

## 飞机反区速度矢量不稳定及其控制的机理\*

汪节, 吴文海, 高丽, 张杨, 李鑫

(海军航空大学青岛校区航空机电控制工程与指挥系, 山东青岛 266041)

**摘要:**在信号流图的基础上,提出多回路分析的方法,并用于研究反区时速度矢量不稳定及其稳定控制的机理。建立了纵向动力学的信号流图,并证明了一个回路的收敛性定理。在此基础上,通过理论分析得出了速度矢量不稳定在不同层面上的原因,也得出了速度和轨迹的发散度表达式等,并表明阻力-速度曲线、轨迹角-速度曲线、极曲线、阻力系数曲线等存在相互对应的反区和正区,并且阻力-速度曲线和轨迹角-速度曲线在斜率上成比例。研究得出进场动力补偿系统下速度矢量的稳定临界条件、收敛度、稳定机理等,理论分析和仿真比较了速度恒定进场动力补偿系统和迎角恒定进场动力补偿系统在控制性能上的差异。

**关键词:**速度; 轨迹角; 着舰; 反区; 信号流图; 回路分析; 动力补偿

**中图分类号:** V249 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2018)05-123-10

## Mechanism of aircraft's velocity vector instability and its control in backside area

WANG Jie, WU Wenhai, GAO Li, ZHANG Yang, LI Xin

(Department of Aeronautical Electrical Control Engineering and Command, Qingdao Branch, Naval Aeronautical University, Qingdao 266041, China)

**Abstract:** On the basis of signal flow graph, the method of loop analysis was put forward to study the mechanism of velocity vector instability and its stable control. The signal flow graph of the longitudinal dynamics was established, and the convergence theorem of loop was proved. On this basis, through theoretic analysis, the reasons of velocity vector instability at different levels were obtained, and the velocity and flight path's instability expressions were obtained too. In addition, it was also shown that the drag-velocity curve, the track angle-velocity curve, the polar curve and the drag coefficient curve possess mutual backside area and frontside area, and the drag-velocity curve's slope is proportional to the track angle-velocity curve's. The conclusions about the velocity vector's stability critical condition, convergence expressions and stability mechanism under APCS (approach power compensation system) were obtained, and the comparison results about control performance between velocity constant APCS and angle-of-attack constant APCS were obtained through theoretic analysis and simulation.

**Key words:** velocity; flight path angle; carrier landing; backside area; signal flow graph; loop analysis; power compensation

反区是指飞机低动压飞行(如着舰)时,处于阻力-速度曲线的负斜率区,这时在无动力补偿下,速度矢量(包括速度和轨迹)会不稳定。这种情况会影响轨迹的快速精确控制,甚至会导致反向响应和引发飞行安全问题等。因此,研究着舰反区动力学稳定问题具有重要意义。

美军标 MIL-F-8785B 和 MIL-F-8785C<sup>[1-3]</sup> 中对轨迹稳定性做过定义,也为限制轨迹不稳定的影响,而对进场着陆飞行阶段下的轨迹角对速度的导数做了数值限制,但是并没有分析反区机理。文献[3]在轨迹稳定性一节中总结了文献[4-7]的结论“当用升降舵来控制姿态和高度时,空速特性体现在一个一阶根上,该根在

低于最小阻力速度下不稳定。”意思是速度对升降舵的传递函数中,出现了一个属于速度的正极点。文献[3]又认为这个原因是高度(或垂直速度或轨迹角)对升降舵有正零点。文献[3]通过终值定理等推得轨迹角对速度的导数的公式,导数和正零点值成比例关系。可以说,很大程度上军标对导数的限制就是对正零点的限制。综合文献[3],即速度矢量不稳定是由切向速度量的正极点或法向轨迹量的正零点所导致的。文献[8]通过得出轨迹角增量对俯仰角增量的传递函数,运用求稳态增益的方法,将轨迹不稳定的原因归于线性模型中的三个气动导数。文献[9]认为轨迹不稳定的原因是飞机在低动压情况下阻力曲线过于陡

\* 收稿日期:2017-06-19

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51505491)

作者简介:汪节(1989—),男,安徽舒城人,博士研究生,E-mail:reality\_123@126.com;

吴文海(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:sophia\_wxc@126.com

峭。文献[10]则认为操纵性下降导致了轨迹角响应不良。文献[11]认为轨迹不稳定性是因为“飞机需要负的轨迹角增量所产生的重力沿纵轴方向的分量来平衡增大的阻力”，其观点没有认识到：切向方向平衡是轨迹发散后达到再次稳态的原因，而不是轨迹不稳定的原因。文献[12]的解释和文献[11]的类似，将原因归于重力的切向分量。文献[13]认为是阻力的诱导阻力分量在低速时成比例增加而导致了阻力曲线的反区。

上述文献中主要都是采用复域方法说明反区机理，基于这种方法下的解释是正确的，也得到了领域内的普遍共识，但同时也存在一些不足：第一，复域分析方法是抽象的笼统的方法，不考虑被分析对象的具体系统组成和物理过程。某种意义上，复数零极点只能判断稳定与否以及衡量稳定程度，而不能深入说明具体稳定与否的物理层面上的原因。第二，通过终值定理求传递函数中的稳态增益，只能表明系统稳态情况，而不能说明轨迹不稳定的具体过程。

工程和学术上都开展过关于反区的稳定控制的研究。工程上，美国从 20 世纪 50 年代开始采用进场动力补偿系统 (Approach Power Compensation System, APCS) 的方法，并在经过自动着舰的试飞和飞行后，逐步将速度恒定 APCS 改进为迎角恒定 APCS<sup>[13-16]</sup>。学术研究的重点则是采用经典或现代控制等方法，进行 APCS 设计。尚无文献对反区稳定控制的机理、临界条件等进行分析说明。

本文针对以往研究的不足，在信号流图的基础上，提出多回路分析的方法，来研究反区速度矢量不稳定及其稳定控制的机理，为着舰等反区控制提供理论支持。

### 1 飞机纵向动力学方程

反区速度矢量不稳定属于纵向的动力学问题，飞机纵向动力学方程组，如式(1)所示。

题，飞机纵向动力学方程组，如式(1)所示。

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{T \cos(\alpha + \theta_T) - D}{m} - g \sin \gamma \\ \dot{\gamma} = \frac{L + T \sin(\alpha + \theta_T)}{mV} - \frac{g}{V} \cos \gamma \\ \dot{h} = V \sin \gamma = f_3(V, \gamma) \\ \dot{\alpha} = q - \dot{\gamma} \\ \dot{\theta} = q \\ \dot{q} = M/I_y \\ T = k_T \delta_T \\ D = 0.5 \rho V^2 S C_D(\alpha) = f_4(\cdot) \\ L = 0.5 \rho V^2 S C_L(\alpha, \delta_e) = f_2(\cdot) \\ M = 0.5 \rho V^2 S \bar{c} C_M(\alpha, q, \delta_e) = f_1(\cdot) \end{cases} \quad (1)$$

其中， $h, V, \gamma, \alpha, \theta_T, \theta, q, T, D, L, M, C_D, C_L, C_M, \delta_e, \delta_T$  分别为高度、速度、轨迹角、迎角、发动机安装角、俯仰角、俯仰角速度、推力、阻力、升力、俯仰力矩、阻力系数、升力系数、俯仰力矩系数、升降舵偏角、油门偏角。

直接由式(1)来分析飞机速度矢量不稳定机理是困难的。因此，采用信号流图来分析纵向反区的动力学问题，图 1 是由式(1)所展开的信号流图。

### 2 飞机纵向信号流图的初步分析

纵向信号流图中，一般称空速方向为切向，称升力方向为法向。在分析之前，首先证明一个关于回路的定理。

**定义 1** 对于包含一个积分器的回路  $x = g(x)$ ，其积分器输入端对输出端导数  $dg/dx$  为回路的开环增益，简称增益。在状态  $x_0$  处的导数

$\left. \frac{dg}{dx} \right|_{x=x_0}$  为回路在  $x_0$  处的增益。

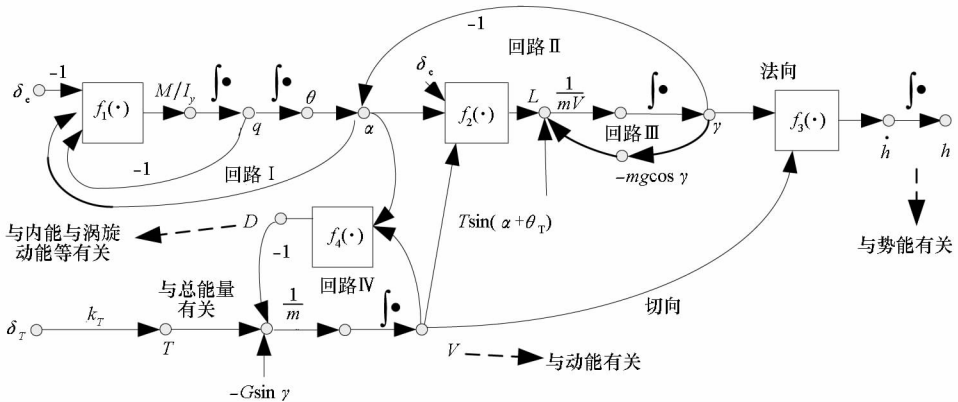


图 1 飞机纵向信号流图

Fig. 1 Aircraft's longitudinal signal flow graph

**定理1** 若对回路  $\dot{x} = g(x)$ , 设  $x$  在区间  $[a, b]$  内, 且存在  $c \in [a, b]$ , 使得  $g(c) = 0$ 。若  $g(x)$  为减函数(即增益  $dg/dx < 0$ ), 则回路是渐进稳定的, 有平衡点  $x = c$ ; 若  $g(x)$  为增函数(即增益  $dg/dx > 0$ ), 则回路不稳定。

证明: 1) 当  $c \leq x \leq b$  时, 取  $V(x) = \int_c^x [g(c) - g(z)] dz = \int_c^x -g(z) dz$ 。由于  $g(x)$  为减函数, 故  $G(x) = -g(x)$  为增函数,  $G(x) \geq G(c) = 0$ ,  $V(x) \geq 0$ 。所以,  $V(x)$  是 Lyapunov 能量函数。

$$\dot{V} = \frac{dV}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = -g^2(x) \leq 0 \quad (2)$$

又由于只有在  $x = c$  时,  $\dot{V} = 0$ , 因此由 Lassel 引理可知, 回路必然渐进收敛到  $x = c$ 。

当  $a \leq x \leq c$  时, 取  $V(x) = \int_x^c g(z) dz$ ,  $G(x) = g(x)$  为减函数,  $G(x) \geq G(c) = 0$ ,  $V(x) \geq 0$ ,  $\dot{V} = \frac{dV}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = -g^2(x) \leq 0$ 。后续证明同上。

综上所述, 对于  $g(x)$  为减函数的情况, 回路是渐进稳定的, 且趋近于平衡点  $x = c$ 。

2) 对  $\dot{x} = g(x)$  在  $\forall x_0 \in [a, b]$  的无穷小邻域内 Taylor 展开。

$$\dot{x} = \dot{x}_0 + \Delta \dot{x} = g(x_0) + \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{x=x_0} \Delta x + 0(\Delta x^2) \quad (3)$$

可知, 当  $\left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{x=x_0} > 0$ , 即  $g(x)$  是增函数时, 系统在  $x = x_0$  的无穷小邻域内不稳定, 对  $\forall x_0 \in [a, b]$  皆成立, 因此回路在区间上不稳定。□

**推论1** 对于有输入的回路  $\dot{x} = g(x) + u$ , 若  $u$  不是  $x$  的函数, 则系统的稳定性只与  $g(x)$  有关, 而与  $u$  无关。若系统稳定, 则稳态值与  $u$  有关,  $x = g^{-1}(-u)$ 。

**定义2** 若  $\partial g/\partial x < 0$ , 则定义  $|\partial g/\partial x|$  为回路的收敛度。若  $\partial g/\partial x > 0$ , 则  $|\partial g/\partial x|$  为回路的发散度。这个定义是用来表征回路稳定性程度的。

下面从理论和实际等角度, 对图1中纵向的一些回路进行分析。

1) 分析回路 I ( $\alpha \rightarrow \delta_e \rightarrow M/I_y \rightarrow \alpha$ ), 若飞机重心在气动焦点之前, 则静稳定, 此时  $\partial f_1/\partial \alpha < 0$ , 回路 I 稳定; 反之, 若重心在气动焦点之后, 飞机放宽静稳定性, 则回路 I 是不稳定的。对于静不稳定的情况, 低速时需要控制上进行迎角负反馈来抵消回路 I 的不稳定性; 高速时焦点后移, 回路 I 会获得稳定性。

2) 分析回路 II ( $\gamma \rightarrow \alpha \rightarrow L \rightarrow \gamma$ ), 增益为:

$$K_{\text{回路II}} = \frac{1}{mV} \cdot \frac{\partial L}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \gamma} = -\frac{0.5\rho VS}{m} \cdot \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} < 0 \quad (4)$$

由定理1可知, 回路 II 稳定, 且飞机大迎角的程度越大, 式(4)中的  $V$  和  $\partial C_L/\partial \alpha$  越小,  $K_{\text{回路II}}$  绝对值越小。由定义2可知, 回路 II 的收敛度越小。

3) 分析回路 III ( $\gamma \rightarrow -mg \cos \gamma \rightarrow \gamma$ ), 其增益为:

$$K_{\text{回路III}} = \frac{\partial}{\partial \gamma} \left( -\frac{g}{V} \cos \gamma \right) = \frac{g}{V} \sin \gamma \quad (5)$$

由式(5)可知, 在平飞或着陆/舰等情况下,  $K_{\text{回路III}} < 0$ , 回路 III 稳定。但是由于  $\gamma$  一般很小, 则  $|K_{\text{回路III}}|$  也会很小, 由定义2可知回路 III 收敛度太小, 这时相当于环断开为开环, 图1中  $-mg \cos \gamma$  相当于一个定值, 符合推论1。因此, 可以忽略回路 III 对法向的影响, 物理意义是轨迹角在一定范围变化时, 法向力的变化可近似为升力的变化, 而重力法向分量变化很小, 可以被忽略, 即粗略认为重力法向分量未变。

4) 分析回路 IV ( $V \rightarrow D \rightarrow V$ ), 回路 IV 稳定, 因为有益:

$$K_{\text{回路IV}} = -\frac{\partial D}{\partial V} \cdot \frac{1}{m} = -\frac{\rho V S C_D}{m} < 0 \quad (6)$$

5) 由图1可知,  $G \sin \gamma$  在切向也形成回路, 这个回路是收敛的。但是这个回路与阻力的主回路相比, 影响很小。原因有两点: 第一, 对于 F/A-18 这样的舰载机, 在着舰配平状态, 当迎角变化  $4^\circ$  时(俯仰角不变时, 即轨迹角有  $4^\circ$  变化), 阻力增量有  $0.16G$ , 而  $G \sin \gamma$  增量只有  $0.0698G$ 。可见这个环与阻力的主环相比, 是次要因素。第二, 一般在分析反区动力学时, 都将原因归结到推力曲线或阻力曲线上, 认为两种曲线在反区的解释上几乎等价。

6) 图1中,  $T \sin(\alpha + \theta_T)$  在法向也形成回路, 这个回路是收敛的。但是这个回路与升力的主回路相比, 影响很小。原因有两点: 第一, 对于 F/A-18 这样的舰载机, 在着舰配平状态, 当迎角变化  $4^\circ$  时, 升力增量有  $0.6T$  ( $T$  为配平推力), 而  $T \sin(\alpha + \theta_T)$  增量只有  $0.0677T$ 。第二, 一般在分析飞机的法向动力学时, 都会将原因归结到升力的变化上, 而忽略推力分量的作用。

在研究飞机速度矢量稳定性问题时, 将上述的  $G \sin \gamma$ 、 $T \sin(\alpha + \theta_T)$  近似认为是与状态无关的、配平在着舰反区状态下的输入量, 即符合推论1。省略影响很小的因素, 考虑主要因素, 是科学和工程中所常用和必要的方法。

### 3 速度矢量不稳定机理分析

将速度不稳定和轨迹不稳定合称为速度矢量不稳定。虽然速度、轨迹是相互关联的,但是速度、轨迹都有其各自的动态,具体分析过程又有所区别。因此,按照先分后总的顺序,首先分别对速度和轨迹的稳定性进行讨论,然后对二者进行综合分析。

#### 3.1 速度不稳定机理分析

以往讨论速度不稳定,都会将阻力分为随速度递增而递增的零升阻力函数,和随速度递增而递减的升致阻力函数。这样叠加起来,在阻力函数( $D-V$ 曲线)上必然有低速时的负斜率反区和中高速时的正斜率正区。这种方法是函数静态叠加的思想方法,其方法和结论都是对的,但是这种方法并没有解释速度不稳定的具体过程及机理。

图 2 为需用推力曲线,其中平飞(轨迹角为 $0^\circ$ 时)的需用推力曲线即飞机的 $D-V$ 曲线。值得说明的是: $D-V$ 曲线中的 $D$ ,并不是 $V$ 变化后的即时阻力,而是 $V$ 变化让法向的迎角也一起变化后的阻力。

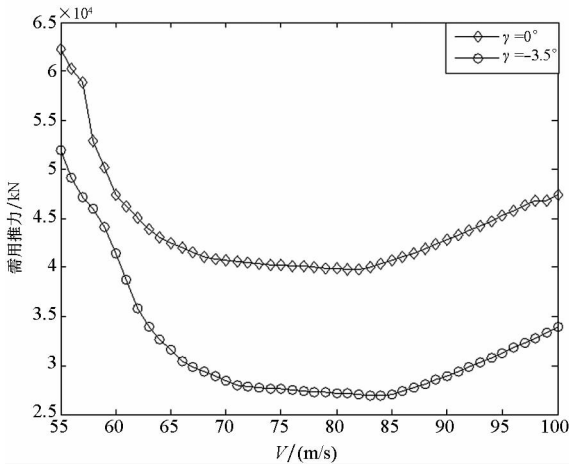


图 2 需用推力曲线

Fig. 2 Demand thrust curve

利用信号流程图,并采用微分的方法将能分析动态机理。

定义回路 V 为: $V \rightarrow$ 回路 II  $\rightarrow \alpha \rightarrow D \rightarrow V$ 。则图 1 中涉及速度稳定性的回路有回路 IV 和回路 V。

如图 3 所示,当 $V$ 发生变化,即增量 $dV < 0$ 时,此信号沿着两个分支流动,反作用到速度本身。第一个分支直接产生阻力增量 $dD_1$ ;第二个分支输入到法向上的回路 II 产生迎角增量 $d\alpha$ ,再产生阻力的另一个增量 $dD_2$ 。而阻力总增量 $dD$ 经过积分,又会引起速度变化。

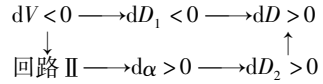


图 3 阻力增量示意图

Fig. 3 Schematic diagram of drag increment

**定理 2** 速度不稳定和出现 $D-V$ 曲线反区的原因是:当速度有摄动时, $|dD_2| > |dD_1|$ ,即等价于回路 V 的发散度大于回路 IV 的收敛度( $K_{\text{回路IV}} + K_{\text{回路V}} > 0$ ),亦等价于:法向对切向的耦合发散作用,大于切向对自身的收敛作用。

证明:

$$dD = dD_2 + dD_1 = \frac{\partial D}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial D}{\partial V} dV \quad (7)$$

可设 $dV < 0$ ,则当且仅当 $|dD_2| > |dD_1|$ 时,有 $dD > 0$ ,得 $dD/dV < 0$ , $D-V$ 曲线反区,且包围速度的回路的总增益为:

$$K_V = K_{\text{回路IV}} + K_{\text{回路V}} = \frac{-1}{m} \left( \frac{dD_2}{dV} + \frac{dD_1}{dV} \right) = \frac{-1}{m} \cdot \frac{dD}{dV} > 0 \quad (8)$$

由定理 1 可知,速度不稳定。□

定理 2 对速度不稳定的解释较浅,进一步分析更深的气动原因。

**定理 3**<sup>[12]</sup> 速度不稳定当且仅当:反区飞行时极曲线上的点(用 A 点表示)的切线斜率,小于 A 点与原点连线的斜率(即 A 点升阻比)。

证明:速度信号输入到回路 II 中,会出现相应的迎角输出(符合推论 1),其物理过程是当速度变化时候,法向有平衡趋势,会配平出相应的迎角变化量。在速度不稳定的过程中,可以认为回路 II 始终是平衡的,有:

$$dL = \frac{\partial L}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial L}{\partial V} dV = 0 \quad (9)$$

可知, $dV$ 输入到回路 II 后,有输出 $d\alpha$ :

$$d\alpha = -dV \left( \frac{\partial L}{\partial V} / \frac{\partial L}{\partial \alpha} \right) \quad (10)$$

又因为:

$$\begin{cases}
 \frac{\partial L}{\partial V} = \rho V S C_L \\
 \frac{\partial L}{\partial \alpha} = 0.5 \rho V^2 S C_{L_\alpha} \\
 \frac{\partial D}{\partial V} = \rho V S C_D \\
 \frac{\partial D}{\partial \alpha} = 0.5 \rho V^2 S C_{D_\alpha}
 \end{cases} \quad (11)$$

其中, $C_{L_\alpha} = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$ , $C_{D_\alpha} = \frac{\partial C_D}{\partial \alpha}$ 。

由式(10)~(11)得:

$$\frac{dD}{dV} = \frac{\partial D}{\partial V} + \frac{\partial D}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial V} = \rho VS (C_D - C_L C_{D_\alpha} / C_{L_\alpha}) \quad (12)$$

$$K_V = K_{\text{回路}V} + K_{\text{回路}V} = -\frac{1}{m} \cdot \frac{dD}{dV} = \frac{\rho VS}{m} \left( \frac{C_{D_\alpha}}{C_{L_\alpha}} C_L - C_D \right) \quad (13)$$

由定理1可知,当且仅当速度不稳定时,有  $K_V > 0$ ,得到:

$$\frac{C_{L_\alpha}}{C_{D_\alpha}} = \left( \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right) / \left( \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} \right) = \frac{\partial C_L}{\partial C_D} < \frac{C_L}{C_D} \quad (14)$$

其中,  $C_L/C_D$  是 A 点的升阻比,  $\partial C_L/\partial C_D$  是 A 点切线的斜率。□

又由于极曲线的斜率单调递减,故如图4所示。过原点做极曲线的切线,切点右边的点对应着  $D-V$  曲线反区的点,切点左边的点对应着  $D-V$  曲线正区的点,切点处的迎角正好是有利迎角。极曲线斜率越小,速度稳定性越差。

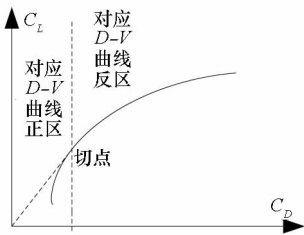


图4 速度稳定性的极曲线

Fig.4 Velocity stability in polar curve

根据定义2,可以用式(8)或式(13)来表征速度发散度,这和平常用  $D-V$  曲线斜率来表征是一样的,因为二者成比例。

文献[8]中认为反区时  $X_u$  (切向力小扰动量对切向速度分量小扰动量的导数) 表征速度稳定性。实际上,由于切向和法向具有较强耦合,故速度稳定共同体现在  $X_u$  和  $X_w$  (切向力小扰动量对法向速度分量小扰动量的导数) 上,且无控制时,  $X_w w$  对切向速度稳定性的作用比  $X_u u$  更大。

### 3.2 轨迹不稳定机理分析

首先分析已有的轨迹稳定性指标,美军标 MIL-F-8785C 中,  $\gamma-V$  曲线中的  $d\gamma/dV$  值被用于衡量轨迹稳定性程度,如图5所示。

定理4  $\gamma-V$  曲线和  $D-V$  曲线斜率的关系为:

$$\frac{d\gamma}{dV} = -\frac{1}{mg} \cdot \frac{dD}{dV} \quad (15)$$

式(15)中的变量采用国际单位制,且  $\gamma$  单位为 rad。

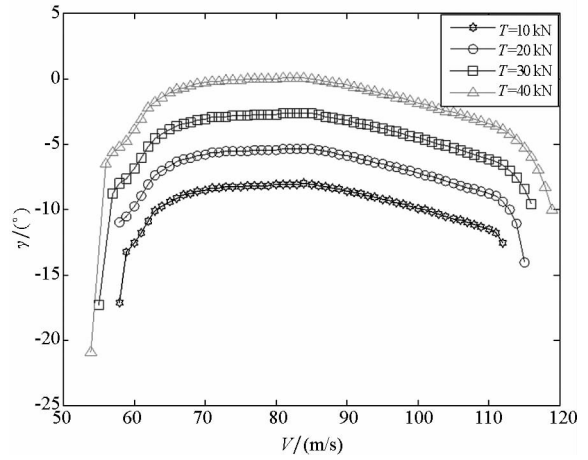


图5  $\gamma-V$  曲线

Fig.5  $\gamma-V$  curve

证明:从操纵上解释  $\gamma-V$  反区:操纵杆(这里可取拉杆)时,俯仰角增大,迎角增大,在速度和轨迹不稳定的情况下,速度和轨迹角都会减小,即  $d\gamma/dV > 0$ ,对应  $\gamma-V$  曲线反区。

这时,速度和轨迹角不会一直减小下去,由于重力分量随轨迹角减小而增加,切向力会重新平衡(平衡点是不稳定结点),系统重新达到稳态。采用微分思想,对于此系统,各量都只是在无穷小范围内变化,重新稳态后,轨迹角有增量  $d\gamma \rightarrow 0$ 。切向和法向的稳态平衡方程<sup>[12]</sup>为:

$$T \cos(\alpha_T + \alpha) - D - mg \sin \gamma = 0$$

$$T \cos(\alpha_T + \alpha - d\gamma) - (D + dD) - mg \sin(\gamma + d\gamma) = 0$$

$$L - mg \cos \gamma + T \sin(\alpha_T + \alpha) = 0$$

$$L + dL - mg \cos(\gamma + d\gamma) + T \sin(\alpha_T + \alpha - d\gamma) = 0$$

在  $\gamma$  很小时(一般正常飞行、着陆/舰等情况都符合此条件),有  $\sin(\gamma + d\gamma) \approx \gamma + d\gamma$ 。另外因为  $\alpha_T + \alpha$  较大,  $\sin(\alpha_T + \alpha - d\gamma)$  不能约等于  $\alpha_T + \alpha - d\gamma$ ,而有  $\sin(\alpha_T + \alpha - d\gamma) = \sin(\alpha_T + \alpha)$ 。又因为,  $\cos(\gamma + d\gamma) = \cos \gamma \cos d\gamma - \sin \gamma \sin d\gamma = \cos \gamma$ ,故有:

$$\begin{cases} d\gamma \approx -\frac{dD}{mg} \\ dL = 0 \end{cases} \quad (16)$$

将式(16)两边同除  $dV$ ,且一定意义下可将约等号视为等号,有:

$$\frac{d\gamma}{dV} = -\frac{1}{mg} \cdot \frac{dD}{dV} \quad (17)$$

□

定理4说明了:第一,  $\gamma-V$  曲线和  $D-V$  曲线的斜率成比例。第二,  $d\gamma/dV$  和  $dD/dV$  成比例,表示轨迹稳定性和速度稳定性是一致的。第三,摄动时,系统重新达到稳态后,轨迹角增量和阻力增量成比例。

式(16)只说明了轨迹发散后的重新稳态时, 轨迹角增量和阻力增量的关系, 并没有说明轨迹不稳定(发散)的过程和原因。下面用信号流图方法分析该原因。

定义回路 VI 为:  $\gamma \rightarrow \alpha \rightarrow$  回路 IV  $\rightarrow V \rightarrow L \rightarrow \gamma$ 。则图 1 中涉及轨迹稳定性的回路有回路 II 和回路 VI。

当  $\gamma$  有增量  $d\gamma$  时, 产生  $d\alpha$ , 此信号会沿着两个分支流动来反作用到轨迹本身。第一个分支直接产生升力增量  $dL_1$ ; 第二个分支输入到切向上的回路 IV, 输出  $dV$ , 产生升力的另一个增量  $dL_2$ 。而升力总增量  $dL$  经过积分, 又会引起轨迹角变化。过程如图 6 所示。

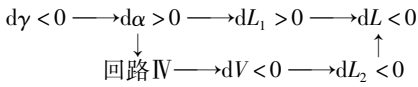


图 6 升力增量示意图

Fig. 6 Schematic diagram of lift increment

**定理 5** 轨迹不稳定的原因是: 当迎角有摄动时,  $|dL_2| > |dL_1|$ , 即等价于回路 VI 的发散度大于回路 II 的收敛度 ( $K_{\text{回路VI}} + K_{\text{回路II}} > 0$ ), 也等价于切向对法向的耦合发散作用大于法向对自身的收敛作用。

证明:

$$dL = dL_1 + dL_2 = \frac{\partial L}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial L}{\partial V} dV \quad (18)$$

可设  $d\alpha > 0$ , 则当且仅当  $|dL_2| > |dL_1|$  时, 有  $dL > 0$ 。得  $dL/d\alpha < 0$ , 包围速度的回路(回路 II 和回路 VI)的总增益为:

$$K_\gamma = K_{\text{回路VI}} + K_{\text{回路II}} = \frac{-1}{mV} \left( \frac{dL_1}{d\alpha} + \frac{dL_2}{d\alpha} \right) = \frac{-1}{m} \cdot \frac{dL}{d\alpha} > 0 \quad (19)$$

由定理 1 得, 轨迹不稳定。 □

定理 5 对轨迹不稳定的解释较浅, 定理 6 进一步分析深层的气动原因。

**定理 6** 轨迹不稳定当且仅当: 反区飞行时, 极曲线上点(用 A 点表示)的切线斜率小于 A 点与原点连线的斜率(即 A 点升阻比)。

证明: 由切向的环 IV 平衡, 有

$$dD = \frac{\partial D}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial D}{\partial V} dV = 0 \quad (20)$$

由式(11)、式(20)得:

$$K_\gamma = K_{\text{回路II}} + K_{\text{回路VI}} = \frac{1}{mV} \left( \frac{\partial L}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \gamma} + \frac{\partial L}{\partial V} \cdot \frac{\partial V}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \gamma} \right)$$

$$= \frac{-1}{mV} \cdot \frac{\partial L}{\partial \alpha} + \frac{\partial L}{\partial V} \cdot \frac{\partial V}{\partial \alpha} = \frac{0.5\rho VS}{m} \left( \frac{C_L C_{D\alpha}}{C_D} - C_{L\alpha} \right) \quad (21)$$

由定理 1 可知, 当且仅当轨迹不稳定时, 有  $K_\gamma > 0$ , 得到:

$$\frac{C_{L\alpha}}{C_{D\alpha}} = \left( \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right) / \left( \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} \right) = \frac{\partial C_L}{\partial C_D} < \frac{C_L}{C_D} \quad (22)$$

□

同 3.1 节的思路, 做轨迹稳定性极曲线图, 如图 7 所示。图 7 和图 4 所对应的正、反情况是完全相同的, 这表明轨迹和速度在稳定性上是一致和一体的。

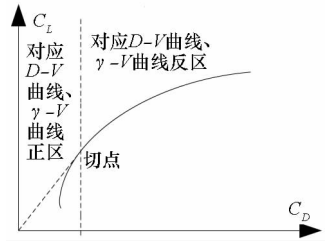


图 7 轨迹稳定性的极曲线

Fig. 7 Flight path stability in polar curve

综合 3.1 节和本节内容, 可得到以下结论:

1) 由定理 2 和定理 5 可知, 速度矢量(速度和轨迹的统称)不稳定的直接原因是, 切向和法向的相互耦合发散作用大于其各自方向上对自身的收敛作用。

2) 综合定理 3 和定理 6 以及定理 4 可知, 反区时, 速度不稳定和轨迹不稳定的界限和原因都是一样的。速度矢量不稳定的更深原因是, 极曲线上的切线斜率小于当时工作点的升阻比。

3) 速度的发散度和轨迹的发散度是不同且不成比例的。速度的发散度可以用  $D-V$  曲线斜率或者式(13)来表征, 而轨迹的发散度应该用式(21)来表征。

4)  $D-V$  曲线、 $\gamma-V$  曲线、极曲线等存在相互对应的反区和正区。并且  $D-V$  曲线和  $\gamma-V$  曲线的斜率成比例。

文献[8]中认为,  $Z_u$ (法向力小扰动量对切向速度分量小扰动量的导数)表征轨迹稳定性。此观点具有一定合理性, 但同时轨迹的稳定性还应同时考虑  $Z_w$ 。由于法向和切向耦合作用大, 无控制时,  $Z_u u$  对法向轨迹稳定性的作用比  $Z_w w$  更大。

### 3.3 速度矢量不稳定深层机理分析

本节在定理 3 和定理 6 的基础上, 进一步推导和分析其深层的物理机理。

**定理7** 速度矢量不稳定,当且仅当:反区飞行时,对应于阻力系数曲线上点(用B点表示)的切线斜率,大于B点与点 $(\alpha_0, 0)$ 连线的斜率。

证明:当飞机未失速时, $C_L$ 和 $\alpha$ 呈线性关系。

$$C_L = \frac{\partial C_L}{\partial \alpha}(\alpha - \alpha_0) \quad (23)$$

由式(14)和式(22),得:

$$\frac{\partial C_L}{C_L} = \frac{\partial \alpha}{\alpha - \alpha_0} < \frac{\partial C_D}{C_D}$$

$$\frac{C_D}{\alpha - \alpha_0} < \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} = C_{D_\alpha} \quad (24)$$

式中, $\frac{C_D}{\alpha - \alpha_0}$ 表示B点与点 $(\alpha_0, 0)$ 的连线斜率, $C_{D_\alpha}$ 为B点的切线斜率。

当飞机已失速时,阻力系数曲线斜率会更大,飞机速度矢量必然不稳定,也必然满足式(24)。

□

又由于 $C_D - \alpha$ 曲线的斜率单调递增,故如图8所示,过点 $(\alpha_0, 0)$ 做 $C_D - \alpha$ 曲线的切线,切点右边的点对应着 $D - V$ 曲线、 $\gamma - V$ 曲线和极曲线的反区的点,切点左边的点对应着 $D - V$ 曲线、 $\gamma - V$ 曲线和极曲线的正区的点,切点处的迎角正好是利迎角。 $C_D - \alpha$ 曲线斜率越大,速度矢量稳定性越差。

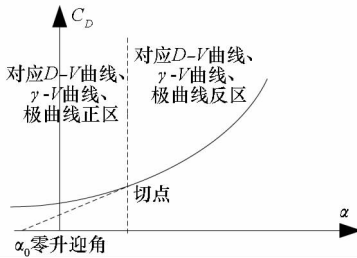


图8 阻力系数曲线正、反区

Fig. 8 Drag coefficient curve's frontside and backside area

由式(24)可知,反区速度矢量不稳定的原因是低速大迎角下阻力系数斜率 $C_{D_\alpha}$ 过大,进一步分析其物理原因。

大迎角时,附面层气流分离会让翼面产生涡旋,而上下翼面的压差较大又会让翼梢产生较强的卡门涡旋,这两种涡旋在力效应上让压差阻力、诱导阻力和阻力系数很大。

如图9所示,设速度出现负扰动,此时迎角在法向作用下会出现正扰动。速度出现负扰动,有减小阻力的作用(这里称为N作用)。迎角正扰动会让附面层气流分离点前移,上下翼面的压差也会有很大变化,进而附面层和翼梢的两处涡旋都会有较大的增强,因而有增加阻力的作用(这里称为P作用)。

P作用是导致 $\partial C_D$ 和 $C_{D_\alpha}$ 过大的原因。

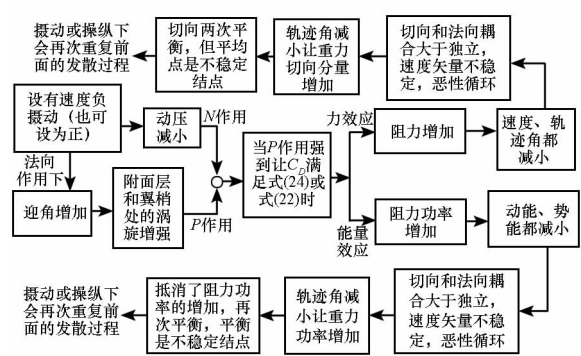


图9 速度矢量不稳定的物理过程

Fig. 9 Process of velocity vector instability

当P作用能强到使 $C_D$ 的增量 $\partial C_D$ 达到符合式(24)或式(22)的程度时,P作用就会比N作用强。这时,阻力最终会增加,而和速度的最初扰动异号。由3.1节和3.2节可知,这时切向和法向发散性的耦合作用大于各自方向对自身的收敛作用,速度矢量不稳定且发散。

也可从能量角度更清晰地进行分析。N作用有减小阻力功率的作用,P作用有增加阻力功率的作用。当P作用使 $\partial C_D$ 符合式(24)或式(22)时,阻力功最终会增加,而和速度的最初扰动异号。在发动机功率不变下,总功率为负,因而动能减小,飞机失去平衡,势能也随之减小,并且陷入恶循环。本质上,此时飞机动力学系统是一个耗散结构系统。

以上就是速度矢量不稳定的物理原因。

在速度矢量不稳定过程中,由于重力对飞机做正功,而且重力功率会随着轨迹角发散增大而越来越大,当增加的重力功率能抵消增加的阻力功率时,由动能定理可知,动能停止减小,速度和轨迹恢复平衡。虽然速度矢量暂时恢复了平衡,但是并不是稳定的。因为这个平衡点只是一个不稳定的结点,当速度矢量有扰动时,又会再次重复上面的发散过程。

#### 4 反区时速度矢量的稳定控制机理

在着舰的反区飞行时,必须利用发动机进行APCS来保证飞机的稳定性和可控性。从能量角度看,速度矢量不稳定的原因是阻力功率的最终变化和速度的最初扰动符号相反,系统是耗散结构的,只有通过系统外的能量(这里是发动机)来干涉系统,才能让系统重新保持稳定。常采用的APCS有速度恒定APCS和迎角恒定APCS。其中,速度恒定APCS是将速度反馈到发动机,迎角

恒定 APCS 是将迎角反馈到发动机<sup>[15-19]</sup>。下面分析以上两种 APCS 的稳定机理。

下面分析以上两种 APCS 的稳定机理。

#### 4.1 速度恒定 APCS 的速度矢量稳定机理

在图 1 中,将速度  $V$  增益  $k_1$  ( $k_1 < 0$ ) 后,反馈到  $\delta_T$  上,形成回路 VII:  $V \rightarrow T \rightarrow \delta_T \rightarrow V$ 。

由式(13)可得,包围速度的所有回路(回路 VII、回路 IV 和回路 V)的总增益为:

$$K_V|_{V\_APCS} = K_V + K_{\text{回路VII}} = \frac{\rho VS}{m} \left( \frac{C_{D_\alpha}}{C_{L_\alpha}} C_L - C_D \right) + \frac{k_1 k_T}{m} \quad (25)$$

由定理 1 可知,令  $K_V|_{V\_APCS} < 0$ ,得速度稳定条件:

$$k_1 < \frac{\rho VS}{k_T} \left[ C_D - \frac{C_{D_\alpha}}{C_{L_\alpha}} C_L \right] \quad (26)$$

定义回路 VIII:  $\gamma \rightarrow \alpha \rightarrow$  回路 IV 和回路 VII  $\rightarrow V \rightarrow L \rightarrow \gamma$ 。包围  $\gamma$  的环为回路 VIII 和回路 II。

由切向平衡,得:

$$k_1 k_T dV - \frac{\partial D}{\partial \alpha} d\alpha - \frac{\partial D}{\partial V} dV = 0 \quad (27)$$

$$\frac{dV}{d\alpha} = \frac{(\partial D / \partial \alpha)}{k_1 k_T - (\partial D / \partial V)} \quad (28)$$

由式(11)和式(28),得:

$$\begin{aligned} K_\gamma|_{V\_APCS} &= K_{\text{回路VIII}} + K_{\text{回路II}} \\ &= \frac{1}{mV} \cdot \frac{\partial L}{\partial V} \cdot \frac{\partial V}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \gamma} + \frac{1}{mV} \cdot \frac{\partial L}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \gamma} \\ &= -\frac{1}{mV} \cdot \frac{(\partial L / \partial V)}{k_1 k_T - (\partial D / \partial V)} \cdot \frac{(\partial D / \partial \alpha)}{\partial \alpha} - \frac{1}{mV} \cdot \frac{\partial L}{\partial \alpha} \\ &= -\frac{0.5\rho VS}{m} \left( \frac{\rho V S C_L C_{D_\alpha}}{k_1 k_T - \rho V S C_D} + C_{L_\alpha} \right) \quad (29) \end{aligned}$$

由定理 1 可知,令  $K_\gamma|_{V\_APCS} < 0$ ,由于  $k_1 < 0$ ,得轨迹稳定条件:

$$k_1 < \frac{\rho VS}{k_T} \left( C_D - \frac{C_{D_\alpha}}{C_{L_\alpha}} C_L \right) \quad (30)$$

分析可得以下结论:

1) 式(26)和式(30)相同,表明速度恒定 APCS 下,速度稳定和轨迹稳定的临界条件是一样的。

2) 式(25)和式(29)不同且不成比例,表明速度恒定 APCS 下,轨迹发散度和速度发散度并不等价。

3) 速度恒定 APCS 对速度稳定的影响是直接的。表现为当  $|k_1| \rightarrow \infty$  时(只是采用极限思想,并非实际情况), $K_V|_{V\_APCS} \rightarrow \infty$ 。因此,在发动机的承受范围内,速度收敛度可以任意大。

4) 当  $|k_1| \rightarrow \infty$  时,由式(29)可知,速度收敛

度  $|K_\gamma|_{V\_APCS}| \rightarrow |K_{\text{回路II}}|$ ,总有  $|K_\gamma|_{V\_APCS}| < |K_{\text{回路II}}|$ 。结合图 1 可知,速度恒定 APCS 对轨迹稳定的影响是间接的,通过实现切向速度稳定,达到切向和法向解耦的目的,进而让轨迹在回路 II 作用下能够实现稳定。由第 2 节分析可知,低动压下回路 II 的收敛度小,所以速度恒定 APCS 即使在极限状态下,其轨迹收敛度也差。而轨迹收敛度直接关系到飞机的纵向响应速度。

#### 4.2 迎角恒定 APCS 的速度矢量稳定机理

在图 1 中,将迎角  $\alpha$  以  $k_2$  ( $k_2 > 0$ ) 增益后反馈到  $\delta_T$  上。

定义回路 IX:  $V \rightarrow$  回路 II  $\rightarrow \alpha \rightarrow \delta_T \rightarrow T \rightarrow V$ 。

由式(10)、式(11)、式(13)可知,包围  $V$  的所有回路(回路 IV、回路 V、回路 IX)的总增益为:

$$\begin{aligned} K_V|_{\alpha\_APCS} &= K_V + K_{\text{回路IX}} \\ &= K_V + \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial T}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial V} \\ &= \frac{\rho VS}{m} \left[ \frac{C_{D_\alpha}}{C_{L_\alpha}} C_L - C_D \right] - \frac{C_L k_2 k_T}{0.5mV C_{L_\alpha}} \quad (31) \end{aligned}$$

由定理 1 可知,令  $K_V|_{\alpha\_APCS} < 0$ ,得速度稳定条件:

$$k_2 > \frac{0.5\rho V^2 S}{k_T} \left( C_{D_\alpha} - \frac{C_D}{C_L} C_{L_\alpha} \right) \quad (32)$$

定义回路 X:  $\gamma \rightarrow \alpha \rightarrow \delta_T \rightarrow T \rightarrow$  回路 IV  $\rightarrow V \rightarrow L \rightarrow \gamma$ 。

计算  $d\alpha$  输入到回路 II 后的输出为:

$$dV = dT \left( \frac{\partial D}{\partial V} \right) = k_2 k_T d\alpha \left( \frac{\partial D}{\partial V} \right) \quad (33)$$

由式(11)、式(33)得,包围  $\gamma$  的所有回路的总增益为:

$$\begin{aligned} K_\gamma|_{\alpha\_APCS} &= K_\gamma + K_{\text{回路X}} \\ &= K_\gamma + \frac{1}{mV} \cdot \frac{\partial L}{\partial V} \cdot \frac{\partial V}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \gamma} \\ &= \frac{0.5\rho VS}{m} \left( \frac{C_L}{C_D} C_{D_\alpha} - C_{L_\alpha} \right) - \frac{k_2 k_T C_L}{mV C_D} \quad (34) \end{aligned}$$

由定理 1 可知,令  $K_\gamma|_{\alpha\_APCS} < 0$ ,得轨迹稳定条件:

$$k_2 > \frac{0.5\rho V^2 S}{k_T} \left( C_{D_\alpha} - \frac{C_D}{C_L} C_{L_\alpha} \right) \quad (35)$$

分析可得以下结论:

1) 式(32)和式(35)相同,表明迎角恒定 APCS 下,速度稳定和轨迹稳定的临界条件是一样的。

2) 式(31)和式(34)不同且不成比例,表明迎角恒定 APCS 下,轨迹发散度和速度发散度并不等价。



3)迎角恒定 APCS 机理为:通过迎角反馈,构成了切向和法向的收敛性耦合,抵消原动力学的发散性耦合,并让切向和法向总的耦合是收敛的,进而稳定速度和轨迹。

4)虽然当  $k_1/k_2 = -2C_L/(VC_{L\alpha})$  时,  $K_V|_{V\_APCS} = K_V|_{\alpha\_APCS}$ ,但是回路Ⅶ中有一个积分器,回路Ⅸ中有两个积分器,回路Ⅶ的相位滞后要小得多。所以,速度恒定 APCS 稳定速度的能力要大于迎角恒定 APCS。

5)由于  $|K_y|_{V\_APCS} < |K_{回路Ⅱ}|$ ,又由于调节  $k_2$ ,很容易让  $|K_y|_{\alpha\_APCS} > |K_{回路Ⅱ}|$ ,进而使  $|K_y|_{\alpha\_APCS} < |K_y|_{V\_APCS}$ 。故,迎角恒定 APCS 稳定迎角的能力要大于速度恒定 APCS,从而更有利于轨迹控制。由于迎角稳定和轨迹控制的效果对着舰非常重要,应该采用迎角恒定 APCS,这和美军的试飞结论是相同的。

### 4.3 仿真

仿真分析上述两种稳定控制的效果。采用文献[20]中的 F/A-18A 飞机纵向线性模型,配平在着舰状态:速度 70 m/s、轨迹角  $-3.5^\circ$ 。升降舵通道为自动着舰下常用的  $\dot{H}$ (垂直速度)控制结构,油门通道分别设计成速度恒定 APCS 和迎角恒定 APCS。仿真加入垂直速度阶跃指令  $\dot{H}_c = 1.2 \text{ m/s}$ ,其阶跃响应曲线如图 10 所示。着舰速度下对应的轨迹角指令是  $1^\circ$ 。

由图 10 可知,迎角恒定 APCS 稳定速度的能力要比速度恒定 APCS 差,但是迎角保持和轨迹控制的能力要比速度恒定 APCS 好。仿真同样辅助说明了 4.1 节和 4.2 节的结论。

## 5 结论

本文提出多回路分析的方法,来研究反区速度矢量不稳定及其稳定控制的机理。这种方法利用信号流图在时域上研究飞机动力学,分析上具有简明直观、深入系统的特点。

反区速度矢量不稳定具有不同层面的机理。直接原因是切向和法向的相互耦合发散作用,大于各自方向上对自身的收敛作用。深层原因是极曲线上的切线斜率,小于当时状态点的升阻比。底层物理原因是速度矢量摄动所导致的附面层和翼梢处的涡旋变化过强,导致阻力系数曲线上点的切线斜率,大于点与  $(\alpha_0, 0)$  的连线的斜率。

采用动力补偿可以使速度矢量恢复稳定性和可控性。速度恒定 APCS 通过稳定速度来实现法

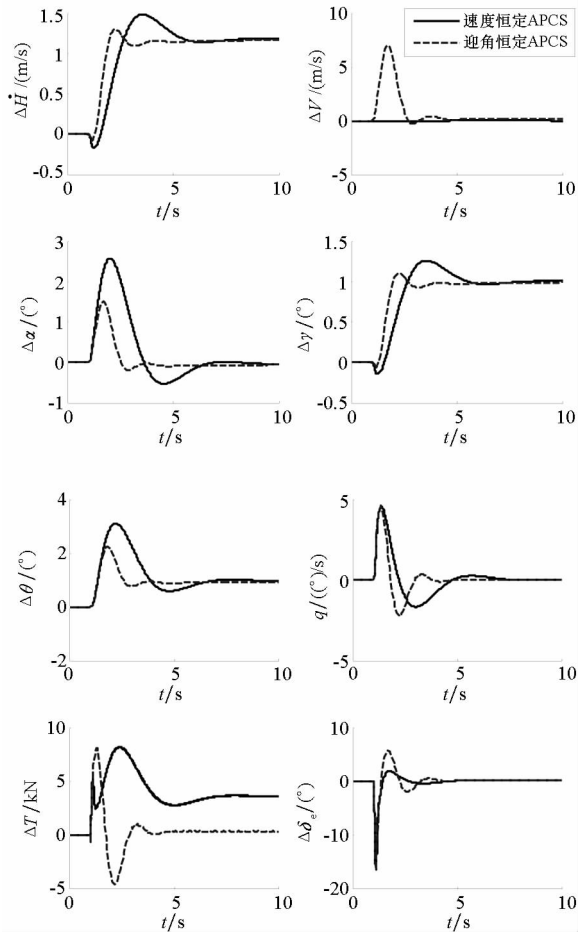


图 10  $\dot{H}_c = 1.2 \text{ m/s}$  阶跃响应

Fig. 10  $\dot{H}_c = 1.2 \text{ m/s}$  step response

向和切向的解耦,进而使速度矢量稳定可控。迎角恒定 APCS 通过构造切向和法向的收敛性耦合,来抵消原动力学的发散性耦合,进而使速度矢量稳定可控。速度恒定 APCS 的稳定速度能力更好,而迎角恒定 APCS 在迎角稳定、轨迹控制方面的能力更好,因此对于着舰飞行,应该采用迎角恒定 APCS。

速度和轨迹的反区不稳定界限是一样的,并且速度和轨迹的 APCS 稳定界限也是一样的。这表明速度矢量的幅值(即速度)和方向(即轨迹)在稳定性上具有一致性。

$D - V$  曲线、 $\gamma - V$  曲线、 $C_L - C_D$  曲线、 $C_D - \alpha$  曲线等在速度矢量稳定性上具有相互对应的确定的区域。 $D - V$  曲线和  $\gamma - V$  曲线的斜率都可以表征速度矢量的稳定性程度,且两种曲线的斜率成比例关系。

## 参考文献 (References)

[1] USA Navy. Flyqualities of piloted aircraft; MIL-F-8785C notice 2[S]. USA: Naval Publications and Form Center,

- 1996.
- [2] Moorhouse D J, Woodcock R J. Background information and user guide for MIL-F-8785C, military specification-flying qualities of piloted airplanes; AFWAL TR 81-3109 [R]. USA: Air Force Flight Dynamics Laboratory, 1982; 49 - 51.
- [3] Moorhouse D J, Woodcock R J. Background information and user guide for MIL-F-8785B, military specification-flying qualities of piloted airplanes [R]. USA: Air Force Flight Dynamics Laboratory, 1982; 80 - 89.
- [4] Cromwell C H, Ashkenas I L. A systems analysis of longitudinal piloted control in carrier approach [J]. Systems Technology, 1962.
- [5] Lean D, Eaton R. The influence of drag characteristics on the choice of landing approach speeds; AGARD Report 122 [R]. North Atlantic Treaty Organization, 1957.
- [6] Neumark S. Problems of longitudinal stability below minimum drag speed, and theory of stability under constraint [R]. UK: Her Majesty's Stationery Office, 1953.
- [7] Spence A, Lean D. Some low speed problems of high speed aircraft [J]. Journal of the Royal Aeronautical Society, 1962, 66: 400 - 401.
- [8] 王新华, 杨一栋, 朱华. 低动压着舰状态下飞机的操纵特性研究 [J]. 飞行力学, 2007, 25(4): 29 - 32, 36.  
WANG Xinhua, YANG Yidong, ZHU Hua. Research of handling characteristics of aircraft in low dynamic pressure situation [J]. Flight Dynamics, 2007, 25 (4): 29 - 32, 36. (in Chinese)
- [9] Fred J D, George E C. A flight evaluation of the factors which influence the selection of landing approach speeds; NASA-MEMO-10-6-58A [R]. USA: NASA Technical Reports Server, 1958; 1 - 20.
- [10] Craig S J, Ringland R F, Ashkenas I L. An analysis of navy approach power compensator problems [J]. Journal of Aircraft, 1972, 9(10): 737 - 743.
- [11] 李鑫, 吴文海, 王春晖, 等. 舰载机着舰飞行阶段操纵特性研究 [J]. 飞行力学, 2014, 32(6): 502 - 505.  
LI Xin, WU Wenhai, WANG Chunhui, et al. Research of handling characteristics of carrier aircraft in landing [J]. Flight Dynamics, 2014, 32(6): 502 - 505. (in Chinese)
- [12] 李冀鑫. 某型舰载飞机着舰飞行动力学特性研究 [D]. 烟台: 海军航空工程学院, 2011; 35 - 42.
- LI Jixin. Study on the landing dynamic characteristics of a certain type of carrier-based aircraft [D]. Yantai: Naval Aeronautical Engineering Institute, 2011; 35 - 42. (in Chinese)
- [13] 刘松良. 舰载机着舰的自动动力补偿研究 [D]. 沈阳: 东北大学, 2011; 15 - 17.  
LIU Songliang. Research on automatic power compensation of carrier aircraft [D]. Shenyang: Dongbei University, 2011; 15 - 17. (in Chinese)
- [14] 杨一栋, 江驹. 保持飞行迎角恒定的飞行/推力综合控制 [J]. 航空学报, 1996, 17(4): 460 - 464.  
YANG Yidong, JIANG Ju. Integrated flight/thrust control system with constant angle of attack [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1996, 17(4): 460 - 464. (in Chinese)
- [15] 张玉洁, 杨一栋. 保持飞行迎角恒定的动力补偿系统性能分析 [J]. 飞行力学, 2006, 24(4): 30 - 33.  
ZHANG Yujie, YANG Yidong. Analysis of the approach power compensator system with constant angle of attack [J]. Flight Dynamics, 2006, 24(4): 30 - 33. (in Chinese)
- [16] 范晔, 袁锁中, 杨一栋. 着舰状态飞行员控制策略研究 [J]. 飞行力学, 2008, 26(3): 37 - 40.  
FAN Ye, YUAN Suozhong, YANG Yidong. Research of pilot control strategy in carrier landing [J]. Flight Dynamics, 2008, 26 (3): 37 - 40. (in Chinese)
- [17] Zhu Q D, Li J L, Li Y Z, et al. The approach power compensation system of carrier aircraft [C] // Proceedings of 25th Chinese Control and Decision Conference, 2013; 5074 - 5076.
- [18] Duan P P, Nie H, Wei X H. Dynamic response analysis of carrier based aircraft during landing [J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2013, 30(4): 306 - 316.
- [19] Urnes J M, Hess R K. Development of the F/A-18A automatic carrier landing system [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 1985, 8(3): 289 - 295.
- [20] 彭兢. 舰载飞机进舰着舰的自动引导和控制研究 [D]. 北京: 北京航空航天大学, 2001; 58 - 90.  
PENG Jing. Research on the automatic guide and control of carrier-based airplane approach and landing [D]. Beijing: Beijing Aeronautical and Astronautical University, 2001; 58 - 90. (in Chinese)