

# 战场威胁约束下的纯方位探测单观测站轨迹优化\*

吴昊,陈树新,刘卓崴

(空军工程大学信息与导航学院,陕西西安 710077)

**摘要:**为保证战场环境下单站纯方位无源探测的精度和观测站的战场生存能力,提出一种战场威胁约束下的单观测站轨迹优化方法。对典型战场威胁进行分析,建立战场威胁和单观测站运动轨迹的数学模型。在此基础上综合考虑单观测站探测精度和所受威胁程度,分别构建精度打分函数和威胁打分函数,得到单观测站的路径选择函数,并对观测站不同轨迹进行评价。仿真结果表明,所提方法能够有效规避战场威胁并提高定位精度,保证战场环境下单站纯方位探测的准确性和可靠性。

**关键词:**战场威胁;单站无源探测;轨迹优化

**中图分类号:**TP13 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2018)05-133-05

## Single-observer trajectory optimization in battlefield threats for bearings-only detection

WU Hao, CHEN Shuxin, LIU Zhuowei

(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** To guarantee the detection accuracy and viability of the single observer, a trajectory optimization method of the single observer with the battlefield threats' constraint was proposed. The threatened factors in battlefield were analyzed, and the quantitative model between the battlefield threats and the trajectory of the observer was obtained. On that basis, considering both the accuracy and the threats extent of the trajectory, the accuracy score function and the threats score function were built, respectively. Then, the course choice function was constructed, and the different trajectories of the observer were evaluated. Simulation results show that the proposed method can avoid the threats effectively and improve the detection accuracy as well; the accuracy and reliability of single-observer bearings-only detection in battlefield can be guaranteed through the method.

**Key words:** battlefield threats; single-observer passive detection; trajectory optimization

随着军事对抗的日益激烈,利用无人机等单观测站对敌方目标实施探测越来越受到关注。其中,单站纯方位无源探测是指通过接收敌方无线电信号提取其方位信息,进而得到目标位置和速度的方法<sup>[1]</sup>。与有源多站协同探测相比,单站无源探测具有作用距离远、灵活性好、隐蔽性强等优点,在军事领域有着广泛的应用空间<sup>[2]</sup>。

由于无人机等单观测站每一时刻得到的信息有限,通常需要设计合理的运动轨迹来提高信息利用率,从而得到更准确的探测结果。现有方法利用角度变化率最大、信息矩阵增量最大、估计协方差迹最小、随机最优等准则来对单观测站进行轨迹优化<sup>[3-8]</sup>,能够在一定程度上提高对目标的探测精度。但这些准则适用的前提是单观测站不受约束,即能够完全依据准则所得到的轨迹进行

运动。然而在战场环境中,由于敌方目标位置的不确定性,我方观测站在对其进行探测时可能会遇到地形、火炮、雷达等因素的威胁<sup>[9]</sup>。因此本文研究在战场威胁的约束下如何设计单观测站运动轨迹,以在保证其战场生存能力的前提下提高探测精度。

### 1 战场威胁分析

单站纯方位探测具有非线性程度高和可观测性弱的特点,需要通过单观测站的运动来连续测量辐射源目标的方位角,进而估计出目标的位置和速度。传统方法仅以定位精度为准则来确定单观测站的运动轨迹,然而在实际作战中,单观测站还会受到各类战场威胁的约束,因此本节分析各类威胁对单观测站运动轨迹的影响。

\* 收稿日期:2017-07-03

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61703420,61673392)

作者简介:吴昊(1988—),男,陕西汉中,讲师,博士,E-mail:wuhaostudy@163.com

### 1.1 探测威胁

战场环境中,敌方雷达能够利用自身发射的电磁波回波探测到单观测站的位置和速度。虽然雷达不直接对观测站造成打击,但会破坏单站定位的隐蔽性,使观测站处于危险之中。

通常来讲,雷达对单观测站的探测概率与雷达所接收的信噪比有关,而雷达信噪比又和目标到雷达的距离  $d$  有关。对于确定的雷达和观测站,将雷达信噪比表示为:

$$S/N = \frac{b}{d^4} \quad (1)$$

式中,  $b$  为常数。

考虑二维情况,假定雷达为全向雷达,其最大探测距离为  $d_{Rmax}$ ,最小探测距离为  $d_{Rmin}$ ,因此,雷达的探测概率可表示为:

$$P_R = \begin{cases} 0 & d > d_{Rmax} \\ \frac{b_1}{(d - d_{Rmin})^4} & d_{Rmin} < d \leq d_{Rmax} \\ 1 & d \leq d_{Rmin} \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $b_1$  为常数,与雷达探测性能有关。显然,观测站离敌方雷达的距离越远,其被探测到的概率越低。

### 1.2 火力威胁

火力威胁主要包括敌方各类防空武器,例如高炮、防空导弹等,随着武器装备的不断更新,其对观测站的战场生存能力提出了巨大的挑战。为了简化模型,在二维情况下设防空武器的最大射程为  $d_{Fmax}$ ,最小射程为  $d_{Fmin}$ ,则单观测站被打击的概率可表示为:

$$P_F = \begin{cases} 0 & d > d_{Fmax} \\ \frac{b_2}{d - d_{Fmin}} & d_{Fmin} < d \leq d_{Fmax} \\ 1 & d \leq d_{Fmin} \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $b_2$  为常数,与防空武器的打击性能有关。

### 1.3 地形威胁

地形威胁主要是指可能对观测站造成障碍的山峰和高地等。由于地形威胁会直接造成观测站的毁坏,在实际作战中必须完全避开。现实中地形威胁可能是不规则的区域,但为了简化模型,本文在二维情况下假定地形威胁为圆形区域,其半径为  $d_C$ ,因此单观测站被毁伤概率可表示为:

$$P_C = \begin{cases} 0 & d > d_C \\ 1 & d \leq d_C \end{cases} \quad (4)$$

从上述分析看出,三种典型的战场威胁对观

测站的影响就转化为了距离的函数。假定以上三种威胁的发生是独立的,则  $k$  时刻观测站所受威胁的概率<sup>[10]</sup>可表示为:

$$P(k) = 1 - [1 - P_R(k)][1 - P_F(k)][1 - P_C(k)] \quad (5)$$

## 2 无约束轨迹优化准则

常用的单观测站轨迹优化准则包括方位角变化率最大、Fisher 信息矩阵行列式最大、滤波协方差矩阵迹最小准则以及它们的组合,利用单观测站轨迹优化准则通常可以有效提高对目标的定位精度。

### 2.1 方位角变化率最大准则

在噪声方差一定的情况下,方位角变化率越大,测量数据的信噪比越大,因此可以通过增加方位角变化率的方式提高对目标的定位精度。

设观测站的速度大小为  $v$ ,探测间隔为  $\Delta t$ ,  $k$  时刻运动方向为  $\theta_k$ ,以  $k$  时刻观测站的位置为圆心,  $v\Delta t$  为半径作圆,根据目标和观测站的位置,并利用几何关系可求出使得方位角变化率最大的运动方向。设  $k$  时刻观测角度为  $z_k$ ,则最大角变化率准则可表示为:

$$\theta_k = \arg[\max_{\theta}(z_{k+1} - z_k)] \quad (6)$$

式中,  $\arg(\cdot)$  表示当括号中式子成立时  $\theta$  的取值。方位角变化率最大准则的优点是计算简便,易于实现,但这一准则仅考虑了观测角度,而与目标到观测站的距离等因素无关,达不到充分利用现有信息的效果。

### 2.2 Fisher 信息矩阵行列式最大准则

从信息论的角度来看,每一时刻的观测信息越多,越有利于对目标的准确定位。于是可以利用 Fisher 信息矩阵的行列式来控制单观测站的运动轨迹,使系统总的 Fisher 信息量尽可能大,从而提高目标的可观测性。记  $k$  时刻 Fisher 信息矩阵为  $J_k$ ,则可取最大化  $J_k$  的增量为性能指标,即:

$$\theta_k = \arg[\max_{\theta}(\det[J_{k+1} - J_k])] \quad (7)$$

由于 Fisher 矩阵计算较为复杂,可以通过几何关系进行近似。设  $k$  时刻目标到观测站的距离为  $r_k$ ,则 Fisher 信息矩阵增量的行列式<sup>[4]</sup>可表示为:

$$\det[\Delta \bar{J}_k] = \frac{\sin^2(z_k - z_{k+1})}{R r_k^2 r_{k+1}^2} \quad (8)$$

式中,  $R$  为测量误差协方差。根据几何关系即可利用 Fisher 信息矩阵行列式最大准则求出  $k$  时刻目标的运动方向。

### 2.3 滤波协方差矩阵迹最小准则

对于单站纯方位无源目标跟踪来讲,其无偏估计的方差下限叫作克拉美罗下界,其反映了利用已有信息所能估计参数的最好效果。估计误差协方差矩阵  $\mathbf{P}_{k|k}$  描述了每一时刻估计误差的大小和分布。于是定位精度与估计误差协方差矩阵  $\mathbf{P}_{k|k}$  的迹密切相关,迹越小,估计误差越小,对于位置和速度的估计也就越准确。因此,可利用滤波协方差矩阵的迹最小为准则进行单观测站轨迹优化,即:

$$\theta_k = \arg \{ \min [ \text{tr}(\mathbf{P}_{k|k}) ] \} \quad (9)$$

式中,  $\text{tr}(\cdot)$  表示括号里所示矩阵的迹。

$\mathbf{P}_{k|k}$  中包含了位置精度信息和速度精度信息,因此利用迹最小准则通常能够得到较为理想的轨迹优化效果。

## 3 战场威胁约束下的单观测站轨迹优化准则

传统方法仅以提高定位跟踪精度作为标准来确定单观测站的路径,而忽略了复杂战场环境中各类威胁对路径的约束。本节综合考虑定位精度和所受威胁的影响,构建单观测站路径选择函数。

### 3.1 精度打分函数

方位角变化率最大准则没有考虑观测站和目标的距离信息,具有一定的局限性;Fisher 信息矩阵行列式最大准则虽然有较为严格的理论依据,但 Fisher 矩阵计算较为困难,通常的近似方法会降低轨迹优化的性能;估计协方差的迹能够充分反映位置和速度精度信息,且卡尔曼滤波框架中每一时刻都能够计算估计协方差,不会额外引入计算量,实时性好。于是本节以估计协方差的迹作为优化准则,并以其大小来计算单观测站某时刻各可选路径的精度得分。

假定  $k$  时刻 ( $k=1,2,\dots,n$ ) 单观测站可选择的运动方向区间为  $[\theta_1, \theta_m]$ , 将其  $r$  等分,分别计算  $k+1$  时刻  $r$  个方向所对应的估计协方差矩阵  $\mathbf{P}_{k+1|k+1,i}$ , 并求得对应的迹的大小  $\text{tr}(\mathbf{P}_{k+1|k+1,i})$  ( $i=1,2,\dots,r$ ), 将单观测站各运动方向按照迹从大到小降序排列,并等差赋予每个方向分数。由于迹越小,该运动方向对于定位精度的改善效果越好,因此单观测站不同运动方向的精度得分可表示为:

$$\text{score}_{\text{acc},j} = j/r \quad (10)$$

式中,  $j$  为按照迹的大小降序排列的第  $j$  个元素。

显然,  $r$  越大,对可选运动方向区间的划分越细。但过细的分割也会使计算量增加,从而降低对目标探测的实时性。

### 3.2 战场生存能力打分函数

根据第2节的分析,这里建立单观测站战场生存能力与所受威胁概率  $P$  之间的函数关系。显然,被探测或被打击的概率越大,单观测站受到的威胁越大。因此生存能力得分应当与  $P$  呈负相关关系。通常来讲,随着  $P$  的增大,单观测站受到的威胁快速增加,根据理论分析和仿真实验,这里选择二次函数来描述单观测站所受威胁与被探测或被打击概率的关系。于是  $k$  时刻单观测站不同路径的战场生存能力得分可建立为:

$$\text{score}_{\text{dan},j} = \begin{cases} 4[0.5 - P_j(k)]^2 & P_j(k) < 0.5 \\ 0 & P_j(k) \geq 0.5 \end{cases} \quad (11)$$

式中,  $P_j(k)$  为观测站  $k$  时刻第  $j$  个可选航向所受威胁的概率,  $j=1,2,\dots,r$ 。

### 3.3 路径选择函数

综合考虑单观测站可选航向所提高的定位精度和所带来的威胁程度,建立单观测站可选航向的得分函数:

$$\text{score}_j = c_1 \text{score}_{\text{acc},j} + c_2 \text{score}_{\text{dan},j} \quad (12)$$

式中,  $c_1, c_2 \in [0,1]$  且  $c_1 + c_2 = 1, j=1,2,\dots,r$ 。  $c_1$  和  $c_2$  的取值取决于对于定位精度和单观测站战场生存能力重要程度的判断,  $c_1$  越大,路径的得分受定位精度的影响越大,  $c_2$  越大,路径的得分受单观测站威胁程度的影响越大。当  $c_1=1, c_2=0$  时,路径的得分只与其定位精度有关,也就是说,在这种情况下不考虑观测站战场威胁,能够最大限度地提高对目标的跟踪精度;当  $c_1=0, c_2=1$  时,路径的得分只与其受威胁程度有关,也就是说,在这种情况下,完全不考虑路径所能带来的精度增益,能够实现对战场威胁规避的最大化,观测站的战场生存能力最强。

于是  $k$  时刻的路径选择函数可构建为:

$$\theta_k = \arg(\max[\text{score}_j]) \quad (13)$$

式中,  $j=1,2,\dots,r$ 。也就是说,选择综合得分最高的方向作为本时刻单观测站的运动方向。

## 4 仿真实验

### 4.1 单观测站轨迹的评价

得到单观测站轨迹后,需要对轨迹进行总体

评价,以比较不同方法所得轨迹的好坏。通过上述讨论,需要考虑整条路径对定位精度的改善以及整条路径所受战场威胁的程度。

对于探测精度,定义平均位置均方差为:

$$MSE_{pos} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L MSE_{pos,i} \quad (14)$$

式中,  $L$  为仿真次数,  $MSE_{pos,i}$  为第  $i$  次仿真的位置均方差,可表示为

$$MSE_{pos,i} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [(x_k - \hat{x}_{k|i})^2 + (y_k - \hat{y}_{k|i})^2] \quad (15)$$

其中,  $(x_k, y_k)$  为目标在  $k$  时刻的真实位置,  $(\hat{x}_{k|i}, \hat{y}_{k|i})$  为目标  $k$  时刻第  $i$  次仿真的估计位置,  $k = 1, 2, \dots, n$ 。  $MSE_{pos}$  可以反映不同方法得到的轨迹对定位精度的改善程度,因此,这里用来评价各条轨迹对定位精度的改进程度。

假定迹最小准则所得轨迹的平均位置均方差为  $MSE_{pos,min}$ , 未做轨迹优化所得轨迹的平均位置均方差为  $MSE_{pos,max}$ , 构建精度评价指标:

$$S_1 = \frac{MSE_{pos,max} - MSE_{pos}}{MSE_{pos,max} - MSE_{pos,min}} \quad (16)$$

从式中看出,  $S_1 \in [0, 1]$ , 且平均位置均方差越小,其精度评价得分越高。

假定各个战场威胁对单观测站的影响是独立的,各条轨迹中单观测站受到威胁的概率为  $P$ , 于是构建单观测站战场生存能力评价指标:

$$S_2 = \begin{cases} 4(0.5 - P)^2 & P < 0.5 \\ 0 & P \geq 0.5 \end{cases} \quad (17)$$

从式中看出,  $S_2 \in [0, 1]$ , 且单观测站受到的威胁越小,其生存能力评价得分越高。

构建轨迹综合评价指标:

$$S = w_1 S_1 + w_2 S_2 \quad (18)$$

式中,  $w_1 + w_2 = 1$  且  $w_1, w_2 \in [0, 1]$ 。于是  $S \in [0, 1]$ ,  $w_1, w_2$  的取值反映了评价者对定位精度和观测站战场生存能力重要程度的判断,  $w_1$  越大,说明评价者越重视轨迹优化带来的精度增益;  $w_2$  越大,说明评价者越重视单观测站的战场生存能力。实际中,可根据对战场情况的了解程度来选择合适的取值。

### 4.2 仿真分析

令测量次数  $n = 60$ , 仿真次数  $L = 100$ ,  $b_1 = b_2 = 1$ 。路径选择函数中  $c_1 = c_2 = 0.5$ , 评价指标中  $w_1 = w_2 = 0.5$ 。比较无优化、方位角变化率最大准则、Fisher 信息矩阵行列式最大准则、迹最小准则和本文方法所得到的轨迹,并将其记为轨迹 1~5。采用容积卡尔曼滤波<sup>[11]</sup>来进行单站纯方

位跟踪,估计出目标的位置和速度,各路径选择方法的初值相同。

### 仿真实验 1: 无战场威胁下的轨迹优化比较。

无战场威胁下各轨迹如图 1 所示,评价得分如表 1 所示。

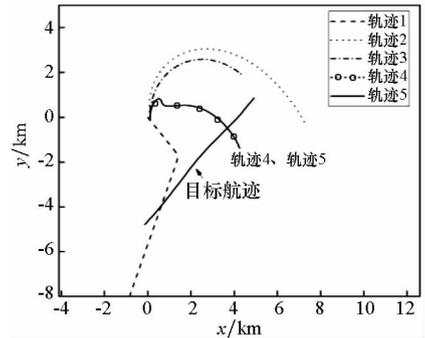


图 1 无战场威胁下各方法所规划轨迹  
Fig. 1 Trajectories using different methods when no battlefield threats exist

表 1 无战场威胁下轨迹评价得分

Tab. 1 Evaluation score when no battlefield threats exist

轨迹	$S_1$	$S_2$	$S$
1	0	1	0.5
2	0.74	1	0.87
3	0.83	1	0.92
4	1	1	1
5	1	1	1

### 仿真实验 2: 战场威胁约束下的轨迹优化比较。

分别设置探测威胁、火力威胁、地形威胁,各威胁与各轨迹如图 2 所示,轨迹评价得分如表 2 所示。

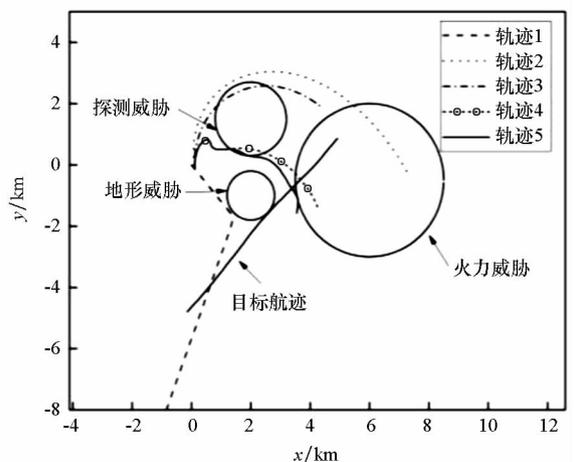


图 2 战场威胁下各方法所规划轨迹  
Fig. 2 Trajectories using different methods when battlefield threats exist

表2 战场威胁下的轨迹评价得分

Tab.2 Evaluation score when battlefield threats exist

轨迹	$S_1$	$S_2$	$S$
1	0	1	0.5
2	0.74	0	0.37
3	0.83	0.49	0.66
4	1	0.16	0.58
5	0.89	0.85	0.87

如图1和表1所示,当不存在战场威胁时,所规划航迹的评价得分完全取决于航迹的定位精度。轨迹1没有经过优化,其定位精度最低,因此得分也最低;轨迹2(角度变化率最大)仅考虑了角度信息对定位精度的影响,而没有考虑目标与观测站之间的距离,其所带来的精度增益有待提高;轨迹3(Fisher信息阵行列式最大)精度优于轨迹2,这是由于Fisher信息阵行列式最大准则中包含了对角度和距离的优化,然而该方法在具体应用过程中对式(7)进行了近似,这也是轨迹3得分低于轨迹4的原因之一;由于无战场威胁,估计协方差矩阵迹最小准则(轨迹4)与本文所提策略所规划轨迹(轨迹5)重合,且精度最好,综合评价得分最高。

如图2和表2所示,虽然轨迹1避开了所有战场威胁,但其没有针对探测精度进行优化,因此综合得分并不高。轨迹4精度最高,但其没有考虑战场威胁带来的影响,其战场生存能力得分仅为0.16。而利用本文方法所规划轨迹(轨迹5)同时考虑了定位精度和观测站的战场生存能力,能够在有效规避战场威胁的前提下提高定位精度,其综合评价得分最高。

## 5 结论

在研究单站纯方位无源跟踪的基础上,提出了一种战场威胁约束下的单观测站轨迹优化方法。该方法同时考虑单观测站航迹对定位精度的贡献以及所受战场威胁,构建了单观测站路径选择函数。仿真结果表明,该方法能够在有效规避战场威胁的基础上提高单站纯方位无源跟踪的精度。

## 参考文献(References)

- [1] Atashgah M A A, Torkamani M R, Lavaei A. Robust positioning, preliminary orbit determination, and trajectory prediction of space debris using in-space iterative-bearing-only observations [J]. *Journal of Navigation*, 2017, 70(4): 789-809.
- [2] Wang Y D, Sun S M, Li L. Adaptively robust unscented Kalman filter for tracking a maneuvering vehicle [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2014, 37(5): 1696-1701.
- [3] Le Cadre J P, Jauffret C. Discrete-time observability and estimability analysis for bearings-only target motion analysis [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, 33(1): 178-201.
- [4] 权宏伟. 基于Fisher信息最大化的机载ESM无源定位 [J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2013, 44(s2): 334-338.  
QUAN Hongwei. Passive localization for airborne ESM based on Fisher information maximization [J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2013, 44(s2): 334-338. (in Chinese)
- [5] 许志刚, 周立. 纯方位目标跟踪系统观测平台的贪婪法机动策略 [J]. *淮海工学院学报(自然科学版)*, 2014, 23(2): 1-5.  
XU Zhigang, ZHOU Li. Observer platform maneuver strategy based on greedy algorithm for bearings-only tracking [J]. *Journal of Huaihai Institute of Technology (Natural Science Edition)*, 2014, 23(2): 1-5. (in Chinese)
- [6] Xu M, Tan T, Xu S J. Stochastic optimal maneuver strategies for transfer trajectories [J]. *Journal of Aerospace Engineering*, 2014, 27(2): 225-237.
- [7] Ross S M, Cobb R G, Baker W P. Stochastic real-time optimal control for bearing-only trajectory planning [J]. *International Journal of Micro Air Vehicles*, 2014, 6(1): 1-28.
- [8] Liu Y, Zhang X J, Guan X M, et al. Adaptive sensitivity decision based path planning algorithm for unmanned aerial vehicle with improved particle swarm optimization [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2016, 58(11): 92-102.
- [9] Wen N F, Su X H, Ma P J, et al. Online UAV path planning in uncertain and hostile environments [J]. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2017, 8(2): 469-487.
- [10] 赵文婷, 彭俊毅. 基于VORONOI图的无人机航迹规划 [J]. *系统仿真学报*, 2006, 18(s2): 159-162.  
ZHAO Wenting, PENG Junyi. VORONOI diagram-based path planning for UAVs [J]. *Journal of System Simulation*, 2006, 18(s2): 159-162. (in Chinese)
- [11] Wu H, Chen S X, Yang B F, et al. Robust derivative-free cubature Kalman filter for bearings-only tracking [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2016, 39(8): 1866-1871.