

# 不同形状粗糙元在诱导超声速边界层转捩中的应用\*

周云龙<sup>1</sup>, 刘伟<sup>1</sup>, 吴栋<sup>2</sup>

(1. 国防科技大学空天科学学院, 湖南长沙 410073;

2. 中国人民解放军61267部队, 北京 101149)

**摘要:**为了研究不同形状粗糙元诱导边界层转捩机理的差异,采用五阶精度加权紧致非线性格式数值模拟了 $Ma = 4.20$ 条件下方柱形、圆柱形、钻石形和半球形粗糙元引起的超声速平板边界层转捩问题。结果表明:方柱形粗糙元产生的分离区长度较大,分离区中存在较强的非定常扰动并产生绝对不稳定机制使边界层很早就发生转捩;钻石形粗糙元分离区的展向宽度较宽,导致分离区中的涡结构向下游发展时形成的湍流尾迹区较宽;而圆柱形和半球形粗糙元诱导边界层转捩的能力相对较弱。

**关键词:**超声速;边界层转捩;粗糙元形状;数值模拟

中图分类号:V211.3 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2018)06-017-06

## Application of different roughness shapes in inducing supersonic boundary layer transition

ZHOU Yunlong<sup>1</sup>, LIU Wei<sup>1</sup>, WU Dong<sup>2</sup>

(1. College of Aeronautics and Astronautics, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. The PLA Unit 61267, Beijing 101149, China)

**Abstract:** In order to investigate the differences of the transition mechanisms between four roughness shapes, a fifth-order WCNS scheme was used to simulate the supersonic flat-plate boundary layer transition induced by the square, cylinder, diamond and hemisphere roughness elements at Mach 4.20. Results show that the square roughness element has the longest separated region where the absolute instability is formed, thus resulting in the earliest transition. The diamond roughness element has the widest separated region and leads to the widest turbulent wake region. The cylinder and hemisphere roughness elements are less effective in inducing transition compared with the square and diamond roughness elements.

**Key words:** supersonic; boundary layer transition; roughness shape; numerical simulation

由于湍流流动会产生明显高于层流流动的摩擦系数和传热系数,直接影响超声速和高超声速飞行器设计,因此合理控制边界层转捩意义重大。通常边界层转捩控制出于两种不同的目的:一种是延迟转捩,比如对于再入大气层的宇宙飞船转捩推迟可以减少热量的传入;另外一种促进转捩,例如在高超声速超燃冲压发动机进气道设计中,为了避免流动分离导致的进气道入口壅塞,需要保证进气道入口处的流动为湍流,通常在飞行器前体表面安装强制转捩装置诱导边界层转捩<sup>[1]</sup>。

粗糙元作为工程中常用的一种涡流发生器,可以有效地诱导边界层转捩,大量的风洞试验和数值模拟<sup>[2-3]</sup>进行了粗糙元诱导边界层转捩机理的研究。其中不同形状粗糙元诱导边界层转捩的

机理和效果不同,因此研究粗糙元形状对边界层转捩的影响在工程应用中具有重要的指导意义。早在1969年,Whitehead<sup>[4]</sup>试验对比了高超声速条件下不同形状粗糙元的流动结构和阻力问题,包括半球形、三棱柱形、圆柱形和两个楔形的涡流发生器外形,结果表明楔形涡流发生器对应着最小的流场阻力。Berry等<sup>[5-6]</sup>在美国国家航空航天局兰利研究中心马赫数6和马赫数10风洞中对五种不同形状粗糙元进行了试验研究,最终选择了一种后掠斜坡形的粗糙元作为超燃冲压发动机进气道的强制转捩装置。Sandham等<sup>[7]</sup>直接数值模拟了三种不同形状粗糙元对不稳定增长和转捩机理的影响,研究表明正对来流方向的粗糙元尾部截面形状对不稳定增长和转捩有很大影响,

\* 收稿日期:2017-09-14

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11502292);国防科技大学重大应用基础研究资助项目(ZDYYJCYJ 20140101);国防科工局国防基础科研计划资助项目(C1520110002)

作者简介:周云龙(1992—),男,河南尉氏人,博士研究生,E-mail:zhouyunlong08@sina.com;  
刘伟(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:fishfather6525@sina.com

而法向方向的截面形状基本不影响转捩。朱德华等<sup>[8]</sup>采用直接数值模拟方法对比了三种粗糙元形状诱导转捩的差异,研究指出钻石形及圆柱形粗糙元失稳模式包括主涡及次涡失稳,而斜坡形粗糙元只存在主涡失稳。赵晓慧等<sup>[9]</sup>采用二阶有限体积隐式大涡模拟方法对比分析了钻石型和斜坡形涡流发生器引起的转捩现象,数值模拟结果较好地捕捉到了偶模式和奇模式两种失稳模式。然而,目前对于粗糙元形状影响转捩的机理仍然不太清楚,系统地进行不同形状粗糙元诱导边界层转捩的机理研究很有必要,同时也可作为实际的工程应用提供理论支持。

文献[10]分别采用风洞试验和高精度数值模拟方法——五阶加权紧致非线性格式(Weighted Compact Nonlinear Scheme, WCNS)——研究了  $Ma = 3$  条件下不同高度圆柱形粗糙元对层流平板边界层转捩的影响。五阶 WCNS 格式准确地模拟了边界层转捩现象,同时粗糙元高度对转捩位置及转捩机理有较大影响。本文在此基础上,采用五阶 WCNS 格式系统研究了  $Ma = 4.20$  条件下圆柱形、方柱形、钻石形和半球形四种不同形状粗糙元诱导超声速平板边界层转捩机理,首先从流场涡结构和平均流动特征的角度比较了粗糙元形状对转捩的影响,然后给出分离区大小解释了转捩产生的机理。

## 1 数值方法

### 1.1 控制方程及离散方法

控制方程为贴体坐标系下无量纲三维非定常可压缩 N-S 方程组:

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} \mathbf{J} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} + \frac{\partial H}{\partial \zeta} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial F_v}{\partial \xi} + \frac{\partial G_v}{\partial \eta} + \frac{\partial H_v}{\partial \zeta} \right) \quad (1)$$

式中:  $Q$  为守恒变量;  $F, G, H$  为对流通量;  $F_v, G_v, H_v$  为黏性通量;  $\mathbf{J}$  为雅可比矩阵;  $Re$  为雷诺数;  $\xi, \eta, \zeta, t$  分别表示三个方向和时间。

数值计算中,层流边界层受粗糙元扰动后产生的转捩过程通过直接求解 N-S 方程模拟。N-S 方程空间离散采用 Deng 等<sup>[11]</sup>建立的五阶精度 WCNS 格式,该格式具有分辨率高、耗散低、捕捉激波稳定等优点,已经成功应用于复杂流动问题的数值模拟。

对流通量导数离散采用六阶中心差分格式:

$$\left( \frac{\partial F}{\partial \xi} \right)_j = \frac{75}{64 \Delta \xi} (F_{j+1/2} - F_{j-1/2}) - \frac{25}{384 \Delta \xi} (F_{j+3/2} - F_{j-3/2}) + \frac{3}{640 \Delta \xi} (F_{j+5/2} - F_{j-5/2}) \quad (2)$$

其中,  $F_{j \pm 1/2}$  表示单元边界处的数值通量,可采用

Roe 通量差分分裂格式得到:

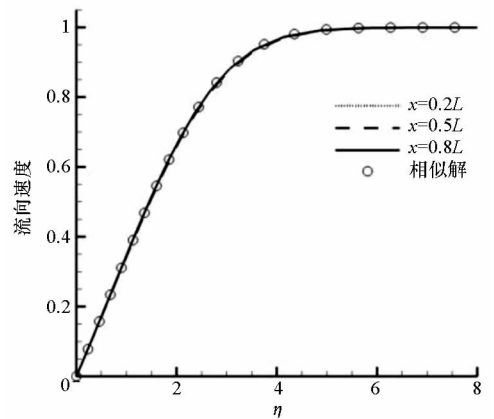
$$F_{j+1/2} = \frac{1}{2} [F(U_{Lj+1/2}) + F(U_{Rj+1/2}) - |\mathbf{A}|(U_{Rj+1/2} - U_{Lj+1/2})] \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{A}$  为系数矩阵,  $U_{Lj+1/2}, U_{Rj+1/2}$  表示单元边界处的物理量,通过五阶加权非线性插值得到。因此 WCNS 格式整体上具有五阶精度。此外, WCNS 格式采用了与内点格式匹配的四阶边界格式,黏性通量导数离散也采用六阶中心差分格式,保证格式整体上具有较高的空间精度。时间离散采用二阶精度隐式非定常“双时间步”方法求解。

### 1.2 数值方法验证

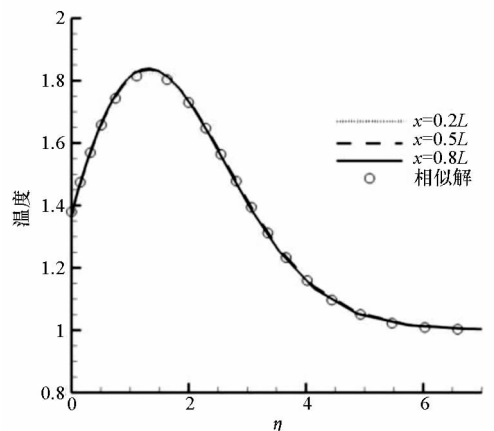
在进行粗糙元诱导边界层转捩模拟之前,选取可压缩层流平板边界层算例对 WCNS 格式进行数值验证。来流条件为  $Ma = 4, T = 217.5 \text{ K}, Re_L = 1 \times 10^6, L$  代表平板长度。采用等温壁面,壁面温度为  $300 \text{ K}$ 。

图 1 给出了三个不同站位  $x$  为  $0.2L, 0.5L, 0.8L$



(a) 流向速度剖面

(a) Streamwise velocity profiles



(b) 温度剖面

(b) Temperature profiles

图 1 层流平板边界层数值结果与自相似解对比  
Fig. 1 Comparisons of numerical results of the laminar flat-plate boundary layer with the self-similar solution

的速度剖面和温度剖面。 $\eta$  是经 Illingworth 变换后的无量纲坐标,表达式为  $\eta = \left(\frac{\rho_e U_e}{\mu_e x}\right)^{1/2} \cdot \int_0^y \frac{\rho}{\rho_e} dy$ 。数值模拟的结果与自相似解基本重合,表明了 WCNS 格式在模拟层流平板边界层流动中具有较高精度。

### 1.3 计算模型和网格

为了研究不同形状粗糙元对边界层转捩的影响,本文选取圆柱形、方柱形、钻石形和半球形四种不同形状粗糙元。图2为粗糙元形状和尺寸示意图,粗糙元高度均为  $h = 1 \text{ mm}$ 、宽度(或直径)均为  $D = 2 \text{ mm}$ 。

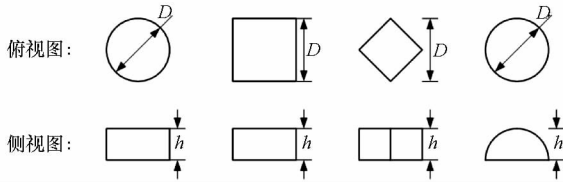


图2 四种不同形状粗糙元示意图

Fig.2 Sketch of four different roughness shapes

计算模型采用尖前缘平板,粗糙元放置在距离平板前缘下游  $37.7D (75.4 \text{ mm})$  位置上。图3为模型计算域示意图,计算域范围是:  $-40D \leq x \leq 50D, 0 \leq y \leq 20D, -20D \leq z \leq 20D$ , 其中  $x, y, z$  分别代表流向、法向和展向方向,坐标原点位于粗糙元中心。计算来流条件为:  $Ma_\infty = 4.20, T_\infty = 232.2 \text{ K}, Re_h = 6.279 \times 10^3$ 。已知粗糙元位置的平板层流边界层厚度是  $\delta_0 = 0.84 \text{ mm}$ , 粗糙元高度与当地边界层厚度的比值是  $h/\delta_0 = 1.19$ 。

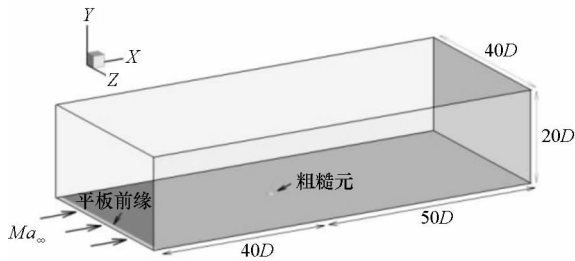
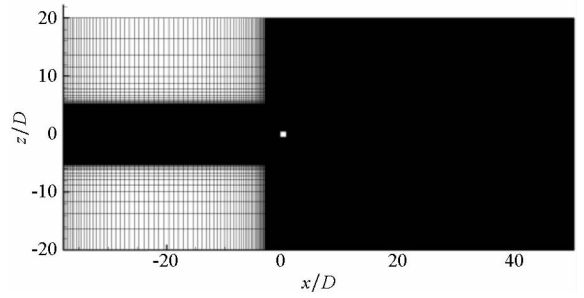


图3 平板及粗糙元计算域示意图

Fig.3 Schematic of the computational setup for the flat plate and roughness element

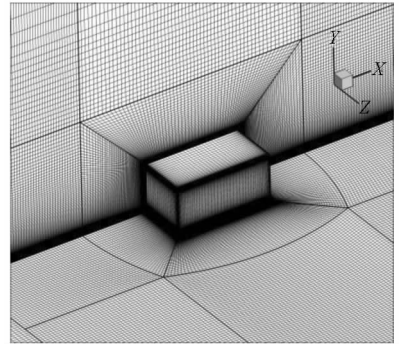
计算采用多块结构网格,网格总量约为8100万。图4为方柱形粗糙元的计算网格示意图,粗糙元上游的流向网格较为稀疏,粗糙元下游流向网格加密且等距;至于展向,网格在  $-5D \leq z \leq 5D$  范围内进行了加密,然后向两侧迅速稀疏。在法向方向共有161个网格点,其中粗糙元高度范围内分布有103个网格点,壁面第一层法向网

格距离是  $1 \times 10^{-6} \text{ m}$ 。



(a) 平板表面网格

(a) At the flat-plate surface



(b) 粗糙元附近三维网格

(b) In the vicinity of roughness element

图4 方柱形粗糙元计算网格示意图

Fig.4 Schematic of computational grid for the square roughness element

### 1.4 边界条件

如图3所示,平板前缘位置在  $x = -37.7D$ , 入口边界在  $x = -40D$ , 将入口边界设为自由来流值;将入口到平板前缘的一段边界 ( $-40D \leq x \leq -37.7D, y = 0$ ) 设为对称边界;上边界 ( $y = 20D$ ) 设为远场边界;出口边界 ( $x = 50D$ ) 和两侧边界 ( $z = -20D$  和  $z = 20D$ ) 均采用一阶外推处理;壁面无滑移且为等温壁:  $T_w = 300 \text{ K}$ 。

## 2 结果分析

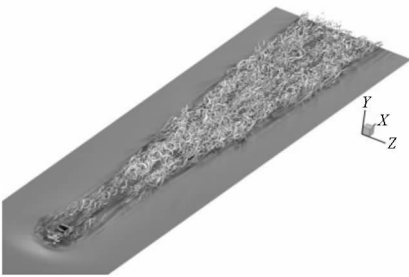
### 2.1 流场涡结构

图5给出了不同形状粗糙元的瞬时流场  $Q$  判据等值面。如图所示,流场中主要存在四种涡结构:①粗糙元上游附近的马蹄涡;②粗糙元下游尾迹区的流向涡;③边界层转捩时形成的规则发卡涡;④充分发展湍流区的小涡结构。显然,四种粗糙元模型对应的边界层均出现了转捩现象。对比湍流尾迹区,钻石形粗糙元尾迹区明显大于剩余三个粗糙元,半球形粗糙元尾迹区最小。对比转捩位置,方柱形粗糙元上游分离区存在较小的非定常涡结构,代表绝对不稳定机理,方柱形粗糙

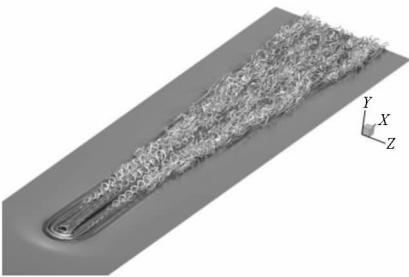
元最先开始转捩；而半球形粗糙元直到下游一定距离才出现发卡涡，所以半球形粗糙元最晚开始转捩。综上可知，方柱形和钻石形粗糙元能够有效地诱导边界层转捩，而半球形粗糙元相对较差。



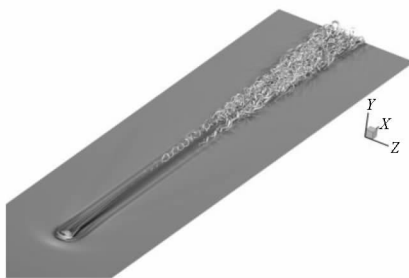
(a) 钻石形  
(a) Diamond



(b) 方柱形  
(b) Square



(c) 圆柱形  
(c) Cylinder



(d) 半球形  
(d) Hemisphere

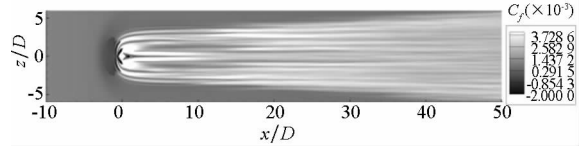
图 5 瞬时流场  $Q$  等值面

Fig. 5 Instantaneous iso-surfaces of  $Q$

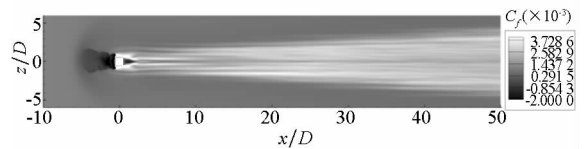
## 2.2 表面摩擦系数

边界层从层流转捩到湍流状态后表面摩擦系数会有明显升高，因此可以通过表面摩擦系数的

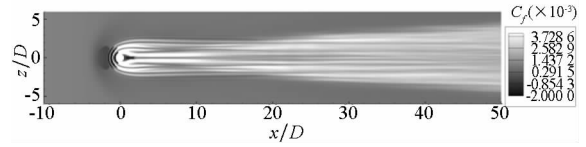
变化大致判断转捩的位置。图 6 是不同形状粗糙元对应的平板表面平均摩擦系数云图。在粗糙元上游，回流区的摩擦系数为负；在粗糙元下游，一方面流向涡将高速流体输送至壁面附近，另一方面边界层转捩导致了壁面附近较大的速度梯度，因此下游尾迹区摩擦系数明显升高。整体而言，钻石形粗糙元对应最宽的转捩区域，半球形粗糙元对应最窄的转捩区域。



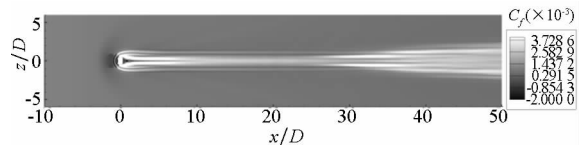
(a) 钻石形  
(a) Diamond



(b) 方柱形  
(b) Square



(c) 圆柱形  
(c) Cylinder



(d) 半球形  
(d) Hemisphere

图 6 平板表面摩擦系数云图

Fig. 6 Contours of the time-averaged skin friction coefficient at the flat-plat surface

图 7 是在  $z = D$  平面上截取的平板表面平均摩擦系数沿流向坐标  $x$  的变化曲线。图中层流是 Eckert 公式给出的可压缩层流平板边界层经验值，湍流是 Van Direst II 公式给出的湍流平板边界层经验值。平均摩擦系数沿  $x$  坐标的变化规律与平均摩擦系数云图规律一致：在最上游的层流区，边界层未受粗糙元干扰，摩擦系数与 Eckert 层流经验结果较为吻合；在粗糙元上游附近，分离区的存在使得流动回流，导致摩擦系数下降为负值；到了粗糙元下游，边界层转捩使得摩擦系数逐渐升高；当摩擦系数达到最大值时，边界层基本完成转捩，之后摩擦系数按照 Van Direst II 湍

流经验值的趋势缓慢下降。将四个不同形状粗糙元的转捩位置联结起来得到图中所示的带有箭头的线段。可以看出四个不同形状粗糙元对应的边界层在到达计算域出口( $x = 50D$ )之前都已完成转捩。同时沿着箭头所指方向,转捩位置越来越靠后,表明方柱形粗糙元的转捩位置最靠前,钻石形和圆柱形粗糙元居中,半球形粗糙元最靠后。

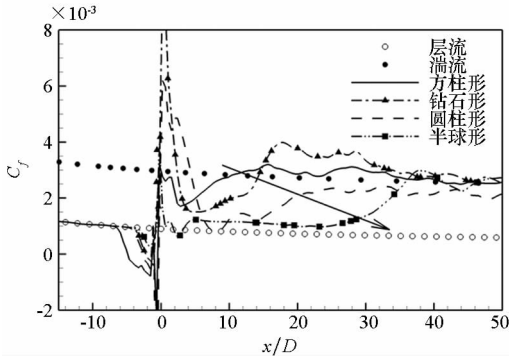


图7 平均摩擦系数  $C_f$  沿流向变化曲线图

Fig. 7 Distributions of the time-averaged skin friction coefficient along the streamwise direction at  $z = D$  plane

### 2.3 平均速度剖面

图8是钻石形粗糙元在流向方向六个典型站位( $x = -10D, 10D, 20D, 30D, 40D, 50D$ )的平均速度剖面,这些剖面的展向位置均为  $z = D$ 。法向坐标  $y$  采用粗糙元当地的层流边界层厚度  $\delta_0$  进行无量纲变换。在  $x = -10D$  典型站位处,流动尚未经过粗糙元,因此仍保持层流状态;到了粗糙元下游,层流速度剖面逐渐过渡到湍流剖面,在  $x \geq 30D$  以后基本具有湍流边界层特征,充分发展的湍流边界层厚度较层流边界层厚度增加了很多(大于  $2\delta_0$ )。图9给出了  $x = 40D, x = 50D$  两个典型站位速度剖面经 Van Diredst 变换的结果,变换公式为:

$$\begin{cases} U_{vd}(y^+) = \int_0^{y^+} \sqrt{\rho/\rho_w} du \\ U_{vd}^+ = U_{vd}/u_\tau \end{cases} \quad (4)$$

本文壁面温度设为冷壁温条件 ( $T_w/T_{aw} = 0.31$ ),该条件下的速度剖面与线性律以及对数律存在些许差别。由图9可知,在线性律层,从  $y^+ = 2$  开始,本文计算的速度剖面明显小于线性律;至于对数律层,计算的速度剖面和对数律具有相同的斜率,不过速度值明显大于对数律。Iyer等<sup>[12]</sup>采用与本文相似的壁温条件  $T_w/T_{aw} \approx 0.3$ ,可以看到计算结果也与本文较为吻合。

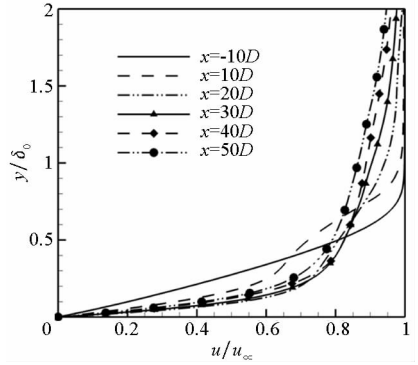


图8 不同站位平均速度剖面图

Fig. 8 Mean velocity profiles at different streamwise locations for the diamond roughness element

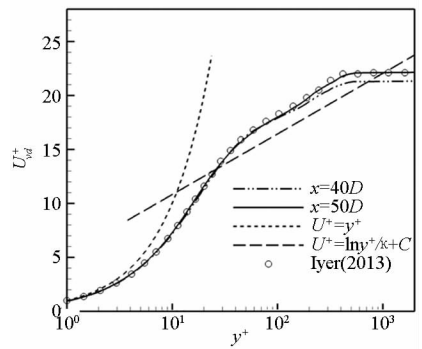


图9 Van Diredst 变换后的平均速度剖面图

Fig. 9 Van Diredst transformed velocity profiles for the diamond roughness element

### 2.4 分离区流动

根据前面  $Q$  判据给出的湍流场可知,粗糙元上游的分离区流动对下游湍流边界层的发展有很大影响,本节通过分离区流动特征对不同形状粗糙元引起的转捩机理进行分析。

图10是四个不同形状粗糙元的表面极限流线图,各图的坐标比例都相同。定义初次分离点到粗糙元前缘的距离为分离区长度  $L$ ,分离区在展向的最大宽度为分离区宽度  $W$ 。由图可知,由大到小分离区长度的排序依次是:方柱形、圆柱形、钻石形、半球形;分离区宽度的排序依次是:钻石形、方柱形、圆柱形、半球形。

Redford等<sup>[13]</sup>指出粗糙元引起的边界层转捩机理有下游剪切层的对流不稳定和上游分离区的绝对不稳定两种方式。是否形成绝对不稳定与粗糙元上游分离区长度密切相关,分离区越长非定常扰动越强,然后扰动快速增长至饱和状态形成绝对不稳定。方柱形粗糙元的分离区最长,在图5(b)中可以明显观察到非定常结构,此时绝对不稳定机理导致边界层快速转捩。同时由图7的

平均摩阻系数曲线可知,方柱形粗糙元的转捩位置也都是最靠前的。钻石形粗糙元的特点是分离区宽度最大,由图 5(a)可以看出分离区中的涡结构从粗糙元两侧绕过向下游发展过程中失稳,因此形成了较宽的湍流尾迹区。

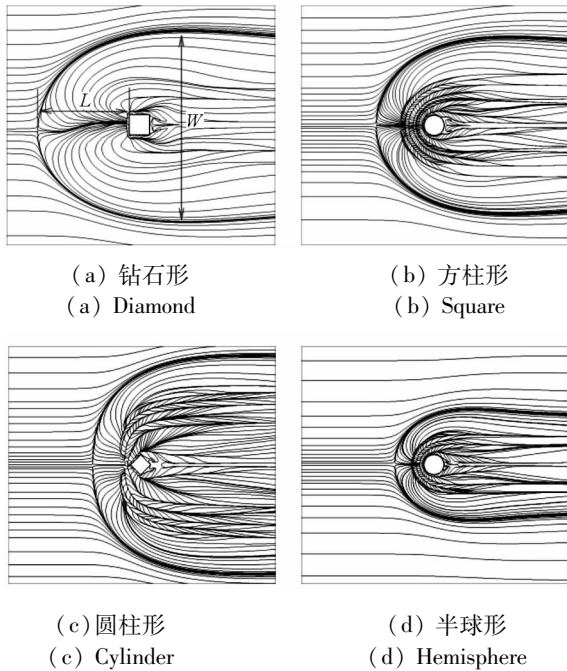


图 10 分离区表面极限流线图

Fig. 10 Limiting streamlines in separated region

### 3 结论

采用五阶精度 WCNS 格式离散非定常可压缩 N-S 方程,数值模拟了四种不同形状粗糙元引起的超声速平板边界层转捩问题,结果表明:

1) 不同形状粗糙元的转捩位置和湍流尾迹范围有较大差异,而粗糙元上游分离区的流动特征(分离区长度和宽度)对此有较大影响;

2) 方柱形粗糙元产生的分离区长度较大,分离区中存在较强的非定常扰动并产生绝对不稳定机制使边界层很早就发生转捩,在四个粗糙元形状中方柱形粗糙元是最早转捩的;钻石形粗糙元分离区宽度最大,对应下游的湍流尾迹范围也最宽;圆柱形和半球形粗糙元诱导边界层转捩的能力相对较弱。

### 参考文献 (References)

[1] Borg M P, Schneider S P, Juliano T. Effect of freestream noise on roughness-induced transition for the X-51A forebody [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2008, 45(6): 1106 - 1116.

[2] Reda D C, Wilder M C, Prabhu D K. Transition experiments on blunt bodies with isolated roughness elements in hypersonic flight [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2010, 47(5): 828 - 835.

[3] Bernardini M, Pirozzoli S, Orlandi P. Compressibility effects on roughness-induced boundary layer transition [J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2012, 35: 45 - 51.

[4] Whitehead A H. Flow-field and drag characteristics of several boundary-layer tripping elements in hypersonic flow; NASA-TN-D-5454 [R]. NASA Technical Reports Server, 1969.

[5] Berry S A, Michael D, Kowalkowski M K. Forced boundary-layer transition on X-43 (Hyper-X) in NASA LaRC 31-inch Mach 10 air tunnel; NASA/TM-2000-210315 [R]. NASA Technical Reports Server, 2000.

[6] Berry S A, Michael D, Kowalkowski M K. Forced boundary-layer transition on X-43 (Hyper-X) in NASA LaRC 20-inch Mach 6 air tunnel; NASA/TM-2000-210313 [R]. NASA Technical Reports Server, 2000.

[7] Sandham N D, van den Eynde J P J P. Numerical simulation of roughness-induced instability growth and transition at Mach 6 [C]//Proceedings of 7th AIAA Theoretical Fluid Mechanics Conference, 2014.

[8] 朱德华, 袁湘江, 沈清, 等. 高超声速粗糙元诱导转捩的数值模拟及机理分析 [J]. *力学学报*, 2015, 47(3): 381 - 388.  
ZHU Dehua, YUAN Xiangjiang, SHEN Qing, et al. Numerical simulation and mechanism analysis of hypersonic roughness induced transition [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2015, 47(3): 381 - 388. (in Chinese)

[9] 赵晓慧, 邓小兵, 毛枚良, 等. 高超声速进气道强制转捩流动的大涡模拟 [J]. *航空学报*, 2016, 37(8): 2445 - 2453.  
ZHAO Xiaohui, DENG Xiaobing, MAO Meiliang, et al. Large eddy simulation for forced transition flow at hypersonic inlet [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, 37(8): 2445 - 2453. (in Chinese)

[10] 赵云飞, 刘伟, 冈敦殿, 等. 粗糙物面引起的超声速边界层转捩现象研究 [J]. *宇航学报*, 2015, 36(6): 739 - 746.  
ZHAO Yunfei, LIU Wei, GANG Dundian, et al. Study of surface roughness induced supersonic boundary layer transition [J]. *Journal of Astronautics*, 2015, 36(6): 739 - 746. (in Chinese)

[11] Deng X G, Zhang H X. Developing high-order weighted compact nonlinear schemes [J]. *Journal of Computational Physics*, 2000, 165(1): 22 - 24.

[12] Iyer P S, Mahesh K. High-speed boundary layer transition induced by a discrete roughness element [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2013, 729: 524 - 562.

[13] Redford J A, Sandham N D, Roberts G T. Compressibility effects on boundary-layer transition induced by an isolated roughness element [J]. *AIAA Journal*, 2010, 48(12): 2812 - 2830.