

欠驱动无人艇自适应滑模航迹跟踪控制*

陈霄,周德超,刘忠,张建强,王激
(海军工程大学兵器工程学院,湖北武汉 430000)

摘要:为便于航迹跟踪控制器设计和分析,引入坐标变换,建立典型的欠驱动无人艇数学模型;建立以航迹上自由点为原点的 Serret-Frenet 坐标系,实现对航迹跟踪误差变量的描述;通过将航迹参数的更新律作为一附加控制输入,实现了无人艇航迹跟踪控制系统由欠驱动向全驱动控制的转变,并利用改进视线导引算法实现了对无人艇位置的跟踪控制;考虑海流等外界扰动的影响,采用滑模自适应技术分别设计了无人艇航向和航速控制算法,实现了对航向角、纵向速度跟踪误差的镇定;基于李雅普诺夫理论和级联系统理论证明了航迹跟踪控制系统的一致半全局指数和一致全局渐进稳定性。仿真结果表明:所提出的控制算法可在一定程度上处理海流等外界扰动,跟踪效果良好,并且克服了角速度持续激励问题,能够同时实现对直线和曲线航迹的跟踪。

关键词:无人艇;航迹跟踪;滑模自适应;级联系统;稳定性分析

中图分类号:TP242 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2018)03-127-08

Adaptive sliding-mode trajectory tracking control of underactuated unmanned surface vessels

CHEN Xiao, ZHOU Dechao, LIU Zhong, ZHANG Jianqiang, WANG Lian

(School of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430000, China)

Abstract: In order to facilitate the design and analysis of the tracking controller, coordinate transformation was introduced to establish a typical underactuated USV mathematical model. The Serret-Frenet coordinate system was established to describe the tracking error variables. Then, considering the underactuated system, the updated law of the tracking parameters was taken as the additional input of control, the tracking control of the USV position was realized by using the improved line-of-sight guidance algorithm. In view of the disturbance such as ocean current and so on, the adaptive sliding mode technique was used to design the heading and speed tracking control law, respectively, which realizes the stabilization of heading error and longitudinal velocity tracking error. Based on Lyapunov and cascade theory, the uniformly global asymptotic and semiglobal exponential stability of the tracking control system was proved. The simulation results show that the proposed control algorithm can deal with the disturbance such as ocean currents to a certain extent, and the tracking effect is good. Moreover, it overcomes the continuous excitation of angular velocity and can track the straight and curved line at the same time.

Key words: unmanned surface vessels; trajectory tracking; adaptive sliding-mode; cascade system; analysis of stability

航迹跟踪是无人艇(Unmanned Surface Vessels, USV)完成各项使命任务的关键技术之一,定义为USV在控制系统的驱动下,从任意初始位置出发,驶入预先设定的期望航线,并沿此航线最终到达指定位置,根据有无时间约束,可分为轨迹和路径跟踪^[1]。由于USV仅有纵荡和艏摇两个方向的驱动力(矩),在横荡方向不存在直接驱动力,因而是一个典型的欠驱动系统^[2]。

视线(Line Of Sight, LOS)制导方法作为一种经典有效的导航算法,广泛应用于欠驱动USV的

航迹跟踪控制中^[1,3-9],其根据无人艇的实际位置与期望位置的误差计算到达期望航迹上所需的航向角,并实时高效地将航向角传递给控制层,控制层通过应用先进的控制算法从而实现对无人艇航向、航速的跟踪控制以及位置误差的镇定。文献[3]基于惯性矩阵和阻尼矩阵均为非对角型的船舶模型,通过坐标变换将转舵控制与船舶横向运动解耦,在不考虑外界环境干扰的情况下,利用视线导引策略结合反馈控制思想,实现了对无人艇的航迹跟踪控制,并证明了控制系统的全局 k

* 收稿日期:2017-04-20

基金项目:国家部委基金资助项目(9140A01010415JB11002)

作者简介:陈霄(1990—),男,山东德州人,博士研究生,E-mail:liuzh531@163.com;

周德超(通信作者),男,副教授,博士,硕士生导师,E-mail:15623115746@163.com

指数稳定。文献[4]同样在忽略外界扰动的情
况下,基于 LOS 导引策略和动态反馈线性化思
想设计并实现了水面船的路径跟踪控制系统,
证明了当控制目标实现时,系统一致半全局指
数稳定(Uniformly SemiGlobal Exponential Stable,
USGES)。相比全局渐进稳定性,它具有更快的收
敛速度和更强的鲁棒性。为克服海流等外界环境
扰动对 LOS 制导下路径跟踪控制的影响,文
献[5]考虑缓慢变化海流扰动下的欠驱动 USV 直
线航迹跟踪问题,首先分别基于相对和绝对运动
速度建立了 USV 数学模型,之后提出了一种新的
积分视线(Integral Line-Of-Sight, ILOS)导引算法,
并结合滑模自适应算法,实现了欠驱动 USV 的直
线航迹跟踪,并证明了控制系统的一致全局渐进
稳定性(Uniformly Globally Asymptotic Stable,
UGAS)。文献[6-7]仅基于相对运动速度对无
人艇的数学模型进行重新定义,并基于积分视线
导引策略和动态反馈线性化思想,实现了缓慢时
变海流干扰下 USV 的自主直线航迹跟踪控制和
海流观测器的设计,但并未考虑更为一般的曲线
路径跟踪问题。文献[8]利用增量比例、积分、微
分(Proportional-Integral-Differential, PID)、模糊
PID 等控制算法实现了海流环境下欠驱动 USV
的直线路径控制,实验证明所采用的控制算法可
有效抵抗外界海流扰动,具有一定的鲁棒性,同
样未考虑曲线路径跟踪问题。文献[9]设计了一
种参数在线优化的欠驱动 USV 路径跟踪自抗扰
控制器,自抗扰控制器的参数采用混沌局部搜索
策略的双种群遗传算法,实现了存在海流扰动及
模型参数摄动下的直线和曲线路径跟踪控制,但
并未给出闭环控制系统的稳定性分析。以上文
献通常采用严格对称的 USV 数学模型,建模误
差较大;存在外界干扰时,通常将风、浪、流和未
建模动态一同看成 USV 动力学上的扰动,忽略海
流对 USV 运动学上的影响;此外,多数基于 LOS
制导律的跟踪控制器不能同时满足直线和曲线
航迹跟踪控制。

针对以上问题,本文基于级联系统理论设计
了一种考虑海流等外界扰动存在下的欠驱动
USV 航迹跟踪控制系统。

1 USV 数学模型和问题描述

1.1 USV 运动建模

无人艇水平面内三自由数学模型为:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{R}(\boldsymbol{\psi}) \mathbf{v}$$

$\mathbf{M}_{RB} \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) \mathbf{v} + \mathbf{M}_A \dot{\boldsymbol{\psi}} + \mathbf{C}_A(\boldsymbol{\psi}, \mathbf{v}) \boldsymbol{\psi} + \mathbf{D}(\boldsymbol{\psi}, \mathbf{v}) \mathbf{v} = \mathbf{B} \mathbf{f}$
式中各变量的表达式可参见文献[10]。此外,
 $\mathbf{v}_c = [u_c, v_c, 0]^T$ 和 $\mathbf{V}_c = [V_x, V_y, 0]^T$ 分别为船
体和惯性坐标系下有界无旋的海流速度,即
 $\exists V_c > 0$, 使 $|\mathbf{V}_c| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \leq V_c$ 且 $\dot{\mathbf{V}}_c = \mathbf{0}$ 。

1.2 模型坐标变换

参考文献[10]中坐标变换的方式,将坐标原
点变换到 USV 的枢心 (\bar{x}, \bar{y}) 处,结果为:

$$\dot{\bar{x}} = u \cos \psi - \bar{v} \sin \psi \quad (1)$$

$$\dot{\bar{y}} = u \sin \psi + \bar{v} \cos \psi \quad (2)$$

$$\dot{\psi} = r$$

$$\dot{u} = F_u(u, v, r) + \boldsymbol{\Phi}_u^T(\boldsymbol{\psi}, r) \boldsymbol{\theta}_u + \tau_u \quad (3)$$

$$\dot{v} = X(u_r, u_c) r + Y(u_r) v_r$$

$$\dot{r} = F_r(u_r, v_r, r) + \boldsymbol{\Phi}_r^T(u, v, r, \boldsymbol{\psi}) \boldsymbol{\theta}_r + \tau_r \quad (4)$$

其中, $F_u(u, v, r)$ 、 $\boldsymbol{\Phi}_u(\boldsymbol{\psi}, r)$ 、 $\boldsymbol{\theta}_u$ 、 $\boldsymbol{\theta}_r$ 、 $X(u_r, u_c)$ 、
 $F_r(u, v, r)$ 的表达式可参见文献[10], τ_u 和 τ_r 为
变换后的前向推力和转舵力矩

$$\begin{bmatrix} \tau_u \\ \tau_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{b_{11}}{m_{11}} & 0 \\ 0 & \frac{m_{22} b_{32} - m_{23} b_{22}}{m_{22} m_{33} - m_{23}^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ \delta \end{bmatrix} \quad (5)$$

1.3 问题描述

假设期望航迹 $\mathbf{P}(\boldsymbol{\omega})$ 由一系列航路点
 $[x_d(\boldsymbol{\omega}), y_d(\boldsymbol{\omega})]^T$ 相连而成, $\boldsymbol{\omega} > 0$ 为航迹参数变
量。航迹跟踪问题可描述为:在海流等外界扰动
下,设计导引算法和合适的控制输入,使从任意初
始位置、状态出发的 USV 以期望速度航行,且位置
最终收敛到 $\mathbf{P}(\boldsymbol{\omega})$ 上。故控制目标表示为:
 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\bar{x} - x_d) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} (\bar{y} - y_d) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} (u - u_d) = 0$ 。

2 USV 航迹跟踪误差模型

本节基于 Serret-Frenet 坐标系描述航迹跟踪
误差,如图 1 所示。该坐标系的原点为 $\mathbf{P}(\boldsymbol{\omega})$
上的自由点,横轴 Y_p 沿 $\mathbf{P}(\boldsymbol{\omega})$ 的法线向右侧方
向,纵轴 X_p 沿 $\mathbf{P}(\boldsymbol{\omega})$ 的切线向前方向。大地坐标
系 $\{i\}$ 的纵轴 X 与 X_p 轴间的夹角为 $\boldsymbol{\psi}_p(\boldsymbol{\omega})$, 即航迹
的方位角 $\boldsymbol{\psi}_p(\boldsymbol{\omega}) = \arctan(y'_d(\boldsymbol{\omega}), x'_d(\boldsymbol{\omega})) \in$
 $(-\pi, \pi)$ 。

由式(1)和式(2)得:

$$\dot{\bar{\mathbf{p}}}_b = \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}} \\ \dot{\bar{y}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \bar{v} \end{bmatrix} = \mathbf{H}(\boldsymbol{\psi}) \begin{bmatrix} u \\ \bar{v} \end{bmatrix} \quad (6)$$

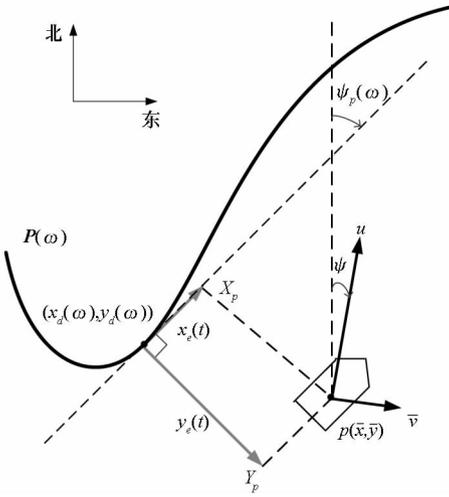


图1 USV 航迹跟踪示意图

Fig. 1 Path-tracking diagram of the underactuated USV

参考式(6),期望航迹上自由点的运动为:

$$\dot{P}(\omega) = H(\psi_p(\omega)) \begin{bmatrix} u_{pd} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$u_{pd} = \dot{\omega} \sqrt{x_d^2(\omega) + y_d^2(\omega)} \quad (8)$$

式(7)中, $[u_{pd}, 0]^T$ 为航迹自由点的期望速度。因此,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \end{bmatrix} = H^T(\psi_p(\omega)) [\bar{P}_b - P(\omega)] \quad (9)$$

式中, x_e 和 y_e 分别为纵向和横向位置误差。

定义纵向速度、航向角及角速度跟踪误差:

$$u_e = u - u_d, \quad \psi_e = \psi - \psi_d, \quad r_e = \dot{\psi}_e = r - r_d$$

为克服 $u=0$ 时的奇异问题,对漂角重新定义:

$$\beta_d = \arctan(\bar{v}/u_d)$$

对式(9)微分,得:

$$\dot{x}_e = -u_{pd} + r_p(\omega)y_e + u_e \cos(\psi - \psi_p(\omega)) + U_d \cos(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d) + U_d \gamma_x \psi_e \quad (10)$$

$$\dot{y}_e = -r_p(\omega)x_e + U_d \sin(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d) + u_e \sin(\psi - \psi_p(\omega)) + U_d \gamma_y \psi_e \quad (11)$$

其中, $r_p(\omega) = \frac{d\psi_p(\omega)}{d\omega} \dot{\omega}$ 为航迹方位角速度;

$U_d = \sqrt{u_d^2 + \bar{v}^2} \geq u_d > 0$; γ_x 和 γ_y 的表达式分别为:

$$\gamma_x = \frac{\cos\psi_e - 1}{\psi_e} \cos(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d) +$$

$$\frac{\sin\psi_e}{\psi_e} \sin(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d)$$

$$\gamma_y = \frac{\cos\psi_e - 1}{\psi_e} \sin(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d) +$$

$$\frac{\sin\psi_e}{\psi_e} \cos(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d)$$

显然, $\left| \frac{\cos(\psi_e) - 1}{\psi_e} \right| < 0.73$, $\left| \frac{\sin\psi_e}{\psi_e} \right| \leq 1$,

故有:

$$|\gamma_x| \leq \left| \frac{\cos\psi_e - 1}{\psi_e} \right| |\cos(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d)| +$$

$$\left| \frac{\sin\psi_e}{\psi_e} \right| |\sin(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d)| \leq 1.73$$

$$|\gamma_y| \leq \left| \frac{\cos\psi_e - 1}{\psi_e} \right| |\sin(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d)| +$$

$$\left| \frac{\sin\psi_e}{\psi_e} \right| |\cos(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d)| \leq 1.73$$

即函数 γ_x 和 γ_y 有界,且上界均为 $c=1.73$ 。

根据式(3)、式(4)、式(10)和式(11),可得:

系统 $\sum 1$:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{y}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -u_{pd} + r_p(\omega)y_e + U_d \cos(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d) \\ -r_p(\omega)x_e + U_d \sin(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\psi - \psi_p(\omega)) & U_d \gamma_x & 0 \\ \sin(\psi - \psi_p(\omega)) & U_d \gamma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_e \\ \psi_e \\ \dot{\psi}_e \end{bmatrix} = \sum 1_n + \mathbf{g}(t, e, \xi) \cdot [u_e, \psi_e, \dot{\psi}_e]^T \quad (12)$$

系统 $\sum 2$:

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_e \\ \dot{\psi}_e \\ \ddot{\psi}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_u(u, v, r) + \Phi_u^T(\psi, r)\theta_u + \tau_u - \dot{u}_d \\ r - \dot{\psi}_d \\ F_r(u, v, r) + \Phi_r^T(u, v, r, \psi)\theta_r + \tau_r - \ddot{\psi}_d \end{bmatrix} \quad (13)$$

因此系统 $\sum 1$ 可看作是其标称系统 $\sum 1_n$ 受到了系统 $\sum 2$ 输出的扰动。

3 控制器设计

分析以上误差模型,依据级联系统理论,将跟踪控制问题分为位置误差系统 $\sum 1_n$ 镇定;航向角、纵向速度误差系统 $\sum 2$ 镇定;航迹跟踪系统的稳定性证明三个部分。

3.1 位置误差镇定

选取 Lyapunov 函数:

$$V_1(t, \mathbf{e}) = \frac{1}{2}(x_e^2 + y_e^2), x_e \neq 0, y_e \neq 0 \quad (14)$$

对式(14)微分并将其代入式(10)~(11)得:

$$\dot{V}_1(t, \mathbf{e}) = x_e U_d [\cos(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d) - 1] + y_e U_d \sin(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d) - x_e (u_{pd} - U_d) \quad (15)$$

为镇定误差 x_e , 选取航迹上自由点的速度为:

$$u_{pd} = U_d + k_x x_e \quad (16)$$

式中, k_x 为正常数。

故由式(8)可得:

$$\dot{\omega} = \frac{U_d + k_x x_e}{\sqrt{x_d'^2(\omega) + y_d'^2(\omega)}} \quad (17)$$

为镇定误差 y_e , 设计如下改进 ILOS 导引算法。

$$\begin{cases} \psi_d = \psi_p(\omega) + \arctan(-y_e/\Delta(t)) - \beta_d \\ \Delta(t) = (\Delta_{\max} - \Delta_{\min})e^{-\sigma y_e^2} + \Delta_{\min} \end{cases} \quad (18)$$

其中: $\Delta(t)$ 为时变前视距离, 通常为实际船长的 2~15 倍; σ 为正常数; Δ_{\max} , Δ_{\min} 分别为 $\Delta(t)$ 的最大和最小值。

将式(16)和式(18)代入式(15), 得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t, \mathbf{e}) = & -k_x x_e^2 - \frac{U_d}{\sqrt{y_e^2 + \Delta^2(t)}} y_e^2 + \\ & x_e U_d [\cos(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d) - 1] \end{aligned} \quad (19)$$

由高等数学中相关的不等式定理可知

$$\begin{aligned} |\cos(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d) - 1| & \leq |\sin(\psi_d - \psi_p(\omega) + \beta_d)|, \\ \dot{V}_1(t, \mathbf{e}) & \leq -k_x x_e^2 + \frac{U_d}{\sqrt{y_e^2 + \Delta^2(t)}} |x_e| |y_e| - \frac{U_d}{\sqrt{y_e^2 + \Delta^2(t)}} y_e^2 \end{aligned}$$

当 k_x 满足:

$$k_x > U_d/\Delta(t) \quad (20)$$

时, 有

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \left(k_x x_e^2 - 2 \frac{U_d/\Delta(t)}{\sqrt{(y_e/\Delta(t))^2 + 1}} |x_e| |y_e| + \frac{U_d/\Delta(t)}{\sqrt{(y_e/\Delta(t))^2 + 1}} y_e^2 \right) \\ & \leq -\frac{1}{2} \left(\sqrt{k_x} |x_e| - \frac{\sqrt{U_d/\Delta(t)}}{\sqrt{(y_e/\Delta(t))^2 + 1}} |y_e| \right)^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

将式(20)~(21)代入式(15), 得:

$$\dot{V}_1(t, \mathbf{e}) \leq -\frac{1}{2} k_x x_e^2 - \frac{1}{2} \frac{U_d}{\sqrt{y_e^2 + \Delta^2(t)}} y_e^2 \leq 0 \quad (22)$$

3.2 航向角、纵向速度误差镇定

考虑滑模控制具有强鲁棒性、收敛快等优点, 故本节采用该方法设计实现 USV 航向角和纵向速度控制算法。同时, 设计自适应观测器实时估计并补偿海流扰动。首先进行航向控制算法的设计, 取滑模面:

$$S_1 = k_\psi \psi_e + \dot{\psi}_e \quad (23)$$

式中, k_ψ 为正常数。对式(23)微分, 并由式(13)得:

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 = & k_\psi (r - \dot{\psi}_d) + F_r(u_r, v_r, r) + \\ & \Phi_r^T(u, v, r, \psi) \theta_r + \tau_r - \ddot{\psi}_d \end{aligned} \quad (24)$$

定义 $\tilde{\theta}_r = \theta_r - \hat{\theta}_r$ 为海流扰动项的估计误差。

取 Lyapunov 函数:

$$V_2 = \frac{1}{2} S_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_r^T \tilde{\theta}_r > 0, S_1 \neq 0, \tilde{\theta}_r \neq 0 \quad (25)$$

对式(25)微分, 并将其代入式(24), 得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & S_1 [k_\psi (r - \dot{\psi}_d) + F_r(u_r, v_r, r) + \\ & \Phi_r^T(u, v, r, \psi) \theta_r + \tau_r - \ddot{\psi}_d] - \tilde{\theta}_r^T \dot{\tilde{\theta}}_r \end{aligned} \quad (26)$$

设计航向跟踪控制律:

$$\begin{aligned} \tau_r = & -k_\psi (r - \dot{\psi}_d) - F_r(u_r, v_r, r) - \Phi_r^T(u, v, r, \psi) \cdot \\ & \hat{\theta}_r + \ddot{\psi}_d - k_{S1} S_1 - k_{sg1} \operatorname{sgn}(S_1) \end{aligned} \quad (27)$$

式中, k_{S1} , k_{sg1} 为正常数。

将式(27)代入式(26), 得:

$$\dot{V}_2 = -k_{S1} S_1^2 - k_{sg1} |S_1| + \Phi_r^T(u, v, r, \psi) \tilde{\theta}_r S_1 - \tilde{\theta}_r^T \dot{\tilde{\theta}}_r \quad (28)$$

设计自适应控制律:

$$\dot{\hat{\theta}}_r = \Phi_r(u, v, r, \psi) S_1 \quad (29)$$

将式(29)代入式(28), 得:

$$\dot{V}_2 = -k_{S1} S_1^2 - k_{sg1} |S_1| \leq 0 \quad (30)$$

然后进行纵向速度控制律的设计。取积分型一阶指数滑模面:

$$S_2 = u_e + k_u \int_0^t u_e(\tau) d\tau \quad (31)$$

式中, k_u 为正常数。

对式(31)微分, 并由式(13), 得:

$$\dot{S}_2 = k_u u_e + F_u(u, v, r) + \Phi_u^T(\psi, r) \theta_u + \tau_u - \dot{u}_d \quad (32)$$

定义 $\tilde{\theta}_u = \theta_u - \hat{\theta}_u$ 为海流扰动项的估计误差。

取 Lyapunov 函数:

$$V_3 = \frac{1}{2} S_2^2 + \tilde{\theta}_u^T \tilde{\theta}_u > 0, S_2 \neq 0, \tilde{\theta}_u \neq 0 \quad (33)$$

对式(33)微分, 并将其代入式(32), 得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & S_2 [k_u u_e + F_u(u, v, r) + \\ & \Phi_u^T(\psi, r) \theta_u + \tau_u - \dot{u}_d] - \tilde{\theta}_u^T \dot{\tilde{\theta}}_u \end{aligned} \quad (34)$$

设计纵向速度控制律和自适应控制律:

$$\begin{aligned} \tau_u = & -k_u u_e - F_u(u, v, r) - \Phi_u^T(\psi, r) \hat{\theta}_u + \\ & \dot{u}_d - k_{S2} S_2 - k_{sg2} \operatorname{sgn}(S_2) \end{aligned} \quad (35)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_u = \Phi_u(\psi, r) S_2 \quad (36)$$

其中, k_{S2} 和 k_{sg2} 为正常数。

将式(35)~(36)代入式(34), 得:

$$\dot{V}_3 = -k_{S2} S_2^2 - k_{sg2} |S_2| \leq 0$$

3.3 控制系统的稳定性证明

根据级联系统理论, 依次给出位置误差系统

$\sum 1_n$, 航向角、纵向速度误差系统 $\sum 2$ 和整个闭环控制系统 $\sum 1 - \sum 2$ 的稳定性证明。

引理 1 取航迹参数更新式(17), 期望航向角式(18), 当参数满足式(20) 时, 系统 $\sum 1_n$ 在 $(x_e, y_e) = (0, 0)$ 点处一致半全局指数稳定。

证明: 当满足 $U_d = \sqrt{u_d^2 + \bar{v}^2} \geq u_d > 0$ 时, 式(22) 负定, 因此系统 $\sum 1_n$ 在其 $(x_e, y_e) = (0, 0)$ 处一致全局渐进稳定, 且 $\forall t \geq t_0, |x_e(t)| \leq |x_e(t_0)|, |y_e(t)| \leq |y_e(t_0)|$ 。定义: $\Gamma(t, \mathbf{e}) = U_d / \sqrt{y_e^2 + \Delta^2(t)}$, 对于每一个 $\mu > 0$ 和所有的 $\|\mathbf{e}\| \leq \mu$, 有:

$$\Gamma(t, \mathbf{e}) = \frac{U_d}{\sqrt{y_e^2 + \Delta^2(t)}} \geq \frac{u_d}{\sqrt{\mu^2 + \Delta_{\max}^2(t)}} = c(\mu) \tag{37}$$

改写式(14), 得:

$$V_1(t, \mathbf{e}) = \frac{1}{2}(x_e^2 + y_e^2) = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{\Pi} \mathbf{e}$$

式中, $\mathbf{\Pi} = \text{diag}\{1, 1\}$ 。

将式(37) 代入式(22), 得:

$$\dot{V}_1(t, \mathbf{e}) \leq -c(\mu) \mathbf{e}^T \mathbf{\Theta}(t) \mathbf{e}$$

$$\text{式中, } \mathbf{\Theta}(t) = \text{diag}\left\{\frac{k_x \sqrt{y_e^2 + \Delta^2(t)}}{2U_d}, \frac{1}{2}\right\}。$$

因此,

$$\dot{V}_1(t, \mathbf{e}) \leq -2 \frac{\Theta_{\min}}{\Pi_{\max}} c(\mu) V_1(t, \mathbf{e}), \quad \forall \|\mathbf{e}(t)\| \leq \mu \tag{38}$$

式中, $\Theta_{\min} = \lambda_{\min}(\mathbf{\Theta}(t)), \Pi_{\max} = \lambda_{\max}(\mathbf{\Pi}) = 1$ 。

由系统 $\sum 1_n$ 具有一致全局渐进稳定性, 对初始状态 $\mathbf{e}(t_0)$ 产生的所有轨迹均满足不等式(38)。由文献[11] 中的比较引理 3.4 知, 对于 $v_1(t) \leq e^{-2(\Theta_{\min}/\Pi_{\max})c(\mu)(t-t_0)} v_1(t_0), v_1(t) = V_1(t, \mathbf{e}(t))$ 有解:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}(t)\| &\leq \sqrt{\frac{\Pi_{\max}}{\Pi_{\min}}} e^{-(\Theta_{\min}/\Pi_{\max})c(\mu)(t-t_0)} \|\mathbf{e}(t_0)\| \\ &= e^{-(\Theta_{\min}/\Pi_{\max})c(\mu)(t-t_0)} \|\mathbf{e}(t_0)\| \end{aligned}$$

对 $\forall t \geq t_0$ 和 $\|\mathbf{e}(t_0)\| \leq \mu, \mu > 0$ 成立。式中, $\Pi_{\min} = \lambda_{\min}(\mathbf{\Pi}) = 1$ 。由文献[12] 中的定义 2.7 可知, 系统 $\sum 1_n$ 在 $(x_e, y_e) = (0, 0)$ 处一致半全局指数稳定, 比一致全局 k 指数稳定收敛速度更快且鲁棒性更强^[13-14]。

引理 2 选取滑模面式(23) 和式(31), 当参数满足式(39) 和式(40) 时, 在控制律式(27)、

式(29)、式(35) ~ (36) 作用下, 系统 $\sum 2$ 在平衡点 $(u_e, \psi_e, \dot{\psi}_e) = (0, 0, 0)$ 处一致全局指数稳定 (Uniformly Global Exponential Stable, UGES)。

证明: 由式(30) 得 \dot{V}_2 为半负定的, 且式(29) 中 $\Phi_r(u, v, r, \psi)$ 不满足持续激励条件, 故系统 $\sum 2$ 在平衡点 $(S_1, \bar{\theta}_r) = (0, \mathbf{0})$ 处为一致全局稳定的。因而 $\exists \alpha_{\theta_r} > 0$, 满足 $\|\bar{\theta}_r\| \leq \alpha_{\theta_r}$, 使得:

$$\begin{aligned} &|\Phi_r^T(u, v, r, \psi) \bar{\theta}_r| \\ &\leq \alpha_{\theta_r} (|\phi_1| + |\phi_2| + |\phi_3| + |\phi_4| + |\phi_5|) \\ &= \alpha_{\theta_r} \|\Phi_r(u, v, r, \psi)\| \end{aligned}$$

选取 Lyapunov 函数 $V_\psi = \frac{1}{2} S_1^2 > 0, S_1 \neq 0$ 。当控制参数 k_{sg1} 满足:

$$k_{sg1} > 2\alpha_{\theta_r} \|\Phi_r(u, v, r, \psi)\| \tag{39}$$

有 $\dot{V}_\psi \leq -k_{s1} S_1^2 < 0$ 。由文献[11] 中的定理 4.10 可得到, $\exists k_1 = k_2 = \frac{1}{2}, k_3 = k_{s1}, a = 2$, 使 $S_1 = 0$ 时一致全局指数稳定。由式(23) 得: $S_1 \rightarrow 0$ 指数收敛等价于 ψ_e 和 $\dot{\psi}_e$ 指数收敛到 0。

同理, $\exists \alpha_{\theta_u} > 0$ 使 $\|\bar{\theta}_u\| \leq \alpha_{\theta_u}$, 取 Lyapunov 函数 $V_u = \frac{1}{2} S_2^2 > 0, S_2 \neq 0$, 当参数 k_{sg2} 满足:

$$k_{sg2} > 2\alpha_{\theta_u} \|\Phi_u(\psi, r)\| \tag{40}$$

时, $\dot{V}_u \leq -k_{s2} S_2^2 < 0$ 。 $\exists k_1 = k_2 = \frac{1}{2}, k_3 = k_{s2}, a = 2$, 使 $S_2 = 0$ 一致全局指数稳定, 即 u_e 指数收敛到 0。

综上, 子系统 $\sum 2$ 在 $(u_e, \psi_e, \dot{\psi}_e) = (0, 0, 0)$ 处一致全局指数稳定。

定理 1 当系统 $\sum 1_n$ 为 USGES 且系统 $\sum 2$ 为 UGES 时, 闭环控制系统 $\sum 1 - \sum 2$ 在 $(x_e, y_e, u_e, \psi_e, \dot{\psi}_e) = (0, 0, 0, 0, 0)$ 处为 UGAS 和 USGES。

证明: 因为 γ_x 和 γ_y 的上界均为 $c = 1.73$, 故系统 $\sum 1 - \sum 2$ 的关联项 $\mathbf{g}(t, \mathbf{e}, \xi)$ 满足:

$$\|\mathbf{g}(t, \mathbf{e}, \xi)\| \leq |\cos(\psi - \psi_p(\omega))| + |\sin(\psi - \psi_p(\omega))| + |U_d \gamma_x| + |U_d \gamma_y| \leq 2 + 3.46U_d$$

即 $\exists \theta_1, \theta_2 > 0$ 使 $\|\mathbf{g}(t, \mathbf{e}, \xi)\| \leq \theta_1(\|\xi\|) + \theta_2(\|\xi\|)\|\mathbf{e}\|$ 成立。又因为系统 $\sum 1_n$ 和 $\sum 2$ 分别为一致半全局指数稳定和一致全局指数稳定, 满足了文献[11] 中推论 2.3 的所有条件, 故系统 $\sum 1 - \sum 2$ 在 $(x_e, y_e, u_e, \psi_e, \dot{\psi}_e) = (0, 0, 0, 0, 0)$ 处具有一致全局渐进和一致半全局指数稳定性。

4 仿真结果与分析

利用 CyberShip^[15] 船模在 MATLAB 软件下进行仿真实验。USV 模型参数见表 1。

表 1 USV 模型参数

Tab. 1 Model parameters of USV

模型参数	数值	模型参数	数值
m_{11}	25.8	b_{32}	1
m_{22}	33.8	d_{11}	2.0
m_{23}	-11.748	d_{22}	7.0
m_{32}	-11.748	d_{23}	-2.542 5
m_{33}	6.813	d_{32}	-2.542 5
b_{11}	1	d_{33}	1.422
b_{22}	0		

为了避免控制算法设计过程中解析式过于复杂,引入前置滤波器获得期望航向角连续且光滑的一阶、二阶导数^[16]。设置如下:

$$\bar{\psi}_d = \frac{w_n}{s^3 + (2\xi + 1)w_n s^2 + (2\xi + 1)w_n^2 s + w_n^3}$$

式中, $\bar{\psi}_d$ 为滤波后的期望航向角, w_n 和 ξ 分别为自然角频率和阻尼比。另外,为减弱跟踪算法中 $\text{sgn}(x)$ 函数造成的抖振,可利用 $\tanh(10x)$ 函数替换控制器式(27)和式(35)中的 $\text{sgn}(x)$ 函数。

通常,USV 的期望航线分为直线和曲线两类,故在直线和曲线两种工况下对所设计的控制系统进行实验验证。两种工况下控制参数均一致,具体为: $k_x = 0.4, \Delta_{\max} = 10, \Delta_{\min} = 5, \sigma = 0.03, k_\psi = 9, k_{s1} = 2, k_{sg1} = 0.11, k_u = 4.5, k_{s2} = 0.12, k_{sg2} = 0.1, w_n = 0.15, \xi = 0.5$ 。USV 初始状态均为: $x(0) = -5 \text{ m}, y(0) = 0 \text{ m}, u(0) = v(0) = 0 \text{ m/s}, \psi(0) = 0^\circ, r(0) = 0^\circ/\text{s}$ 。期望纵向速度为 $u_d = 5 \text{ m/s}$ 。常值无旋海流速度设定为 $V_c = [0.1, 0.1, 0]^T$ 。

工况一:期望直线航迹设定为 $x_d = 0$, 仿真结果如图 2~6 所示。

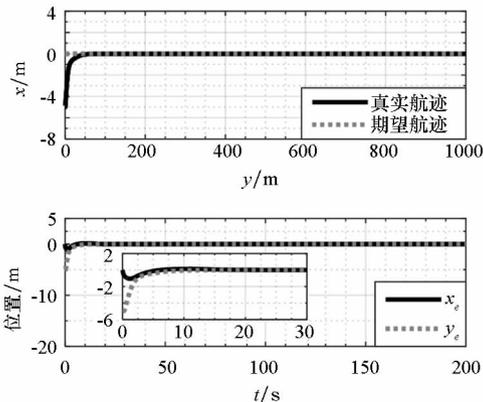


图 2 USV 直线航迹跟踪结果及位置误差变化

Fig. 2 Result of straight-line path tracking and position errors

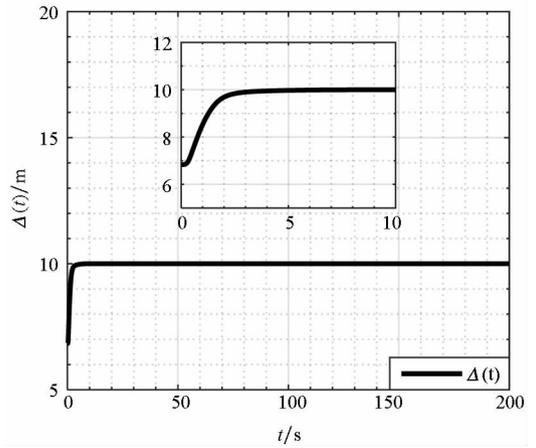


图 3 USV 直线航迹跟踪过程中前视距离变化
Fig. 3 Time-varying lookahead distance of straight-line path tracking

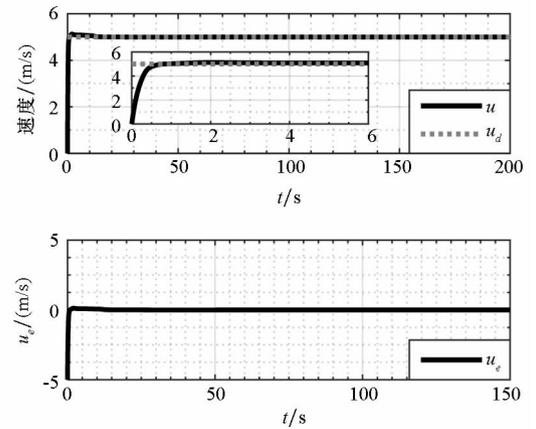


图 4 USV 直线航迹跟踪过程中纵向速度及误差变化
Fig. 4 Variation of surge velocity and tracking error in USV straight-line path tracking

工况二:期望曲线航迹设定为 $x_d = w, y_d = 3\cos(0.05w)$, 仿真结果如图 7~11 所示。

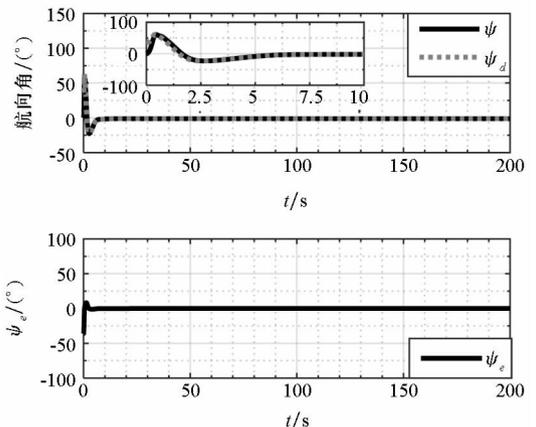


图 5 直线航迹跟踪过程中 USV 航向角和航向误差变化

Fig. 5 Variation of heading angle and tracking error in USV straight-line path tracking

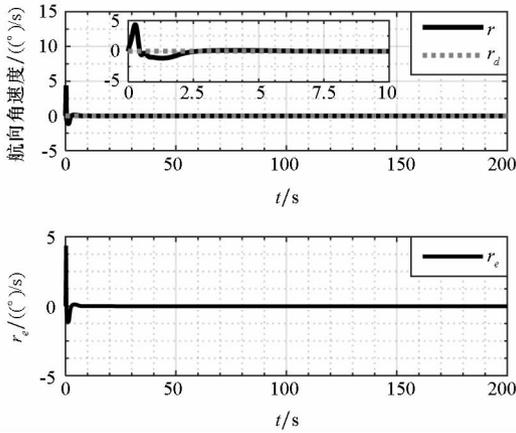


图6 直线航迹跟踪过程中USV 航向角速度及误差变化

Fig. 6 Variation of heading angle rate and tracking error in USV straight-line path tracking

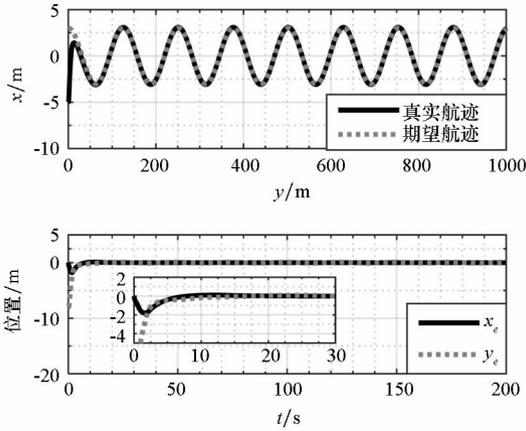


图7 USV 曲线航迹跟踪结果及位置误差变化
Fig. 7 Result of curved-line path tracking and position errors

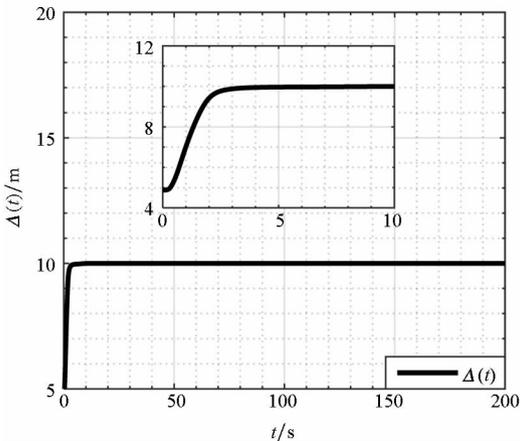


图8 USV 曲线航迹跟踪过程中前视距离变化
Fig. 8 Time-varying lookahead distance of curved-line path tracking

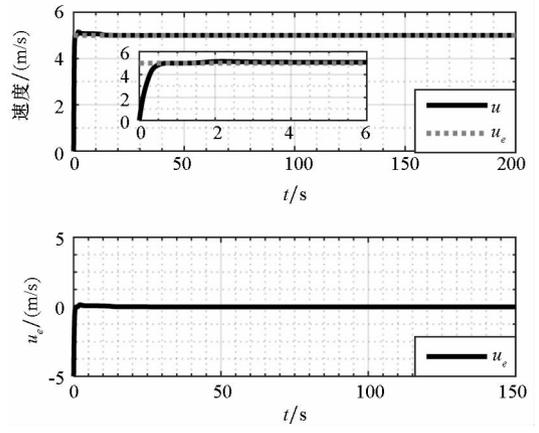


图9 USV 曲线航迹跟踪过程中纵向速度及误差变化
Fig. 9 Variation of surge velocity and tracking error in USV curved-line path tracking

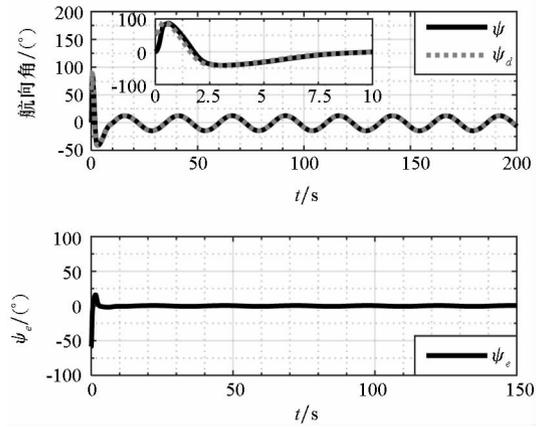


图10 曲线跟踪过程中USV 航向角和航向跟踪误差变化

Fig. 10 Variation of heading angle and tracking error in USV curved-line path tracking

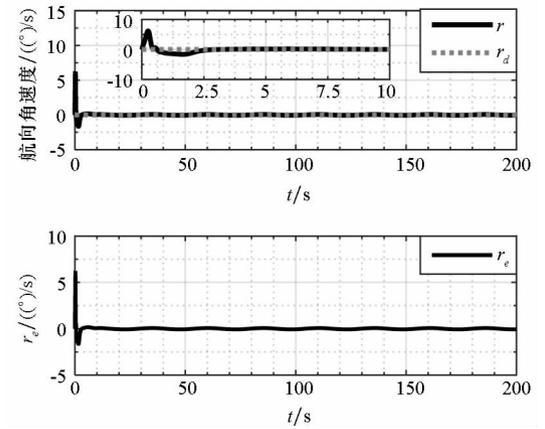


图11 曲线跟踪过程中USV 航向角速度及误差变化
Fig. 11 Variation of heading angle rate and tracking error in USV curved-line path tracking

误差收敛到0,纵向速度、航向角及其角速度也收敛到其期望值。

由图2~11可得,在外界海流的干扰下,提出的航迹跟踪控制系统能够有效地实现欠驱动USV的直线和曲线跟踪控制,且横向和纵向位置

另外,由图2和图7的纵向位置跟踪误差曲线可得,初始位置时刻USV的正交投影点并不与

路径上的自由点重合,通过引入路径参数的更新律作为附加控制输入,自由点很快收敛到投影点上;从图 2 和图 7 的横向位置跟踪误差曲线以及图 3 和图 8 中前视距离的变化可以看出,跟踪初始阶段, y_e 位置误差较大, $\Delta(t)$ 为一个较小值,控制转舵力矩快速变化,从而使位置误差 y_e 迅速减小,USV 快速逼近参考航迹;之后,随着 y_e 逐渐收敛, $\Delta(t)$ 增加到最大值并保持不变,转舵力矩变化速率减缓,即 USV 操舵平缓进行,进而使得位置误差 y_e 缓慢收敛,避免了 USV 在参考航迹附近航行时的振荡行为。此外,在 USV 纵向速度等于零时,控制算法中的侧滑角仍有定义,解决了传统侧滑角定义时的奇异现象。而连续函数 $\tanh(10x)$ 代替自适应滑模控制律中的符号函数 $\text{sgn}(x)$,有效地削弱了路径跟踪过程中的抖振现象。

5 结论

设计实现了一种基于级联方法的时变积分视线制导自适应滑模航迹跟踪控制系统。该控制方法无须设计整个航迹跟踪控制系统的李氏函数,得到的控制算法更为简洁,并且仅基于 USV 绝对运动速度的量测,避免了使用高额相对运动速度量测设备带来的成本增加问题。惯性矩阵和阻尼矩阵均为非严格对角型的 USV 数学模型的建立和坐标转换方式的选取,既保证了与船体实际结构相符,又解除了控制输入与欠驱动运动自由度的耦合,方便了控制器的设计与稳定性分析。以路径上自由点为原点建立的 Serret-Frenet 坐标系,以及漂角的重定义,避免了系统的奇异问题,路径参数更新律的选择也简化了控制方程。基于时变积分前视距离 ILOS 导引算法的选取,不仅能够实现对直线与曲线航迹的跟踪,且提高了 USV 操纵运动的灵活性。

参考文献 (References)

[1] 王浩铎,王钦若,吴小泽. 船舶全局一致渐进路径跟踪变积分增益导航策略[J]. 控制理论与应用, 2015(6): 849-856.
WANG Haoduo, WANG Qinruo, WU Xiaoze. Uniformly globally asymptotically stable path following with integral gain-variable guidance law for ships [J]. Control Theory & Applications, 2015(6): 849-856. (in Chinese)

[2] 董早鹏,万磊,孙玉山,等. 基于非对称模型的欠驱动无人海洋运载器轨迹跟踪控制[J]. 兵工学报, 2016(3): 471-481.

DONG Zaopeng, WAN Lei, SUN Yushan, et al. Trajectory tracking control of an underactuated unmanned marine vehicle based on asymmetric model [J]. Acta Armamentarii, 2016(3): 471-481. (in Chinese)

[3] Moe S, Pettersen K Y, Fossen T I, et al. Line-of-sight curved path following for underactuated USVs and AUVs in the horizontal plane under the influence of ocean currents[C]//Proceedings of 24th Mediterranean Conference on Control and Automation, 2016: 38-45.

[4] Fossen T I, Pettersen K Y. On uniform semiglobal exponential stability (USGES) of proportional line-of-sight guidance laws[J]. Automatica, 2014, 50(11): 2912-2917.

[5] Breivik M. Topics in guided motion control of marine vehicles[D]. Norway: Norwegian University of Science and Technology, 2010.

[6] Fossen T I, Pettersen K Y, Galeazzi R. Line-of-sight path following for dubins paths with adaptive sideslip compensation of drift forces [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(2): 820-827.

[7] Caharija W, Pettersen K Y, Sorensen A J, et al. Relative velocity control and integral line of sight for path following of autonomous surface vessels: merging intuition with theory[J]. Institution of Mechanical Engineers, 2014, 228(2): 180-191.

[8] Zhu J, Wang J H, Zheng T Q, et al. Straight path following of unmanned surface vehicle under flow disturbance [C]//Proceedings of IEEE Ocean, 2016, 32(3): 1-7.

[9] 王常顺,肖海荣. 基于自抗扰控制的水面无人艇路径跟踪控制器[J]. 山东大学学报(工学版), 2016, 46(4): 54-59, 75.
WANG Changshun, XIAO Hairong. Path following controller for unmanned surface vessels based on ADRC[J]. Journal of Shandong University (Engineering Science), 2016, 46(4): 54-59, 75. (in Chinese)

[10] 陈霄,刘忠,张建强,等. 基于改进积分视线导引策略的欠驱动无人水面艇路径跟踪[J]. 北京航空航天大学学报, 2018(3): 489-499.
CHEN Xiao, LIU Zhong, ZHANG Jianqiang, et al. Path following control of the underactuated USV based on the modified integral line-of-sight strategies [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2018(3): 489-499. (in Chinese)

[11] Khalil H K. Nonlinear systems [M]. USA: Prentice Hall, 2002.

[12] Loria A, Panteley E. Advanced topics in control systems theory [M]. USA: Springer Verlag, 2004: 23-64.

[13] Lekkas A M, Fossen T I. A time-varying look-ahead distance guidance law for path following [C]//Proceedings of 9th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft, 2012: 398-403.

[14] Wiig M S, Pettersen K Y, Krogstad T R. Uniform semiglobal exponential stability of integral line-of-sight guidance laws [J]. IFAC-Papersonline, 2015, 48(16): 61-68.

[15] Breivik M. Nonlinear maneuvering control of underactuated ships [D]. Norway: Norwegian University of Science and Technology, 2003.

[16] Fossen T I. Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control [M]. USA: Wiley, 2011.