

## 几何约束的改进弹性体网格变形方法研究及应用\*

张斌, 丰志伟, 杨涛, 彭悟宇, 张青斌  
(国防科技大学空天科学学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:**针对现有弹性体网格变形方法无法有效抑制网格单元出现“负体积”和过度畸变等问题,引入体积弹性模量约束和挤压弹性模量约束,提出一种基于几何约束的改进弹性体法。借助 Patrick 网格质量参数,选取三维长方体边界在旋转、平移和伸展变形三种方式下的大幅度运动,对比研究引入几何约束后的改进效果。仿真计算二维 NACA0012 翼型的俯仰振荡和三维伸缩翼变形过程的气动特性,结果表明:基于几何约束的改进弹性体法显著提高了变形网格的鲁棒性,尤其在大变形时能够有效约束较差网格单元,改善经典方法存在的问题,可为非定常流场问题的求解提供有力支撑。

**关键词:**网格变形方法;弹性体法;几何约束;高鲁棒性

**中图分类号:**V211.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2018)06-023-07

## Research and application of improved elasticity-based mesh deformation method based on geometry constraints

ZHANG Bin, FENG Zhiwei, YANG Tao, PENG Wuyu, ZHANG Qingbin

(College of Aeronautics and Astronautics, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Aimed at the problem that the current elasticity-based mesh deformation method always cannot control some poor elements suffering “negative volume” and extreme distortion, the volume and the extruding constraints on modulus of elasticity were introduced to solve above shortages and a modified elasticity-based method based on these geometry constraints was presented. Combined with Patrick mesh quality measure, the differences between the modified method and the classical method were fully analyzed by testing a 3D cubic model with three types of motion or deformation in wide-range, such as rotation, translation, and stretch. The modified method was applied to simulate the plunging motion of NACA0012 airfoil and stretching deformation of wing. Results show this modified method can improve the robustness of elasticity-based method by constraining poor elements in wide-range of motion or deformation, thus providing a better support for solving the unsteady flow problems.

**Key words:** mesh deformation method; elasticity-based method; geometry constraints; high robustness

在日益复杂的工程问题仿真中,经常需要求解包含运动边界的非定常流场问题,尤其在气动弹性、变形飞行器、流固耦合、气动外形优化设计等问题中,其已经成为研究热点。近年来,随着计算流体力学仿真精度的提高以及高性能计算机的快速发展,如何实现高鲁棒的网格运动成为此类研究的瓶颈。

网格变形是支撑非定常流场问题中网格运动的关键技术,目前常用的网格变形方法有弹簧比拟法、弹性体法、径向基函数法、Delaunay 背景网格插值法等。其中,周旋等<sup>[1]</sup>比较分析了主要网格变形方法的特性,指出弹性体法具有较高的变形能力、应用频度和较好的局部单元控制;张斌<sup>[2]</sup>指出弹性体法的变形能力、网格质量和单元

分布要优于弹簧比拟法、径向基函数法等。虽然现有的网格变形方法在算法可靠性和几何适应性等方面还有待继续提高,但是弹性体法凭借较高的鲁棒性,越来越引起研究者的重视。

弹性体法是一种基于物理模型的网格变形方法,最早由 Tezduyar<sup>[3]</sup>在处理绕圆柱的不可压缩流问题中提出,主要思想是假设网格区域为弹性介质,通过求解弹性体变形方程即可实现网格随运动边界的变形。弹性体法在后续的科学研究和工程应用中得到了充分发展,其中 Stein 等<sup>[4]</sup>提出了体延伸网格变形技术 (Solid-Extension Mesh Moving Technique, SEMMT),引入了多种非线性弹性体的概念;Abgrall 等<sup>[5]</sup>提高了弹性体法对弯曲边界变形的鲁棒性;Albring 等<sup>[6]</sup>基于弹性体法

\* 收稿日期:2017-11-03

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51375486);航天支撑技术基金资助项目(1602010114002)

作者简介:张斌(1990—),男,山东滨州人,博士研究生,E-mail: 15084904287@163.com;

杨涛(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail: taoy90@163.com

对机翼的气动外形进行了减阻优化设计;张斌等<sup>[7]</sup>综合分析了几种经典弹性体法的变形特性,给出了各方法的适用范围;谭伟伟等<sup>[8]</sup>研究了线性弹性体法的应用进展,分析了该方法对几何大变形问题的鲁棒性;仲继泽等<sup>[9]</sup>基于弹性体法发展了一套网格变形的降阶算法,对机翼的颤振边界进行了流固耦合计算;张伟伟等<sup>[10]</sup>综述了弹性体法的研究现状,并给出了未来发展趋势。

尽管弹性体法具有较强的变形能力,但是仍存在很多亟待解决的问题,比如:运动边界附近的网格单元容易过度挤压而发生严重畸变,甚至出现“负体积”的非法单元,导致网格变形失败;大部分研究重点集中在解决旋转运动边界引起的网格扭曲,对其他类型的边界运动方式,如平移、伸展等,尚未做充分研究。本文针对弹性体法的现存问题,引入体积弹性模量约束和挤压弹性模量约束,提出了一种基于几何约束的改进弹性体法。

## 1 经典弹性体网格变形方法

弹性体法把网格变形当成连续介质力学问题来求解,类比于弹性体内任意一点在外力载荷下发生位移和形变,任意网格节点在变形过程中的位移矢量  $\mathbf{U}(x, y, z)$  可由式(1)得到。

$$\nabla \cdot \mu \nabla \mathbf{U} + \nabla \lambda (\nabla \cdot \mathbf{U}) + \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{U})^T = 0 \quad (1)$$

其中,  $\lambda$  和  $\mu$  为拉梅常量,可用弹性模量  $E$  和泊松比  $\nu$  来表示,即  $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ ,  $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ 。

在弹性体网格变形中,弹性模量  $E$  和泊松比  $\nu$  是控制网格变形的核心参数,其中  $E$  为胡克定律中比例常数,  $E$  值越大,网格单元刚性越强,一般取  $E > 0$ ;  $\nu$  为网格单元变形时横向变形量与纵向变形量的比值,通常取  $-1.0 < \nu < 0.5$ 。

早期研究采用的都是线性弹性体模型,即定义所有网格单元的弹性模量  $E$  是相同的,网格变形效果较差。后续发展了各向异性的非线性弹性体模型,可以灵活地赋予每个网格单元相对合适的弹性模量,比如 Löhner<sup>[11]</sup> 提出的距离准则,可根据网格单元到运动边界的距离来调整弹性模量的大小,其表达式为

$$E_i \propto \frac{1}{L_i} \quad (2)$$

其中,  $E_i$  为任意网格单元的弹性模量,  $L_i$  为该网格单元节点到运动边界的平均距离。此时,泊松比  $\nu$  可设为常数,如  $\nu = 0.2$ 。

文中将 Löhner 等提出的基于距离准则的非

线性弹性体法称为经典方法,虽然比线性弹性体法具有更好的表现,但是该方法控制的弹性模量从运动边界向外边界近似线性递减,在较大变形时无法保证动边界处的网格占优,前沿提到的几个现存问题也未较好解决,需要做出合理改进。

## 2 基于几何约束的改进弹性体法

针对经典弹性体方法存在的几个问题,受到刘君等<sup>[12]</sup>研究弹簧比拟法的启发,以三维的四面体单元为例,有以下改进思路:一方面在弹性模量中引入网格单元的体积约束,通过负反馈的方式降低出现“负体积”单元的概率;另一方面,引入网格单元的最小二面角约束,采用逆向调整来抑制网格单元的过度畸变。基于上述思路,本节在经典弹性体法的基础上,引入体积约束和最小二面角约束,提出一种基于几何约束的改进弹性体法。

首先,针对“负体积”问题,在弹性模量中引入体积弹性模量约束  $E_s$ , 通过网格单元的体积约束防止过早出现非法单元,其表达式为

$$E_s = \frac{1}{V} \quad (3)$$

其中,  $V$  为四面体网格单元的体积。

然后,针对挤压畸变问题,引入挤压弹性模量约束  $E_\theta$ , 通过网格单元的最小二面角约束防止过度挤压网格单元,其表达式为

$$E_\theta = \frac{1}{\sin^2 \theta_{\min}} \quad (4)$$

其中,  $\theta_{\min}$  为四面体网格单元的最小二面角。

最后,整合经典的弹性模量  $E_i$ 、体积弹性模量约束  $E_s$  和挤压弹性模量约束  $E_\theta$ , 得到基于几何约束改进的弹性模量  $E'_i$ , 其表达式为

$$E'_i = (E_s + E_\theta) \cdot E_i \quad (5)$$

即

$$E'_i \propto \left( \frac{1}{V} + \frac{1}{\sin^2 \theta_{\min}} \right) \cdot \frac{1}{L_i} \quad (6)$$

对比改进前后的弹性模量  $E_i$  和  $E'_i$ : 经过几何约束参数的调整,当单元体积  $V \rightarrow 0$  时,体积弹性模量约束  $E_s \rightarrow \infty$ , 进而弹性模量  $E'_i$  变大使得网格单元不易变形,保证了该单元不会过早成为“负体积”的非法单元;当网格最小二面角  $\theta_{\min} \rightarrow 0^\circ$  时,挤压弹性模量约束  $E_\theta \rightarrow \infty$ , 进而弹性模量  $E'_i$  变大使得网格单元不易变形,避免了该单元过度遭受挤压而畸变严重。

## 3 改进效果研究

### 3.1 网格质量参数

参考高传强等<sup>[13]</sup>在研究中引入的 Patrick 网

格质量参数,针对二维非结构网格,采用网格面积参数  $f_{size}$  和形状参数  $f_{shape}$  评价网格质量,其表达式为

$$\begin{cases} f_{size} = \min(\tau, 1/\tau) \\ f_{shape} = \frac{4\sqrt{3}S}{a^2 + b^2 + c^2} \\ f_{size-shape} = f_{size} \cdot f_{shape} \end{cases} \quad (7)$$

其中:  $\tau = S/\zeta$ ,  $S$  为网格单元面积,  $\zeta$  为以该三角形单元第二长边构建的等边三角形面积;  $a, b, c$  分别为网格单元的三边边长。

由式(7)可知,  $f_{size-shape} \in (0, 1]$ , 当网格单元质量较好时,  $f_{size-shape} \rightarrow 1$ ; 网格单元质量较差时,  $f_{size-shape} \rightarrow 0$ 。进而,以每个单元的综合参数  $f_{size-shape}$  为基础,从网格质量的平均水平和最小极值两个层次,建立平均网格质量  $f_{mean}$  和最小网格质量  $f_{min}$ , 其表达式为

$$\begin{cases} f_{mean} = (\sum_{i=1}^{Ne} f_{size-shape}) / Ne \\ f_{min} = \min(f_{size-shape}^1, f_{size-shape}^2, \dots, f_{size-shape}^{Ne}) \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $Ne$  为网格单元数目。

但是, Patrick 并未对实用性更强的三维非结构网格给出质量参数,且现行的质量参数普遍相对简单,如以四面体网格单元的体积与最长边之比、四面体顶点到底面三角形之间的距离等作为质量参数,没有从全局网格的多个层面进行考虑。本文基于前人工作,综合了网格单元的体积、表面积、边长和参考等边四面体等众多几何信息,发展了一套针对三维四面体网格单元的网格质量参数,其表达式为

$$\begin{cases} f_{size} = \min(\tau, 1/\tau) \\ f_{shape} = (\sum_{i=1}^6 l_i \cdot \sum_{i=1}^4 S_i) / 18V \\ f_{size-shape} = f_{size} \cdot f_{shape} \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $\tau = V/\xi$ ,  $V$  为四面体单元体积,  $\xi$  为以该单元平均表面积构建的正三角形组成的等边四面体体积,  $l_i$  为四面体的任意边长,  $S_i$  为四面体的任意平面面积。

同理,建立四面体网格的平均网格质量  $f_{mean}$  和最小网格质量  $f_{min}$ , 即能够从最小极值和平均统计两个层面,对三维四面体网格变形的优劣进行量化评估,具备一定的科学性和参考性。

### 3.2 旋转问题研究

三维长方体模型的初始网格如图 1 所示,其中整个计算域分布  $8.55 \times 10^4$  个网格节点、 $4.80 \times 10^5$  个四面体单元,空间坐标系  $O-XYZ$  的

原点位于长方体中心,远场边界为  $30 \text{ m} \times 30 \text{ m} \times 30 \text{ m}$  的正方体(如图 1(a)所示),运动边界为  $10 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$  的长方体(如图 1(b)所示)。

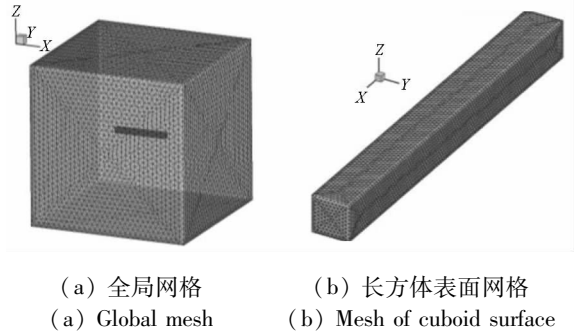


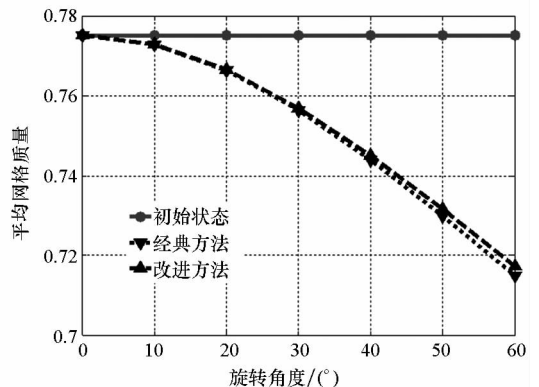
图 1 三维长方体模型的初始网格

Fig. 1 Initial mesh of 3D cuboid model

在旋转问题研究中,设置长方体绕  $OY$  轴以角速度  $\omega = 0.01745 \text{ rad/s}$  在计算域内做旋转运动,最大旋转角度  $\phi_{max} = 60^\circ$ 。根据本文发展的三维网格质量参数,分别做出经典方法及改进方法的平均网格质量和最小网格质量随旋转角  $\phi$  的变化,如图 2 所示。其中,初始状态代表初始的网格质量,经典方法代表 Löhner 等提出的经典弹性体法,改进方法代表基于几何约束的改进弹性体法。

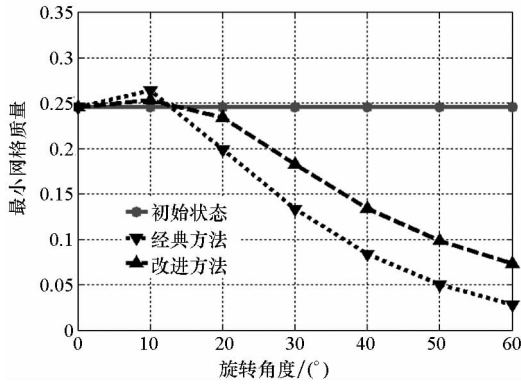
观察图 2 发现:随着长方体旋转角度的增大,两种方法的平均网格质量和最小网格质量均在下降,但是改进方法的网格质量下降速率明显小于经典方法的,其对最小网格质量的改进效果尤其明显。在最大旋转角  $\phi_{max} = 60^\circ$  时,改进方法的最小网格质量 ( $f_{min}^{Modified} = 0.0735$ ) 约是经典方法的 ( $f_{min}^{Classical} = 0.0280$ ) 2.6 倍,大幅增强了弹性体法的网格变形能力。

为了客观对比经典方法和改进方法的网格质量,选取长方体的典型旋转角度 ( $\phi$  为  $20^\circ, 40^\circ, 60^\circ$ ), 分别做出两种方法的网格质量  $f^\alpha$  (平均网格质量、最小网格质量) 相对初始网格质量  $f^0$  的下降



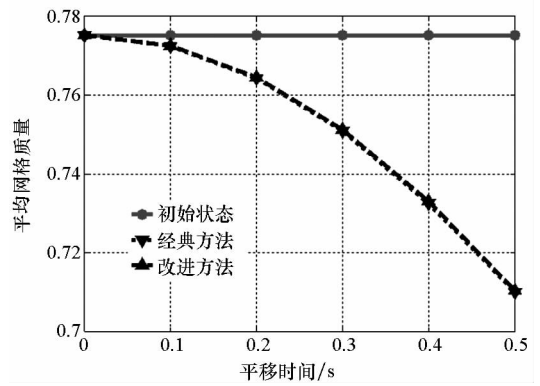
(a) 平均网格质量

(a) Average value of mesh quality



(b) 最小网格质量

(b) Minimum value of mesh quality



(a) 平均网格质量

(a) Average value of mesh quality

图 2 两种方法的网格质量随长方体旋转角的变化  
Fig. 2 Mesh quality varying with cuboid  
rotating angle of two methods

幅度  $\delta$ , 结果如表 1 所示。定义网格质量降幅  $\delta$  为

$$\delta = \frac{f^\alpha - f^0}{f^0} \times 100\% \quad (10)$$

表 1 网格质量在典型旋转角下的降幅

Tab. 1 Decline of mesh quality in typical rotating angles

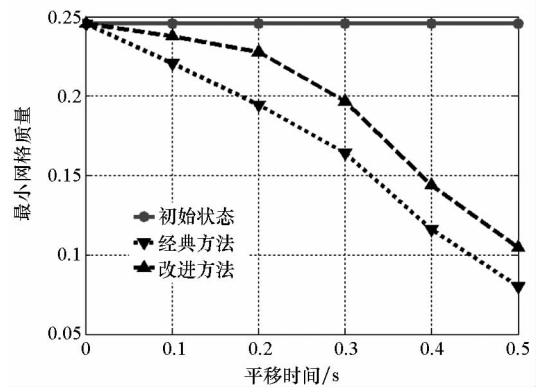
旋转 角度/(°)	平均网格 质量降幅/%		最小网格 质量降幅/%	
	经典方法	改进方法	经典方法	改进方法
20	1.14	1.11	19.17	4.89
40	4.03	3.88	65.82	45.49
60	7.77	7.46	88.61	70.08

观察表 1 发现:在每个典型旋转角下,经典方法的网格质量降幅都大于改进方法,并且两种方法的降幅差距比较稳定,说明改进方法在整个旋转运动过程中能够维持稳定的网格变形优势。

### 3.3 平移问题研究

在平移问题研究中,设置长方体由初始位置沿空间坐标轴  $\vec{OX}$ 、 $\vec{OY}$ 、 $\vec{OZ}$  三个方向,以  $2v_x = v_y = v_z = 10 \text{ m/s}$  的速度作平移运动,共计运动 0.5 s,最大位移量  $2\Delta x_{\max} = \Delta y_{\max} = \Delta z_{\max} = 5.0 \text{ m}$ 。根据本文发展的三维网格质量参数,分别做出经典方法和改进方法的平均、最小网格质量随平移运动时间  $t$  的变化,如图 3 所示。

观察图 3 发现:随着长方体平移时间的推进,两种方法的平均网格质量和最小网格质量均在下降,但是改进方法网格质量的下降速率小于经典方法的,其对最小网格质量改进效果尤其明显。在最大位移量  $\Delta x_{\max} = 2.5 \text{ m}$ ,  $\Delta y_{\max} = \Delta z_{\max} =$



(b) 最小网格质量

(b) Minimum value of mesh quality

图 3 两种方法的网格质量随长方体平移时间的变化  
Fig. 3 Mesh quality varying with cuboid  
displacement time of two methods

5.0 m 时,改进方法的最小网格质量 ( $f_{\min}^{\text{Modified}} = 0.1048$ ) 约是经典方法的 ( $f_{\min}^{\text{Classical}} = 0.0802$ ) 1.3 倍,明显增强了弹性体法的网格变形能力。

在网格变形过程中,畸变严重的单元往往集中在运动边界附近的区域,但是该区域的模拟流场信息丰富,变化复杂,对计算结果影响较大。文中提出的几何约束改进,主要改善的就是该区域的变形网格,尤其对最小网格质量提高明显。但另一方面,几何约束改进将网格变形更多地传递到了远场网格,所以在靠近远场网格的区域,经典方法的网格部分会比改进方法的好。

在平移问题研究中,为了客观对比经典方法和改进方法的网格质量,选取长方体的典型平移时刻 ( $t$  为 0.1 s、0.3 s、0.5 s),基于式 (10) 得到两种方法的网格质量降幅  $\delta$ ,结果如表 2 所示。

观察表 2 发现:在每个典型平移时刻,经典方法的网格质量降幅都大于改进方法,并且两种方法的降幅差距比较稳定,说明改进方法在整个平移运动过程中能够维持稳定的网格变形优势。

表2 网格质量在典型平移时刻下的降幅

Tab.2 Decline of mesh quality in typical displacement time

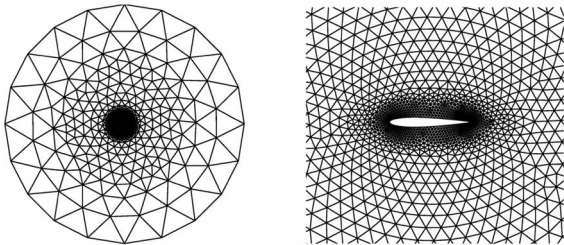
位移 时刻/s	平均网格 质量降幅/%		最小网格 质量降幅/%	
	经典方法	改进方法	经典方法	改进方法
	0.1	0.35	0.34	10.17
0.3	3.14	3.08	33.08	18.91
0.5	8.40	8.37	67.34	57.33

综合上述研究,在弹性体法中引入几何约束改进,能够明显增强网格变形的鲁棒性,尤其可以大幅提升最小网格质量。这是因为改进方法对质量较差的网格单元更加敏感,当临近“负体积”单元或者过度畸变时,可迅速增大其弹性模量,避免较差单元继续恶化,有效减缓较差单元过度畸变,防止网格变形过早失败。

## 4 仿真算例与分析

### 4.1 翼型沉浮振荡仿真

二维仿真选用 NACA0012 翼型的沉浮振荡,初始网格如图 4 所示,其中全局网格分布  $1.66 \times 10^3$  个网格节点、 $3.22 \times 10^3$  个三角形单元,外边界为均匀分布 20 个节点的圆周,其半径设为 20 倍翼型弦长,如图 4(a) 所示;在翼型表面设置 76 个节点,翼型区域网格如图 4(b) 所示。



(a) 全局网格 (a) Global mesh  
(b) 翼型区域网格 (b) Local mesh of airfoil

图4 NACA0012 翼型沉浮振荡初始网格

Fig.4 Initial mesh of plunging NACA0012 airfoil

计算过程中,基于开源程序 SU2<sup>[14]</sup> (Stanford University Unstructured), NACA0012 翼型绕 1/4 弦点作周期性沉浮振荡,其沉浮位置  $h(t)$  随时间  $t$  的变化规律为

$$h(t) = h_m + h_0 \sin(\omega t + \phi_h) \quad (11)$$

其中,平均位移  $h_m = 0.0$  m,振幅  $h_0 = 0.1$  m,相位  $\phi_h = 0.0$ ,振荡频率  $\omega = 41.82$  rad/s。

来流马赫数  $Ma = 0.755$ ,计算模型为 ALE 形式的 Euler 方程,采用双时间步推进的非定常计

算模型。经过 3 个周期的计算,翼型按照沉浮振荡规律可发展成非定常稳态的周期解,其翼型升力系数  $C_{Lift}$ 、阻力系数  $C_{Drag}$  和力矩系数  $C_{Mz}$  (力矩作用点设为 1/4 弦点) 随高度位移  $h$  的变化如图 5 所示。

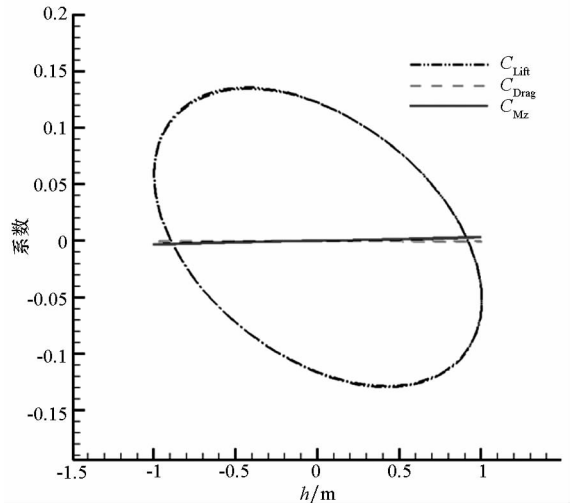


图5 NACA0012 翼型气动特性随高度位移的变化

Fig.5 Change of aerodynamic characteristics by height displacement of NACA0012 airfoil plunging

观察图 5 发现:在沉浮振荡过程中, $C_{Drag}$  的数值很小,这与文献[15]中给出沉浮振荡的阻力系数为小值的规律是相符的,而  $C_{Lift}$  和  $C_{Mz}$  随  $h$  呈周期性变化,由于本文沉浮运动的位移幅度  $h_0$  较小,所以  $C_{Mz}$  不太明显,但是  $C_{Lift}$  特征突出,具有明显的滞后现象。

### 4.2 伸缩翼变形过程仿真

因为具有更佳的气动特性和更强的环境适应性,变形飞行器成为近年来的研究热点,而伸缩翼作为典型的变形方式引起了广泛关注。三维仿真选用典型伸缩翼的伸展变形,初始网格如图 6 所示,其中全局网格分布  $2.93 \times 10^5$  个网格节点、 $1.67 \times 10^6$  个四面体单元,外边界为长方体,伸缩翼由白色标示,如图 6(a) 所示;伸缩翼的表面网格如图 6(b) 所示,其中变形翼面由虚线框标示,下部为其安定的翼身,在表面分别设置  $1.65 \times 10^4$  和  $1.96 \times 10^4$  个三角形单元。

变形过程中,伸缩翼的变形翼部分由初始状态(翼展  $L_0 = 0.3$  m)以  $0.1$  m/s 的速度沿展向进行伸展变形,经过  $7.0$  s 达到最大翼展状态(翼展  $L_{max} = 1.0$  m),而翼身部分在过程中保持不变。

设定飞行高度  $H = 30$  km,来流马赫数  $Ma = 3.0$ ,攻角  $\alpha = 10^\circ$ 。计算模型为 ALE 形式的 Euler 方程,采用双时间步推进的非定常计算模型。计

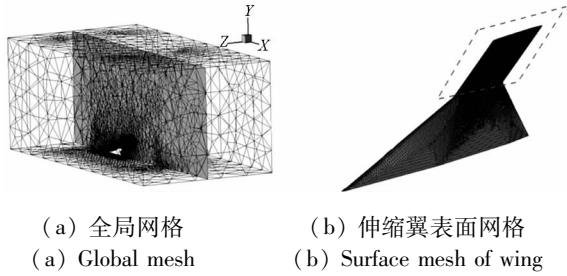
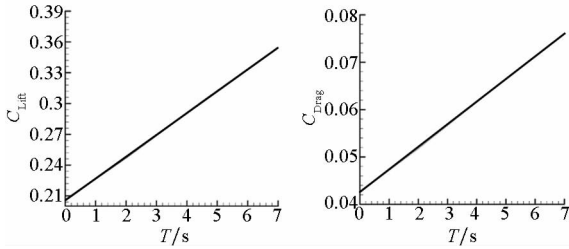


图 6 伸缩翼初始网格

Fig. 6 The initial mesh of stretching wing

算过程中,首先对伸缩翼进行定常流场计算,作为非定常流场仿真的初始条件,然后计算伸缩翼在伸展变形过程中的非定常气动特性,得到其升力系数  $C_{Lift}$  和阻力系数  $C_{Drag}$  (只考虑了压差阻力)随变形时间  $T$  的变化,如图 7 所示。



(a) 升力系数 (a) Lift coefficient  
 (b) 阻力系数 (b) Drag coefficient

图 7 伸缩翼变形过程中气动特性随变形时间的变化  
 Fig. 7 Change of aerodynamic characteristics by different deformation time during stretching wing

观察图 7 发现:伸缩翼的升力系数  $C_{Lift}$  和阻力系数  $C_{Drag}$  随着变形时间  $T$  的增加而不断增大,且基本呈线性增长。最大翼展状态相对初始状态有升力系数增幅  $\Delta C_{Lift} = 0.1617$ ,压差阻力系数增幅  $\Delta C_{Drag} = 0.03632$ ,说明伸展变形方式对改变伸缩翼的气动性能有明显作用。

为了直观研究伸展变形对伸缩翼流场变化的影响,图 8 展示了伸缩翼剖面中压力云图随翼展长度的变化。观察图 8 发现:伸缩翼的变形过程仅对伸展部分的迎风面流场有影响,会产生随着翼展增大而变强的激波,但对流场其他位置的影响较小,可为整机的气动设计提供参考。

此外,为了充分说明基于几何约束的改进弹性体法具有更强的网格变形鲁棒性,选取经典方法实现相同的伸缩翼变形过程,两种方法的网格剖面对比如图 9(a) ~ (c) 所示。

特别说明的是,因为改进方法在最大翼展  $L_{max} = 1.0\text{ m}$  时仍保持较好的变形网格,所以为了进一步验证其高鲁棒性,将翼展额外增加到  $2.3\text{ m}$ ,结果如图 9(d) 所示。

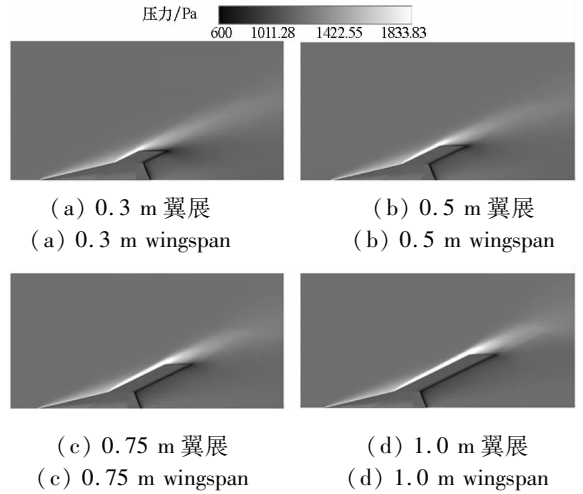


图 8 伸缩翼变形过程中压力云图随翼展长度的变化  
 Fig. 8 Change of pressure by different wingspan during stretching wing

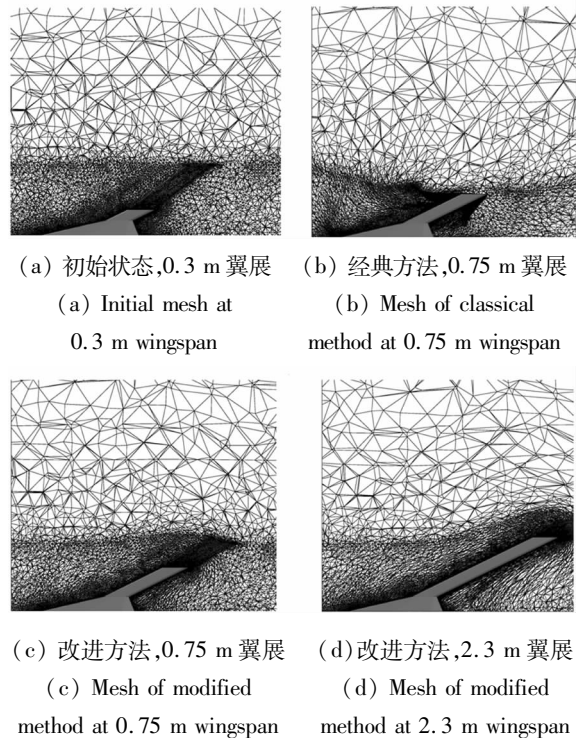


图 9 伸缩翼变形过程中两种弹性体法网格剖面对比  
 Fig. 9 Comparison of mesh sections by two elasticity-based methods during stretching wing

观察图 9 发现:经典方法在网格变形过程中的鲁棒性较差,在翼展为  $0.75\text{ m}$  时即已变形失败,出现了严重的网格交叉和较多的“负体积”单元,如图 9(b) 所示;对于改进方法,不仅在相同翼展长度时具有较好的变形网格(如图 9(c) 所示),而且在  $2.3\text{ m}$  翼展的大变形下,仍然保持了完好的网格结构,虽有部分网格拉伸明显,但尚未出现“负体积”单元(如图 9(d) 所示),由此说明其具有明显的高鲁棒性优势。

## 5 结论

1) 在 Löhner 等提出的经典弹性体法基础上,引入体积弹性模量约束和挤压弹性模量约束,提出了一种基于几何约束的改进弹性体法。改进方法通过约束网格单元的几何属性,能够有效抑制较差单元出现“负体积”和过度畸变。

2) 结合三维长方体模型的大幅度旋转、平移和伸展三种运动方式,对比研究经典方法与改进方法的网格变形效果,发现改进方法能够有效减缓较差单元过度畸变,防止网格变形过早失败,明显增强了网格变形的鲁棒性。

3) 作为仿真例证,计算了二维 NACA0012 翼型的俯仰振荡和三维伸缩翼的伸展变形过程,发现基于改进方法的计算平台能够准确预示仿真对象的非定常气动特性,具有明显的高鲁棒优势,可为非定常流场问题的求解提供有力支撑。

## 参考文献 (References)

- [1] 周璇,李水乡,孙树立,等. 非结构网格变形方法研究进展[J]. 力学进展, 2011, 41(5): 547-561.  
ZHOU Xuan, LI Shuixiang, SUN Shuli, et al. Advances in the research on unstructured mesh deformation[J]. Advances in Mechanics, 2011, 41(5): 547-561. (in Chinese)
- [2] 张斌. 弹性体网格方法改进及在高超声速体襟翼非定常仿真中的初步应用[D]. 长沙: 国防科技大学, 2015.  
ZHANG Bin. Research on the improvement in elasticity-based dynamic mesh method and preliminary application for unsteady flow simulation of body flap in hypersonic vehicle [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2015. (in Chinese)
- [3] Tezduyar E T. Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations[J]. Advances in Applied Mechanics, 1992, 28: 1-44.
- [4] Stein K, Tezduyar T, Benney R. Mesh moving techniques for fluid-structure interactions with large displacements [J]. Journal of Applied Mechanics, 2003, 70(1): 58-63.
- [5] Abgrall R, Dobrzynski C, Froehly A. A method for computing curved meshes via the linear elasticity analogy, application to fluid dynamics problems [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2014, 76(4): 246-266.
- [6] Albring T, Sagebaumu M, Gauger N R. Efficient aerodynamic design using the discrete adjoint method in SU2 [C]// Proceedings of 17th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, 2016.
- [7] 张斌,杨涛,丰志伟,等. 非结构弹性体网格方法应用策略及改进[J]. 航空动力学报, 2017, 32(3): 648-656.  
ZHANG Bin, YANG Tao, FENG Zhiwei, et al. Application strategy and improvement of unstructured dynamic grid method based on elasticity analogy[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(3): 648-656. (in Chinese)
- [8] 谭伟伟,刘峰博,张一帆. 基于线性弹性体的网格变形方法研究[J]. 航空计算技术, 2017, 47(2): 37-40.  
TAN Weiwei, LIU Fengbo, ZHANG Yifan. Study on linear elastic solid based grid deformation method[J]. Aeronautical Computing Technique, 2017, 47(2): 37-40. (in Chinese)
- [9] 仲继泽,徐自力. 基于动网格降阶算法的机翼颤振边界预测[J]. 振动与冲击, 2017, 36(4): 185-191.  
ZHONG Jize, XU Zili. Wing flutter prediction using a reduced dynamic mesh method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(4): 185-191. (in Chinese)
- [10] 张伟伟,高传强,叶正寅. 气动弹性计算中网格变形方法研究进展[J]. 航空学报, 2014, 35(2): 303-319.  
ZHANG Weiwei, GAO Chuanqiang, YE Zhengyin. Research progress on mesh deformation method in computational aeroelasticity[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(2): 303-319. (in Chinese)
- [11] Löhner R. Applied computational fluid dynamics techniques: an introduction based on finite element methods[M]. 2nd ed. USA: John Wiley & Sons, 2008.
- [12] 刘君,白晓征,郭正. 非结构动网格计算方法——及其在包含运动界面的流场模拟中的应用[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2009.  
LIU Jun, BAI Xiaozheng, GUO Zheng. Unstructured grid moving method and its application for the simulation of flow with moving interface[M]. Changsha: National University of Defence Technology Press, 2009. (in Chinese)
- [13] 高传强,张伟伟,蒋跃文,等. 两种典型非结构网格变形方法特性对比研究[J]. 航空工程进展, 2014, 5(2): 212-219.  
GAO Chuanqiang, ZHANG Weiwei, JIANG Yuewen, et al. A comparative study on two typical unstructured grid deformation methods[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2014, 5(2): 212-219. (in Chinese)
- [14] Palacios F, Economon T D, Aranake A, et al. Stanford university unstructured (SU2): open-source analysis and design technology for turbulent flows [C]//Proceedings of 52nd Aerospace Sciences Meeting, 2014.
- [15] 李媛,康峰. 振荡翼型非定常气动特性数值模拟[J]. 工程热物理学报, 2012, 33(9): 1505-1508.  
LI Yuan, KANG Shun. Numerical simulation of oscillating airfoil unsteady aerodynamic performance [J]. Journal of Engineering and Thermophysics, 2012, 33(9): 1505-1508. (in Chinese)