

## 空间站平均力矩平衡姿态的气动力矩影响\*

刘将辉,李海阳,张亚坤

(国防科技大学空天科学学院,湖南长沙 410073)

**摘要:**为了研究空间站平均力矩平衡姿态的影响因素,建立了空间站的姿态运动模型,分析了气动力矩对空间站平均力矩平衡姿态的影响。建立了空间站的动力学与控制模型,采用典型的比例微分控制器,分别得出了两种条件下的24组平均力矩平衡姿态(Average Torque Equilibrium Attitude, ATEA),结果表明气动力矩对ATEA的影响显著。为了保持空间站ATEA,需要提供周期性的控制力矩。气动力矩引起的空间站角动量卸载和积累效应不能被忽视。

**关键词:**空间站;平均力矩平衡姿态;气动力矩;控制力矩

**中图分类号:**V526 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2018)05-020-07

## Influence of air torque on average torque equilibrium attitude of space station

LIU Jianghui, LI Haiyang, ZHANG Yakun

(College of Aeronautics and Astronautics, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The models of attitude movement were established in order to study the influence factors of ATEA (average torque equilibrium attitude) of the space station. The influence of the air torque on the ATEA (average torque equilibrium attitude) of the space station was analyzed. The models of dynamic and control of the space station were established. A typical proportion derivative controller was used. Groups of 24 ATEA were separately obtained under two conditions. The results show that the air torque exhibits a significant influence on ATEA. In order to keep the ATEA of the space station, periodicity of control torque need to be provided. The momentum unloading and accumulating effects of the space station induced by air torque cannot be neglected.

**Key words:** space station; average torque equilibrium attitude; air torque; control torque

力矩平衡姿态(Torque Equilibrium Attitude, TEA)在空间站的姿态模式中占有重要的地位,在该姿态模式下,空间站所受的外力矩之和为零<sup>[1]</sup>。如果在一个轨道飞行周期内空间站所受外部各力矩的平均效果为零,此时空间站则处于平均力矩平衡姿态(Average TEA, ATEA),ATEA是空间站姿态机动路径规划与控制策略的基础。TEA在空间站姿态机动、在轨修复和交会对接方面具有极其重要的作用。目前主要通过控制力矩陀螺和喷气的方式对空间站进行姿态控制以满足其指向要求<sup>[2-6]</sup>。

对于力矩平衡姿态的研究,国内外学者做了许多卓有成效的工作。Longman等<sup>[7]</sup>较早开始力矩平衡姿态的研究,假设气动力矩为零,将星体的主惯量轴分别与轨道坐标系三轴对准,得到了平衡姿态的24组解。针对各种不同的力矩模型,

Sarychev等<sup>[8]</sup>用代数法对姿态平衡点的特性进行了详细的分析,发现姿态平衡位置最少为8个且最多为24个。Sarycher等<sup>[9]</sup>分别对常值力矩以及气动力矩下的TEA进行了求解,其中气动力大小只受姿态的影响而不随时间变化。程迎坤等<sup>[10]</sup>考虑了姿态与气动力矩的耦合关系,对一个轨道飞行周期内TEA与轨道位置之间的关系进行了数值求解,并画出了相应的变化曲线。周黎妮等<sup>[11]</sup>建立了姿态及角速度的非线性方程,并采用拟牛顿迭代法求得了瞬时TEA。赵乾<sup>[12]</sup>和章胜<sup>[13]</sup>等研究了空间站零燃料姿态机动控制问题。

在空间站姿态控制及动量管理方面,目前的研究主要集中在能量最优或时间最优控制,使控制力矩陀螺或动量轮避免奇异及减缓动量累积的速度,以节约能源,从而达到延长航天器寿命的

\* 收稿日期:2017-06-22

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11472301)

作者简介:刘将辉(1987—),男,江西于都人,博士研究生,E-mail:liujianghai16@163.com;

李海阳(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:lihaiyang@nudt.edu.cn

目的<sup>[12-21]</sup>。

目前对姿态的研究主要集中在瞬时力矩平衡姿态方面,关于 ATEA 的影响因素的研究还较少。本文以空间站 ATEA 的影响因素为研究背景,建立了空间站的姿态运动模型,分析了气动力矩对空间站 ATEA 的影响。

## 1 空间站姿态运动模型

### 1.1 姿态动力学方程

设  $O_e X_e Y_e Z_e$  为 J2000 惯性坐标系,  $O_s X_b Y_b Z_b$  为空间站本体坐标系,  $O_s X_b$  指向空间站头部,  $O_s Y_b$  与横舱平行,  $O_s Z_b$  与  $O_s X_b$ 、 $O_s Y_b$  构成右手法则。 $\boldsymbol{\omega}(t)$  为角速度矢量,  $\mathbf{I}$  为惯量张量,  $\mathbf{u}(t)$  为控制力矩矢量,  $\boldsymbol{\tau}_{\text{aero}}(t)$  为气动力矩矢量,  $\boldsymbol{\tau}_{\text{gg}}(t)$  为引力梯度力矩矢量。建立如式(1)所示的欧拉动力学方程。

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}}(t) + \boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}(t) = -\mathbf{u}(t) + \boldsymbol{\tau}_{\text{gg}}(t) + \boldsymbol{\tau}_{\text{aero}}(t) \quad (1)$$

其中:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}(t) &= [\omega_1(t), \omega_2(t), \omega_3(t)]^T \\ \mathbf{u}(t) &= [u_1(t), u_2(t), u_3(t)]^T \\ \boldsymbol{\tau}_{\text{gg}}(t) &= [\tau_{\text{gg}1}(t), \tau_{\text{gg}2}(t), \tau_{\text{gg}3}(t)]^T \\ \boldsymbol{\tau}_{\text{aero}}(t) &= [\tau_{\text{aero}1}(t), \tau_{\text{aero}2}(t), \tau_{\text{aero}3}(t)]^T \\ \boldsymbol{\tau}_{\text{gyro}}(t) &= -\boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}(t) \\ &= - \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3(t) & \omega_2(t) \\ \omega_3(t) & 0 & -\omega_1(t) \\ -\omega_2(t) & \omega_1(t) & 0 \end{bmatrix} \cdot \\ &\quad \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1(t) \\ \omega_2(t) \\ \omega_3(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

空间站本体可以认为是由无数个微元组成,地球引力对每个微元都起作用,引力大小取决于微元所处的具体姿态,其合力有时候不通过空间站的质心,因而空间站会受到引力梯度力矩的作用<sup>[3]</sup>。为了计算空间站的引力梯度力矩,建立空间站的当地垂直当地水平(Local Vertical Local Horizontal, LVLH)轨道坐标系  $O_s X_n Y_n Z_n$ : 原点位于其质心,  $O_s X_n$  为其速度方向,  $O_s Z_n$  由坐标系原点指向地心,  $O_s Y_n$  与  $O_s X_n$ 、 $O_s Z_n$  构成右手法则。设  $\theta_1(t)$ 、 $\theta_2(t)$ 、 $\theta_3(t)$  为本体系  $O_s X_b Y_b Z_b$  相对于 LVLH 系  $O_s X_n Y_n Z_n$  的姿态角,因此可以得到空间站质心所受的引力梯度力矩:

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{gg}}(t) = 3n^2 \begin{bmatrix} 0 & -b_3(t) & b_2(t) \\ b_3(t) & 0 & -b_1(t) \\ -b_2(t) & b_1(t) & 0 \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \\ b_3(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中,  $n$  为轨道角速率,

$$b_1(t) = -\sin\theta_2(t) \cos\theta_3(t)$$

$$b_2(t) = \cos\theta_1(t) \sin\theta_2(t) \sin\theta_3(t) + \sin\theta_1(t) \cos\theta_2(t)$$

$$b_3(t) = -\sin\theta_1(t) \sin\theta_2(t) \sin\theta_3(t) + \cos\theta_1(t) \cos\theta_2(t)$$

### 1.2 太阳帆板运动模型

设某型空间站的结构为三舱段,如图1所示。该空间站有6块太阳帆板,其中,两对帆板的大小和运动情况完全相同,均有两个旋转自由度,转角为  $\alpha$  和  $\beta$ ; 一对有一个自由度,转角为  $\gamma$ 。当  $\gamma = 0^\circ$ 、 $\alpha = 0^\circ$ 、 $\beta = 0^\circ$  时,6块太阳帆板的法线方向均与地心的矢径方向相同,每对太阳帆板的本体坐标系的原点均位于各自的几何中心,其本体系与空间站的本地系  $O_s X_b Y_b Z_b$  平行。

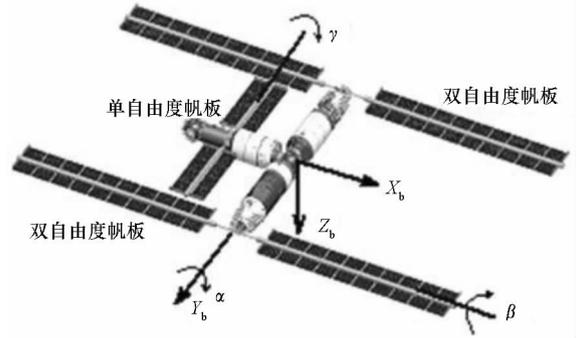


图1 空间站太阳帆板示意图

Fig. 1 Solar panel schematic diagram of space station

气动力矩在空间站的太阳帆板和舱体这两个地方均施加作用。一自由度太阳帆板面积  $S_1 \approx 200 \text{ m}^2$ , 二自由度太阳帆板总面积  $S_2 \approx 800 \text{ m}^2$ 。空间站舱体迎流面等效为最大截面积  $S_3 = 60 \text{ m}^2$  的球体。

一自由度太阳帆板旋转后,法向单位矢量为  $[\sin\gamma, 0, -\cos\gamma]^T$ , 同迎流矢量  $\mathbf{v}$  之间的夹角余弦值为:

$$\cos\eta = \sin\gamma \cdot v_x - \cos\gamma \cdot v_z \quad (4)$$

一自由度太阳帆板运动情况为:

$$\gamma = \frac{\gamma_0 \cdot \pi}{180} - \frac{2\pi \cdot t}{t_f - t_0} \quad (5)$$

式中:  $t_0$  和  $t_f$  分别为初始时刻和终端时刻,  $t$  为当前时刻。初始角  $\gamma_0$  的大小与太阳的位置有关,其迎流面积可以表示为:

$$A_{p1} = |S_1 \cdot \cos\gamma| \quad (6)$$

二自由度太阳帆板法线方向的单位矢量为  $[\sin\alpha\cos\beta, -\sin\beta, -\cos\alpha\cos\beta]^T$ , 同矢量  $\boldsymbol{v}$  之间的夹角余弦值为:

$$\cos\chi = \sin\alpha \cdot \cos\beta \cdot v_x - \sin\beta \cdot v_y - \cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot v_z \quad (7)$$

二自由度太阳帆板运动情况为:

$$\alpha = \frac{\alpha_0 \cdot \pi}{180} - \frac{2\pi \cdot t}{t_f - t_0} \quad (8)$$

$$\beta = \beta_0 \quad (9)$$

初始角  $\alpha_0$  和  $\beta_0$  的大小与太阳的位置有关。则二自由度太阳帆板的迎流面积为:

$$A_{p2} = |S_2 \cdot \cos\chi| \quad (10)$$

舱体的迎流面积为:

$$A_{p3} = S_3 \quad (11)$$

空间站总的迎流面积为:

$$A_p = A_{p1} + A_{p2} + A_{p3} \quad (12)$$

### 1.3 气动力矩

为了计算空间站所受的气动力矩矢量  $\boldsymbol{\tau}_{\text{aero}}(t)$ , 引入如下 3 条简化假设:

1) 空间站表面将到达其上面的大气分子碰撞动量完全吸收;

2) 采用麦克斯韦速率分布律的最大值(约 1 km/s)来估算大气的热平均运动速率, 其小于空间站的速度;

3) 忽略大气分子离开空间站表面时引起的动量交换。

由上述 3 条假设可知, 在空间站的飞行过程中, 当  $\cos\alpha \geq 0$  时, 来流通过微元  $dA$  交给空间站的动量流量为  $d\boldsymbol{f} = \rho \boldsymbol{V}_R^2 \cos\alpha dA \cdot \boldsymbol{v}$ 。其中,  $\rho$  为大气密度,  $\boldsymbol{V}_R$  为大气相对空间站表面微元的速度,  $\alpha$  为  $\boldsymbol{V}_R$  与  $dA$  法向的夹角,  $\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{V}_R}{|\boldsymbol{V}_R|}$ 。而当  $\cos\alpha < 0$  时, 来流达不到该微元, 气动力为  $\mathbf{0}$ 。对整个空间站表面和帆板进行积分可得总的气动力与力矩(对质心)的表达式:

$$\boldsymbol{F} = \iint_S H(\cos\alpha) \rho \boldsymbol{V}_R^2 \cos\alpha dA \cdot \boldsymbol{v} \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{\text{aero}}(t) = \iint_S H(\cos\alpha) \rho \boldsymbol{V}_R^2 r \cos\alpha dA \times \boldsymbol{v} \quad (14)$$

其中,  $\boldsymbol{r}$  为卫星质心  $C$  到微元  $dA$  的矢径,  $\boldsymbol{v}$  为来流方向单位矢量,  $H(x)$  是赫维赛德函数:

$$H(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (15)$$

大气相对空间站的速度  $\boldsymbol{V}_R = \boldsymbol{V}_A - \boldsymbol{V}_S$ , 其中,  $\boldsymbol{V}_S$  是空间站对惯性系  $O_e X_e Y_e Z_e$  的运动速度,  $\boldsymbol{V}_A$  是大气对惯性系  $O_e X_e Y_e Z_e$  的速度。由于地球自

转运动, 上层大气也随之旋转。地球上层的大气的角速度为地球自转角速度的 1~1.5 倍, 其方向与地轴平行<sup>[3]</sup>。

假设大气的角速率为  $1.5\omega_e$ ,  $\omega_e$  是地球自旋角速率, 空间站运行圆轨道半长轴为  $R$ , 则来流相对空间站的速度  $\boldsymbol{V}_R$  近似为:

$$\boldsymbol{V}_R^2 = \frac{\mu}{R} \left( 1 - \frac{3\omega_e}{\omega_0} \cos i \right) \quad (16)$$

式中,  $\mu$  为地球引力常数,  $\omega_0$  为轨道角速度,  $i$  为轨道倾角。

来流方向单位矢量  $\boldsymbol{v}$  在轨道坐标系的投影为:

$$\boldsymbol{v} = \frac{1}{\left( -1 + \frac{1.5\omega_e}{\omega_0} \cos i \right)^2 + \left[ -\frac{1.5\omega_e}{\omega_0} \sin i \cos(\omega_0 t) \right]^2} \cdot \left[ -1 + \frac{1.5\omega_e}{\omega_0} \cos i, \frac{1.5\omega_e}{\omega_0} \sin i \cos(\omega_0 t), 0 \right]^T \quad (17)$$

整理式(1), 得:

$$\boldsymbol{I} \dot{\boldsymbol{\omega}}(t) = \boldsymbol{\tau}_{\text{gyro}}(t) + \boldsymbol{\tau}_{\text{gg}}(t) + \boldsymbol{\tau}_{\text{aero}}(t) - \boldsymbol{u}(t) \quad (18)$$

不考虑控制力矩  $\boldsymbol{u}(t)$  时:

$$\boldsymbol{I} \dot{\boldsymbol{\omega}}(t) = \boldsymbol{\tau}_{\text{gyro}}(t) + \boldsymbol{\tau}_{\text{gg}}(t) + \boldsymbol{\tau}_{\text{aero}}(t) \quad (19)$$

### 1.4 姿态运动学方程

按 2—3—1 的旋转顺序获得的运动学方程为:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = f(\boldsymbol{\theta}(t)) \boldsymbol{\omega}(t) + \boldsymbol{q} \quad (20)$$

$$\text{式中, } \boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ n \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\theta}(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \\ \theta_3(t) \end{bmatrix}。$$

$$f(\boldsymbol{\theta}(t)) = \frac{1}{\cos\theta_3(t)} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \cos\theta_3(t) & -\cos\theta_1(t) \sin\theta_3(t) & \sin\theta_1(t) \sin\theta_3(t) \\ 0 & \cos\theta_1(t) & -\sin\theta_1(t) \\ 0 & \sin\theta_1(t) \cos\theta_3(t) & \cos\theta_1(t) \cos\theta_3(t) \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中,  $\theta_1(t)$ 、 $\theta_2(t)$ 、 $\theta_3(t)$  为体坐标系  $O_s X_b Y_b Z_b$  相对于轨道坐标系  $O_s X_n Y_n Z_n$  的姿态角。

## 2 ATEA 求解

当空间站保持某一姿态时, 如果在一个轨道飞行周期内空间站所受外部各力矩的平均效果为零, 空间站处于 ATEA。

对式(19)在一个轨道飞行周期内积分可得:

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{\theta}) = \int_0^T \{ \boldsymbol{\tau}_{\text{gyro}}(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\tau}_{\text{gg}}(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\tau}_{\text{aero}}(\boldsymbol{\theta}, t) \} dt \quad (22)$$

空间站的 ATEA 即为式(22)中  $F(\Theta) = \mathbf{0}$  时的姿态。

在空间站所受外力矩较小的情况下,可以采用 Newton 迭代法求解式(22)。

$$\Theta_{ATEA} = \Theta |_{F(\Theta)=0} \quad (23)$$

通过拟牛顿迭代法<sup>[14]</sup>求解 ATEA:

1) 确定计算精度要求  $\varepsilon_1$  及  $\varepsilon_2$ , 给定初始近似  $X^0$ ;

2) 计算初始矩阵  $B_0 = [F'(X^0)]$ ;

3) 计算  $F(X^0)$ ;

4) 计算  $s^k = -B_k F(X^k), X^{k+1} = X^k + s^k$ ;

5) 计算  $F(X^{k+1})$ , 若  $\|F(X^{k+1})\| \leq \varepsilon_1$  或  $\|s^k\| \leq \varepsilon_2$ , 转步骤 8, 否则转步骤 6;

6) 计算  $y^k = F(X^{k+1}) - F(X^k)$ , 并根据下式计算  $B_{k+1}$ ;

$$\begin{cases} X^{k+1} = X^k - B_k F(X^k) \\ B_{k+1} = B_k + (s^k - B_k y^k) \frac{(s^k - B_k y^k)^T}{(s^k - B_k y^k)^T y^k} \end{cases}$$

7)  $k+1 \rightarrow k, F(X^{k+1}) \rightarrow F(X^k), B_{k+1} \rightarrow B_k, X^{k+1} \rightarrow X^k$ , 转步骤 4;

8)  $X^* = X^{k+1}$ , 结束。

当外力矩较大时,式(22)无解,此时不存在平均力矩平衡姿态。

### 3 控制器模型

控制力矩为:

$$u(t) = \dot{h} + \omega \times h \quad (24)$$

采用比例微分(Proportion Derivative, PD)控制器对空间站进行姿态控制,假设  $\Theta$  和  $\Theta_c$  分别为空间站的当前姿态和期望姿态,  $\omega$  和  $\omega_c$  分别为空间站的当前角速度和期望角速度,则 PD 控制器的控制力矩为:

$$u(t) = J[K_p(\Theta - \Theta_c) + K_D(\omega - \omega_c)] \quad (25)$$

式中,  $\omega_c = \omega_0(\Theta_c)$ ,  $K_p$  和  $K_D$  分别为比例和微分控制器参数。

联合式(1)、式(20)、式(24)可得:

$$\begin{cases} \dot{\omega}(t) = I^{-1} \{-u(t) + \tau_{gg}(t) + \tau_{aero}(t) - \omega(t) \times I \omega(t)\} \\ \dot{\theta}(t) = f(\theta(t))\omega(t) + q \\ \dot{h} = u(t) - \omega \times h \end{cases} \quad (26)$$

为了求解方程(26),需要确立相应的约束(边界约束和过程约束)条件。始末端的空间站姿态和角速度属于边界约束,空间站的始末端的姿态均为 ATEA,边界约束为:

$$\begin{cases} \Theta(t_0) = \Theta_0 \\ \omega(t_0) = \omega_0 \\ \Theta(t_f) = \Theta_f \\ \omega(t_f) = \omega_f \end{cases} \quad (27)$$

由于整个姿态控制过程中空间站输出的最大控制力矩有限,需施加过程约束:

$$\|u(t)\|_2 \leq u_{max} \quad t \in [t_0, t_f] \quad (28)$$

### 4 算例分析

设空间站飞行在高度 380 km 的圆轨道,其轨道倾角  $i = 43^\circ$ ,真近点角为  $0^\circ$ ,阻力系数  $C_d = 2.2$ ,轨道角速度为  $0.0011 \text{ rad/s}$ ,空间站压心位置为  $C_p = [-10 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m}]^T$ 。转动惯量  $J =$

$$\begin{bmatrix} 2.42 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 & 0.37 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 & 0.39 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ 0.37 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 & 3.76 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 & -0.12 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \\ 0.39 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 & -0.12 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 & 5.16 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{bmatrix}$$

经查询星历并计算得到,2016 年 12 月 1 日,太阳在地球 J2000 坐标系位置的单位矢量为  $[-0.3585 \quad -0.8565 \quad -0.3713]^T$ 。通过转换矩阵  $M$ ,将光线从惯性坐标系投影到轨道坐标系。转移矩阵的表达式为:  $M = M_x(-\pi/2) \cdot M_z(\pi/2) \cdot M_z(u) \cdot M_x(i) \cdot M_z(\Omega)$ 。其中,  $i$  为轨道倾角,  $u$  为升交点角距,  $\Omega$  为升交点赤经。

$$\text{转移矩阵 } M_x(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix},$$

$$M_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}。由轨道坐标系中$$

的光线矢量确定一自由度太阳帆板的初始角:  $\gamma_0 = 174.8778^\circ$ ; 二自由度太阳帆板的初始角:  $\alpha_0 = 355^\circ, \beta_0 = 215^\circ$ 。

轨道高度在 500 km 以下的大气密度用指数衰减模型  $\rho(h) = \rho_0 \exp\left(-\frac{h-h_0}{H}\right)$  计算<sup>[3]</sup>。其中,  $H$  为标高,  $\rho_0$  为高度  $h_0$  对应的大气密度。通过查表并计算得到,轨道高度为 380 km 的大气密度约为  $4.5 \times 10^{-12} \text{ kg/m}^3$ 。

只考虑引力梯度力矩和陀螺力矩,忽略气动力矩( $\tau_{aero} = \mathbf{0}$ )的影响,计算空间站的 ATEA,按 3—2—1 的顺序得到表 1 所示的 24 组 ATEA。

表 1 中的 ATEA 可以这样理解:空间站有 3 个不相等的惯量主轴,先放第一个轴,有 6 种选择,即  $\pm x, \pm y, \pm z$ 。当第一个轴摆好之后,后面两轴的摆放位置有 4 种。因此总共有 24 组 ATEA。

表 1 忽略气动力矩的 24 组 ATEA

Tab. 1 24 groups of ATEA ignoring air torque

序号	滚转角/(°)	俯仰角/(°)	偏航角/(°)
1	-119.287 8	-73.427 1	27.490 4
2	177.219 4	7.565 8	75.211 6
3	-119.287 8	-73.427 1	-62.509 6
4	-2.780 6	-7.565 8	104.788 4
5	89.210 1	-14.656 8	82.178 2
6	-90.789 9	14.656 8	-172.178 2
7	177.219 4	7.565 8	165.211 6
8	-90.789 9	14.656 8	7.821 8
9	60.712 2	73.427 1	-27.490 4
10	-90.789 9	14.656 8	97.821 8
11	177.219 4	7.565 8	-104.788 4
12	-119.287 8	-73.427 1	117.490 4
13	89.210 1	-14.656 8	-7.821 8
14	89.210 1	-14.656 8	172.178 2
15	-2.780 6	-7.565 8	-165.211 6
16	-2.780 6	-7.565 8	14.788 4
17	-90.789 9	14.656 8	-82.178 2
18	-2.780 6	-7.565 8	-75.211 6
19	177.219 4	7.565 8	-14.788 4
20	-119.287 8	-73.427 1	-152.509 6
21	60.712 2	73.427 1	62.509 6
22	89.210 1	-14.656 8	-97.821 8
23	60.712 2	73.427 1	-117.490 4
24	60.712 2	73.427 1	152.509 6

由于太阳帆板的迎流面积是时刻变化的,故空间站迎流面积为变量,空间站所受的气动力矩也为变量。考虑 3 种力矩(陀螺力矩、引力梯度力矩、气动力矩)的影响,计算空间站的 ATEA,得到表 2 所示的 24 组 ATEA。

为了定量研究气动力矩对空间站 ATEA 的影响,将表 2 的各组 ATEA 与表 1 的各组 ATEA 作比较。考虑气动力矩时,由表 1 第 4 组数据和表 2 第 4 组数据对比可得出,最大偏航角度为 4.154 4°,说明空间站 ATEA 的变化明显。

为了研究空间站 ATEA 的影响特性,对空间站 ATEA 进行仿真分析。图 2 为力矩对比曲线,从图 2 可以得出:引力梯度力矩变化极小,最大为 0.249 8 N·m,最小为 0.245 1 N·m;气动力矩呈周期性变化,最大为 2.260 1 N·m,最小为 0.171 7 N·m。气动力矩最大值约为引力梯度

力矩的 9 倍,说明气动力矩的影响占主要地位。图 3 为空间站姿态角变化曲线,由图可知空间站姿态角在 ATEA 位置保持不变。

表 2 考虑气动力矩的 24 组 ATEA

Tab. 2 24 groups of ATEA considering air torque

序号	滚转角/(°)	俯仰角/(°)	偏航角/(°)
1	-121.677 4	-74.614 3	30.449 2
2	177.012 8	7.504 6	71.209 9
3	-117.026 8	-73.776 5	-63.449 0
4	-2.567 4	-7.614 1	100.634 0
5	88.782 4	-14.699 6	80.119 6
6	-90.736 3	15.017 7	-172.452 6
7	177.197 1	7.664 4	166.206 2
8	-90.836 5	14.311 9	8.121 2
9	58.322 6	74.614 3	-30.449 2
10	-90.369 3	14.586 8	95.738 3
11	177.432 6	7.614 1	-100.634 0
12	-121.546 8	-73.106 5	118.396 1
13	89.163 5	-14.311 9	-8.121 2
14	89.263 7	-15.017 7	172.452 6
15	-2.802 9	-7.664 4	-166.206 2
16	-2.751 1	-7.471 7	15.933 8
17	-91.217 6	14.699 6	-80.119
18	-2.987 2	-7.504 6	-71.209 9
19	177.248 9	7.471 7	-15.933 8
20	-117.284 3	-72.224 3	-155.057 2
21	62.973 2	73.776 5	63.449 0
22	89.630 7	-14.586 8	-95.738 3
23	58.453 2	73.106 5	-118.396 1
24	62.715 7	72.224 3	155.057 2

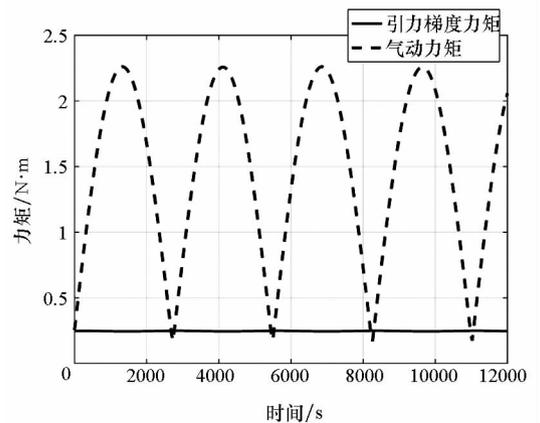


图 2 力矩对比曲线

Fig. 2 Comparison of torque curve

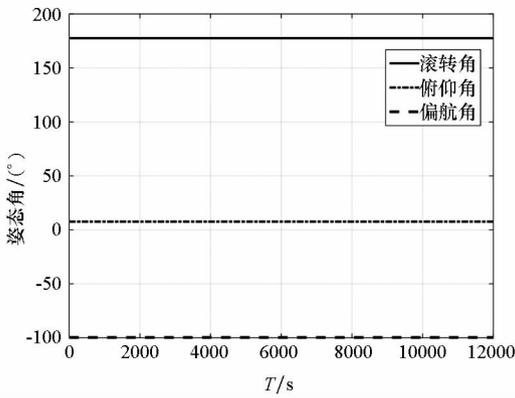


图3 姿态角变化曲线

Fig. 3 Variation curve of attitude angle

图4为空间站的角动量变化曲线。从图4可以得出:忽略气动力矩时,空间站的总角动量保持不变,为 $5327 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ ;考虑气动力矩时,空间站的总角动量呈周期性变化,最大角动量是 $5699.5 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ ,最小角动量是 $4826.4 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ 。气动力矩在一个时间段起到了角动量卸载的作用。在另一个时间段,气动力矩增加了空间站的总角动量,使角动量累积。图5为空间站的控制力矩变化曲线,忽略气动力矩时,控制力矩近似

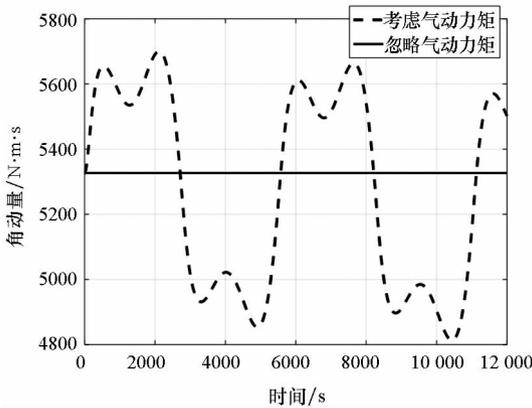


图4 角动量变化曲线

Fig. 4 Variation curve of momentum

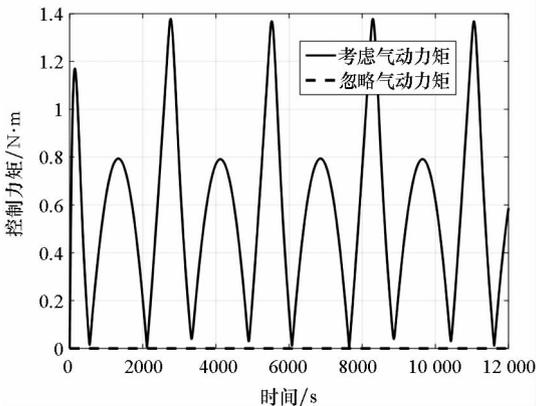


图5 控制力矩变化曲线

Fig. 5 Variation curve of control torque

为0。考虑气动力矩时,控制力矩呈周期性变化,最大控制力矩是 $1.3693 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。这说明,气动力矩对空间站的 ATEA 的影响显著,不能被忽略。

## 5 结论

本文建立了空间站的姿态运动模型,分析了气动力矩对空间站平均力矩平衡姿态的影响;建立了空间站的动力学与控制模型,以是否有气动力矩作为基础,挑选了空间站两组相近的 ATEA 做对比分析,得出了如下结论:

- 1) 当空间站三个惯量主轴不相等时,一个轨道周期内,空间站有 24 组 ATEA;
- 2) 考虑气动力矩时,空间站姿态发生了明显的变化,这说明气动力矩对空间站 ATEA 的影响显著;
- 3) 气动力矩存在时,为了保持空间站 ATEA,需要提供周期性的控制力矩,气动力矩引起的空间站角动量卸载和积累效应不能被忽视。

## 参考文献 (References)

- [1] Chang D S, Lee J F L. Flexible of space station attitude control system analysis & design [C]//Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, 1992: 954-964.
- [2] 赵乾. 考虑力矩陀螺奇异与饱和的空间站姿态机动控制策略与路径规划 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2015. ZHAO Qian. Study on space station attitude maneuver control strategy and path planning considering saturation and singularity of control moment gyroscopes [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2015. (in Chinese)
- [3] 屠善澄. 卫星姿态动力学与控制 [M]. 北京: 宇航出版社, 2001. TU Shancheng. Attitude dynamics and control of satellite [M]. Beijing: China Space Navigation Press, 2001. (in Chinese)
- [4] 于泳尧. 空间站大角度姿态机动策略地面仿真 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2014. YU Moyao. The simulation on ground of large-angle attitude maneuver strategy of space station [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2014. (in Chinese)
- [5] Cooper P A, Garrison J L, Jr., Montgomery R C, et al. Simulation of the assembly dynamics and control of space station freedom [C]//Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, 1993: 107-115.
- [6] 章胜. 基于控制力矩陀螺的空间站姿态机动路径规划与控制方法研究 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2014. ZHANG Sheng. Study on space station attitude maneuver path planning and guidance using control moment gyroscopes [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2014. (in Chinese)
- [7] Longman R W, Roberson R E. General solution for the equilibria of orbiting gyrostats subject to gravitational torque [J]. Journal of the Astronautical Sciences, 1969, 16: 49-58.

- [8] Sarychev V A, Mirer S A. Relative equilibria of a satellite subjected to gravitational and aerodynamic torques [J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2000, 76(1): 55–68.
- [9] Sarychev V A, Paglione P, Guerman A D. Stability of equilibria for a satellite subject to gravitational and constant torques [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2008, 31(2): 386–394.
- [10] 程迎坤, 孙承启, 张锦江. 空间站力矩平衡姿态和动量平衡姿态的研究[J]. *航天控制*, 2008, 26(2): 3–8.  
CHENG Yingkun, SUN Chengqi, ZHANG Jinjiang. Study on torque equilibrium attitude and momentum equilibrium attitude of the space station [J]. *Aerospace Control*, 2008, 26(2): 3–8. (in Chinese)
- [11] 周黎妮, 唐国金, 罗亚中, 等. 基于稳定度设计的空间站姿态 TEA 稳定 LQR 控制器 [J]. *宇航学报*, 2007, 28(5): 1142–1148.  
ZHOU Lini, TANG Guojin, LUO Yazhong, et al. Stability-based LQR controller for space station TEA-holding [J]. *Journal of Astronautics*, 2007, 28(5): 1142–1148. (in Chinese)
- [12] 赵乾, 黄海兵, 罗亚中, 等. 空间站零燃料大角度最优姿态机动路径规划[J]. *载人航天*, 2011, 16(4): 28–32.  
ZHAO Qian, HUANG Haibing, LUO Yazhong, et al. Large-angle optimal attitude maneuver path planning of space station with zero propellant consumption [J]. *Manned Spaceflight*, 2011, 16(4): 28–32. (in Chinese)
- [13] 章胜, 黄海兵, 赵乾, 等. 控制力矩陀螺辅助的空间站大角度姿态机动[J]. *国防科技大学学报*, 2013, 35(4): 7–13.  
ZHANG Sheng, HUANG Haibing, ZHAO Qian, et al. Study of control momentum gyroscopes assisting maneuver [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2013, 35(4): 7–13. (in Chinese)
- [14] 赵乾. 空间站零燃料大角度姿态机动方法[D]. 长沙: 国防科技大学, 2011.  
ZHAO Qian. Approach for zero-propellant large-angle attitude maneuver of space station [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011. (in Chinese)
- [15] Mapar J. Innovative approach to the momentum management control for space station freedom [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1993, 16(1): 175–181.
- [16] 周黎妮. 考虑动量管理和能量存储的空间站姿态控制研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2010.  
ZHOU Lini. Study on space station attitude control with momentum management and power storage [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010. (in Chinese)
- [17] Harduvel J T. Continuous momentum management of earth-oriented spacecraft [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1992, 15(6): 1417–1426.
- [18] 吴忠. 空间站姿态/动量联合非线性控制[J]. *航空学报*, 2006, 27(6): 1155–1160.  
WU Zhong. Nonlinear control of attitude and momentum for space station [J]. *Acta Aeronautica and Astronautica Sinica*, 2006, 27(6): 1155–1160. (in Chinese)
- [19] Varatharajoo R. A combined energy and attitude control system for small satellites [J]. *Acta Astronautica*, 2004, 54(10): 701–712.
- [20] Kucharski D, Kirchner G, Koidl F, et al. Attitude and spin period of space debris ENVISAT measured by satellite laser ranging [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(12): 7651–7657.
- [21] D’Amico S, Ardaens J S, Gaias G, et al. Noncooperative rendezvous using angles-only optical navigation: system design and flight results [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2013, 36(6): 1576–1595.