, e_{i+1}, \dots, e_N]^T$,可以将对应 \mathbf{r}_i 的噪声影响消除,并得到

$$\mathbf{t}_i = \mathbf{J}_i \mathbf{r}_i = \mathbf{J}_i \mathbf{F} \mathbf{b}_i, i = 1, 2, \dots, N \quad (16)$$

这样,将 \mathbf{b}_i 全部组合可以得到一个新的矩阵 \mathbf{B} 。对于 $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_M]$,每一列的稀疏结构相同。据此,可以构建一个新的稀疏向量 $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_0$ 的第 n 个元素 $\mathbf{b}_0(n)$ 可以表示为

$$\mathbf{b}_0(n) = \left(\sum_{m=1}^M \mathbf{B}(n, m)^2 \right)^{1/2} \quad (17)$$

向量 \mathbf{b}_0 与式(16)中的稀疏约束条件一致,所以可以采用稀疏恢复的方法进行图像恢复。

步骤4:求解压缩感知模型。在压缩感知中,式(16)中的问题可以由 l_0 范数最小化的算法来求解,其可以表示为

$$\begin{aligned} & \min \|\mathbf{b}_0\|_0 \\ & \text{s. t. } \mathbf{t}_i = \mathbf{J}_i \mathbf{F} \mathbf{b}_i, i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (18)$$

式中, $\|\cdot\|_0$ 表示 l_0 范数,其物理含义为稀疏向量 \mathbf{b}_0 中非零元素的个数。 l_0 范数直接表达了稀疏向量中的稀疏度。在压缩感知理论中,当观测矩阵满足限制等距性质(Restricted Isometry Property, RIP)且噪声能量相对小时,式(18)中的最小化问题是有唯一解的^[13]。然而,当噪声较大时,该问题就转化为NP难(NP-hard)问题。这时,需要进行相应的松弛,而 l_1 范数最小化就是一个良好的松弛等效

$$\begin{aligned} & \min \|\mathbf{b}_0\|_1 \\ & \text{s. t. } \mathbf{t}_i = \mathbf{J}_i \mathbf{F} \mathbf{b}_i, i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (19)$$

式(19)中的最小化问题可以通过凸优化工具箱进行求解。本文采用了MATLAB环境下的CVX^[14]工具箱进行求解,具体步骤不再赘述。

3 协方差压缩感知方法成像结果与性能

为了验证协方差压缩感知ISAR算法的有效性,采用图2中美国学者Chen提出的飞机散射点模型进行算法性能仿真^[5]。目标的等效转动角速度为 $8.25^\circ/\text{s}$ 。ISAR系统的参数设置如下:信号带宽400 MHz、载频5520 MHz,对应计算得到的距离向分辨率为0.375 m。雷达信号发射重频为400 Hz,雷达接收机的采样频率为10 MHz。



图2 米格-25 散射点模型
Fig. 2 Scattering model of MIG-25

3.1 协方差压缩感知ISAR图像结果

为了验证不同信噪比条件下的算法成像结果,分别选取信噪比SNR为-2 dB和20 dB条件下的回波信号进行比较,积累数据长度为64,对应的合成孔径时间 $T_A = 0.16$ s。同时,为了验证不同观测时间条件下的成像结果,分别选取32点数据和64点数据进行成像积累(对应的观测时间分别为 $T_A = 0.08$ s和 $T_A = 0.16$ s),回波信号信噪比为20 dB。所有实验中,单个快拍数据长度均取整个合成孔径时间长度的20%。实验分别采用协方差压缩感知算法、传统压缩感知算法和距离多普勒算法对目标进行成像。

实验一共得到了图 3 中的 9 组成像结果。首先,分析相同观测时间下不同信噪比得到的成像结果:图 3(a)、图 3(d)表明,无论环境噪声强弱,采用协方差压缩感知算法进行 ISAR 成像都能得到目标清晰的雷达成像结果;而图 3(b)、图 3(e)对比则表明了传统压缩感知 ISAR 成像在环境噪声强度较大时,成像结果恶化较为严重;同样,采用距离多普勒算法也具有这一问题。在图 3(c)、图 3(f)的结果中,还体现了距离多普勒算法的另一缺陷,就是当观测时间较短时,目标成像结果会出现一定的散焦,这对成像结果的质量有着相当的影响,在相同信噪比不同观测时间的实验,即图 3(f)与

图 3(i)的对比中也可以看出,当观测时间进一步缩短时,距离多普勒算法的散焦情况更为严重。另外,通过对比图 3(d)、图 3(e)、图 3(g)、图 3(h)可以发现,当观测时间进一步缩短时,传统压缩感知算法的噪点会变多,但是观测时间变短对本文所提算法的结果影响不大。通过分析可以知道,当采用协方差压缩感知算法时,通过处理噪声协方差矩阵,回波信号中的噪声对成像质量的影响变小,一方面可以提高低信噪比条件下成像质量;另一方面,当观测时间短,传统压缩感知算法中观测矩阵无法很好地匹配恢复条件时,通过协方差压缩感知的方法,也能一定程度提高雷达图像恢复的质量。

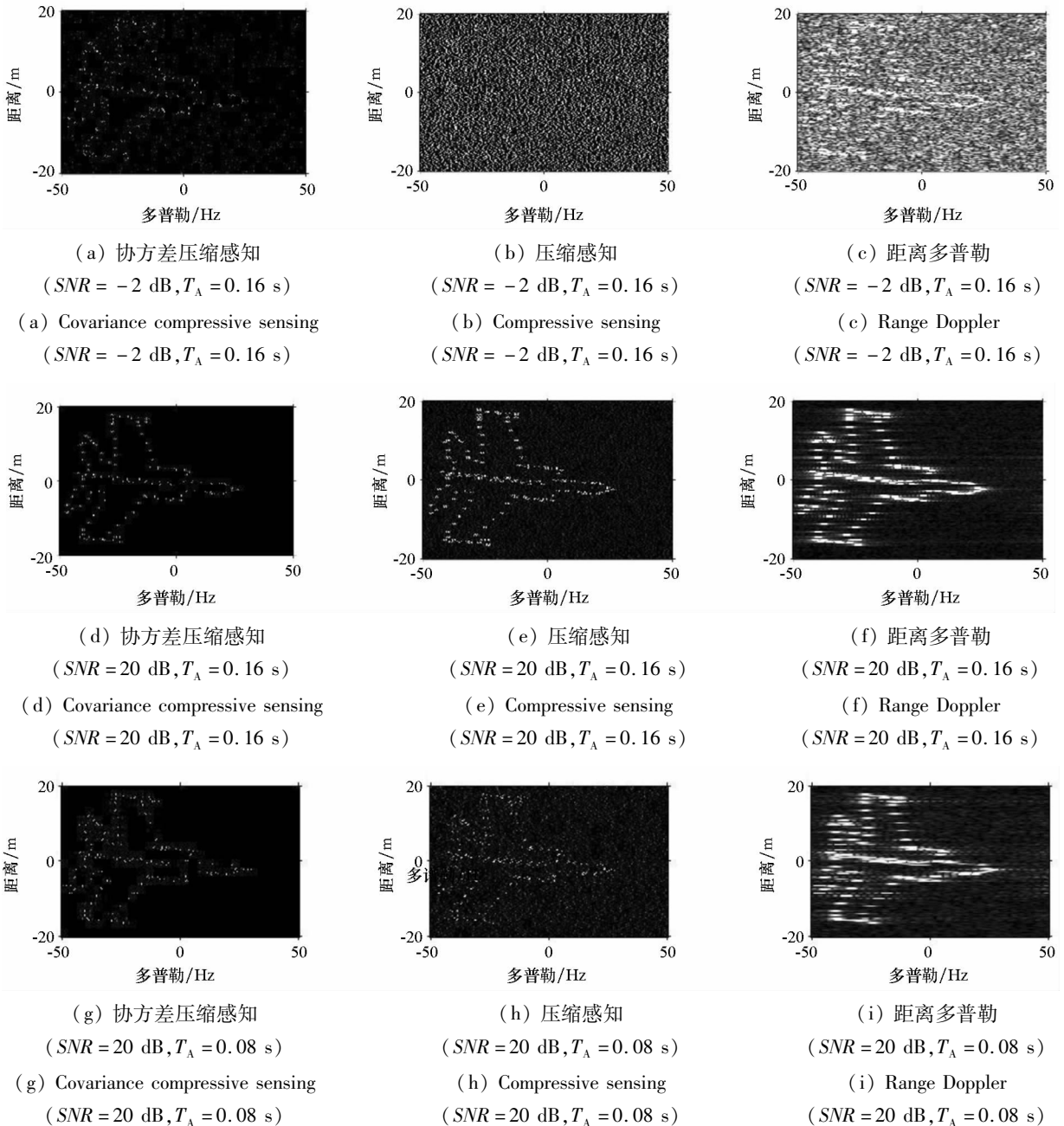


图 3 不同观测时间下不同算法的成像结果对比

Fig. 3 Image results by different algorithms with different observing time

3.2 协方差压缩感知 ISAR 性能比较

为了展示协方差压缩感知算法的优势,引入目标背景比(Target-to-Background Ratio, TBR)和背景噪声强度(Background Noise, BNoise)两个图像指标。

目标背景比是代表目标的强散射点总能量与背景噪声总能量的比值。其数学表达式为

$$TBR = 10\lg\left(\frac{\sum_{k \in T} |I(k)|^2}{\sum_{k \in B} |I(k)|^2}\right) \quad (20)$$

式中, T 和 B 分别代表目标散射点的支撑集和背景散射点的支撑集, I 为 ISAR 成像图像, k 为散射点的数字编号。目标背景比是一个评价图像清晰度和恢复质量的重要指标。

背景噪声强度为背景噪声的总功率大小,其数学表达式为

$$BNoise = 10\lg\left(\sum_{k \in B} |I(k)|^2\right) \quad (21)$$

背景噪声强度展示了稀疏恢复中恢复错误的散射点和背景噪声的影响。在一副成像质量良好的 ISAR 图像中,高的目标背景比和低的背景噪声是必不可少的。

图4和图5的实验分别对比了从-5 dB到20 dB不同回波信噪比下,协方差压缩感知、传统压缩感知和距离多普勒三种算法成像结果的目标背景比和背景噪声能量的大小,观测数据量为64点(对应观测时间长度为0.16 s),采用10次蒙特卡洛仿真并求平均得到了三条曲线。由于在0 dB条件下,传统压缩感知和距离多普勒已经无法成像,所以这两条曲线中不包含该条件下的结果。由图4和图5可以看出,在比较的所有回波信噪比条件下,在-5 dB至0 dB的范围内,协方差压缩感知算法仍能成像,而且目标背景比的性能都

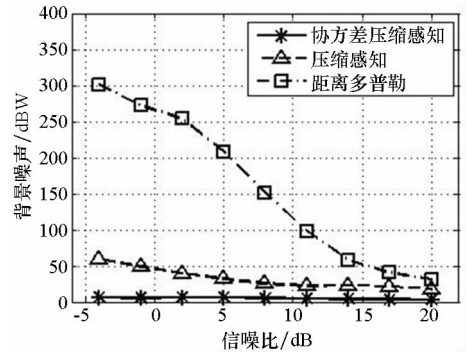


图5 不同信噪比回波信号条件下三种算法的背景噪声功率比较

Fig. 5 $BNoise$ comparison among different algorithms at different echo SNRs

比较好,噪声能量也都小于两种传统算法。在高于0 dB的比较区间内,协方差压缩感知算法成像结果的目标背景比都比传统压缩感知算法和距离多普勒算法高8 dB以上。在背景噪声功率的比较中,随着信噪比的增高,尽管传统压缩感知方法和距离多普勒方法的背景噪声在不断降低,但是在比较区间内,本文提出的方法仍具有最好的性能。

图6和图7的实验分别对比了不同观测时间条件下,协方差压缩感知、传统压缩感知和距离多普勒三种算法成像结果的目标背景比和背景噪声能量的大小。实验的回波信噪比为5 dB,对比观测时间为0.05 s至0.3 s,采用10次蒙特卡洛仿真并求平均得到了三条性能曲线。在图6及图7中,随着观测时间的增加,距离多普勒算法的散焦程度降低,背景噪声能量减小,目标背景比增加;传统压缩感知方法则随着观测时间增加,观测矩阵更加完备,促使恢复结果变好,背景噪声能量减小,目标背景比增加。尽管两种传统方法的性能随着观测时

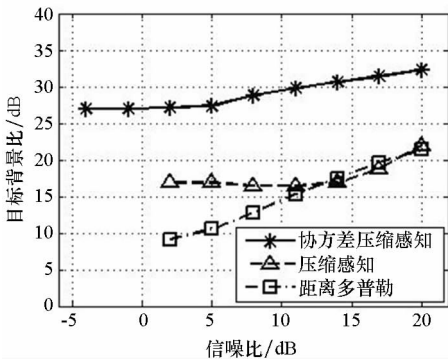


图4 不同信噪比回波信号条件下三种算法的目标背景比结果比较

Fig. 4 TBR comparison among different algorithms at different echo SNRs

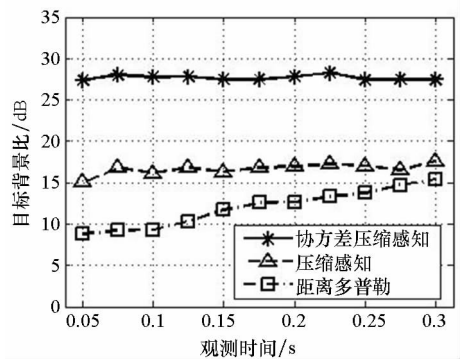


图6 不同观测时间条件下三种算法的目标背景比结果比较

Fig. 6 TBR comparison among different algorithms with different numbers of data pulses

间的增加在逐渐变好,但是本文提出的协方差压缩感知算法成像结果的目标背景比仍然比两者高 7 dB 以上,背景噪声功率也是三者最低的。

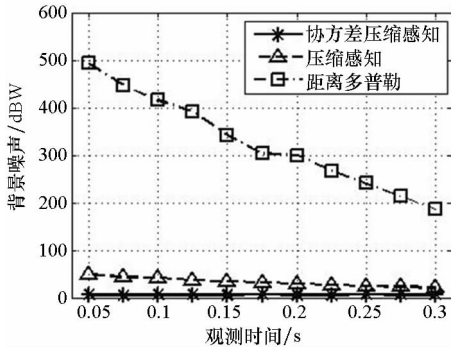


图 7 不同观测时间条件下三种算法的背景噪声功率结果比较

Fig.7 BNoise comparison among different algorithms with different numbers of data pulses

综上,通过实验对比,协方差压缩感知 ISAR 算法有着比传统方法更好的成像性能。

4 结论

本文提出了一种基于回波相关矩阵的协方差压缩感知 ISAR 成像方法。该方法利用 ISAR 回波数据的稀疏性,构建了雷达稀疏信号模型。通过等价的矩阵表述,该方法构建基于回波相关矩阵的压缩感知问题模型,并通过特定线性变换降低回波噪声对成像性能的影响,最终完成对低信噪比条件下短观测时间 ISAR 成像。在低信噪比及观测数据量受限的条件下,该方法可以获得比传统压缩感知算法及距离多普勒雷达成像算法分辨率更高、噪声更低的目标雷达成像结果,且目标背景比和背景噪声能量两个成像指标的性能同样优于传统压缩感知算法。因此,协方差压缩感知 ISAR 方法具有更好的成像性能。

参考文献 (References)

[1] 保铮, 邢孟道, 王彤. 雷达成像技术 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.
BAO Zheng, XING Mengdao, WANG Tong. Radar imaging technology [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005. (in Chinese)

[2] Zhang L, Xing M D, Qiu C W, et al. Achieving higher resolution ISAR imaging with limited pulses via compressed sampling [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2009, 6(3): 567-571.

[3] Zhang L, Xing M D, Qiu C W, et al. Resolution enhancement for inversed synthetic aperture radar imaging under low SNR via improved compressive sensing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2010, 48(10): 3824-3838.

[4] Zhang L, Wang H X, Qiao Z J. Resolution enhancement for ISAR imaging via improved statistical compressive sensing[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2016, 2016(1): 80.

[5] Li G, Zhang H, Wang X Q, et al. ISAR 2-D imaging of uniformly rotating targets via matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(2): 1838-1846.

[6] Rao W, Li G, Wang X Q, et al. Adaptive sparse recovery by parametric weighted L₁ minimization for ISAR imaging of uniformly rotating targets [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations & Remote Sensing, 2013, 6(2): 942-952.

[7] Chen Y J, Zhang Q, Luo Y, et al. Measurement matrix optimization for ISAR sparse imaging based on genetic algorithm [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2016, 13(12): 1875-1879.

[8] Wang F, Eibert T F, Jin Y Q. Simulation of ISAR imaging for a space target and reconstruction under sparse sampling via compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2015, 53(6): 3432-3441.

[9] Cai T T, Wang L, Xu G. Stable recovery of sparse signals and an oracle inequality [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(7): 3516-3522.

[10] Chen V C, Martorella M. Inverse synthetic aperture radar imaging: principles, algorithms and applications [M]. USA: SciTech, 2014: 303.

[11] 邢孟道, 保铮. 一种逆合成孔径雷达成像包络对齐的新方法[J]. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2000, 27(1): 93-96.
XING Mengdao, BAO Zheng. A new method for the range alignment in ISAR imaging[J]. Journal of Xidian University (Natural Science), 2000, 27(1): 93-96. (in Chinese)

[12] He Z Q, Shi Z P, Huang L. Covariance sparsity-aware DOA estimation for nonuniform noise [J]. Digital Signal Processing, 2014, 28: 75-81.

[13] Candès E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing [J]. Comptes Rendus Mathématique, 2008, 346(9/10): 589-592.

[14] CVX Research, Inc. CVX: Matlab software for disciplined convex programming, version2.0 [DB/OL]. (2013-12-10)[2017-02-18]. <http://cvxr.com/cvx>.